



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes

in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Dealing with multiple representations

in the mathematics classroom



A Course Concept for

Dealing with multiple representations in the mathematics

What is the **target group** of the course?

Mathematics pre-service teachers
Primary and secondary levels (grades 1-4 and 5-12/13)

What are the **aims** and the **learning goals** of the course?

Building up and enhancing pre-service teachers' competence of analysing the use of representations in the mathematics classroom, with flexible analysis foci:

- Analysis of task material and textbook pages
- Analysis of classroom interaction/dialogues
- Analysis of students' difficulties

Building up related professional knowledge, views, and awareness

What is the **related theory**?

Representations of mathematical objects (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); teachers' competence of analysing the use of representations in the mathematics classroom (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

How is the course **structured**?

Duration: One semester with weekly 90-minutes seminar sessions

Structure:

- **Pretest** (vignette-based)
- Introduction to theory of representations of mathematical objects with work on examples
- Exemplary analysis of video vignette with sample solution

- **Vignette-based work** with combined material & classroom situation vignettes
 - Pre-service teachers prepare session, analysis questions & activities for peer students, orchestrate discussion and reflection
 - Pre-service teachers collect analyses of their peers and provide feedback related to representation framework criteria
 - Pre-service teachers who prepared session are asked to prepare analyses, improved classroom dialogues and improved student-centred material related to given material from the vignette
 - Pre-service teachers asked to document results of seminar sessions in portfolio format
- **Posttest** (vignette-based), feedback, self-assessment of progress

What does the **course format** look like?

Online (as a consequence of the pandemic situation) and offline formats are possible/available. (See also description of course structure above)

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Combined material & classroom situation vignettes: Representation of learning material and classroom situation related to work with (parts of) this material;

Format: text and/or cartoon; video vignettes also possible

How many vignettes are part of course?

More than 20 combined material & classroom situation vignettes available for choice by participants, course in general open to vignettes produced/brought in by pre-service teachers.

Are the vignettes **found, authentic, adapted or scripted?**

The set of more than 20 vignettes mentioned above have been specifically designed so as to provide rich potential for reflection, discussion and development of improvements.

Is there **complementing text material** for the course participants?

See above in the “related theory” section, there is a text document related to the introduction to theory of representations of mathematical objects, with selected publications.

Further **comments**

Theory-related work on vignettes is key to the development of the participants’ competence in analysing.

Course description

The course starts with a vignette-based pre-test, which affords evaluating the progress of the participants, also through their self-assessment. After an introduction to the theory of representations of mathematical objects and ways of dealing with multiple representations in the mathematics classroom, criterium-based analysis questions are developed together with the participants. These are used for analysing a sample vignette together with the participants. The participating pre-service teachers are then asked to prepare analyses of vignettes they can choose from a set of more than 20 vignettes. All these vignettes have the structure of combined material and classroom situation vignettes: They encompass both representations of learning material and representations of a classroom situation related to the work with (parts of) this material. The vignette format consists of text and/or cartoon elements, video representations are also possible.

The participating pre-service teachers are asked to prepare one session, with analysis questions and activities for their peers, to orchestrate the discussion and reflection, to collect analyses of their peers and to provide feedback related to the representation framework criteria. The pre-service teachers who prepared session are further asked to prepare exemplary analyses, improved classroom dialogues and improved student-centred material with respect of to the given material from the vignette. Like this, they are required to elaborate situation elements which are improved against the background of the theory of dealing with (multiple) representations of mathematical objects.

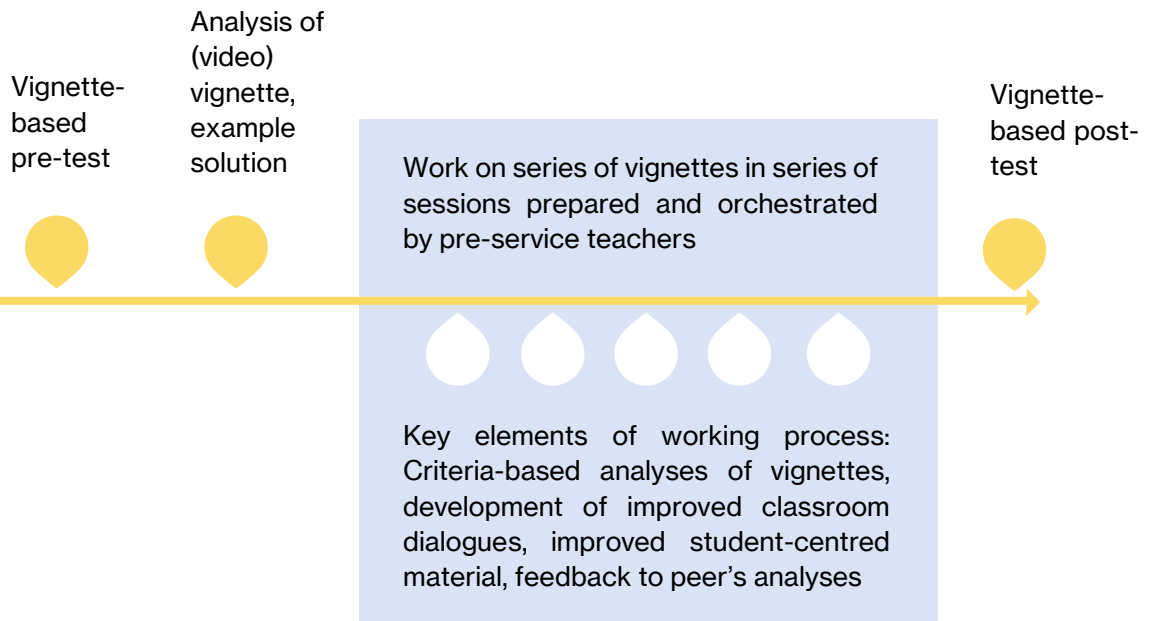
Over all, the participating pre-service teachers are asked to document the results of the seminar sessions in portfolio format

After completing the (vignette-based) posttest, the participants are invited to give feedback, and on the base of their answers to pre- and posttest, they are asked to self-assess their progress and learning outcomes.



Timeline

of the Course:



References

- Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.
- Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkós et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPM* (Vol. 2, pp. 259–266). Szeged: PME.
- Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 435-442). Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Reflecting on how representations

of mathematic objects

are dealt with



A Vignette for

Reflecting on how representations of
mathematic objects are dealt with

“Tree diagram”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers preparing to teach on primary and secondary schools (grades 1-4 and 5-12/13); Here: focus especially on secondary schools

Is this vignette **part of a course**?

Yes, it is part of the course:
Dealing with multiple representations in the mathematics classroom

What is the **context** in which the vignette is used?

This vignette is one of the more than 20 vignettes the pre-service teachers can work on (see course concept)

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Building up and enhancing pre-service teachers' competence of analysing the use of representations in the mathematics classroom, with flexible analysis foci:

- Analysis of task material and textbook pages
- Analysis of classroom interaction/dialogues
- Analysis of students' difficulties

Building up related professional knowledge, views, and awareness

What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

Combined material & classroom situation vignettes: Representation of learning material and classroom situation related to work with (parts of) this material;

Format: text and/or cartoon; video vignettes also possible

How long would the situation take in the classroom?

Classroom situation part of the vignette: About 5-10 Min.

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

This vignette has been specifically designed so as to provide rich potential for reflection, discussion and development of improvements

Is there **complementing text material** for the course participants?

See course concept **“Dealing with multiple representations in the mathematics classroom”**

What is the related **theoretical framework**?

Representations of mathematical objects (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); teachers’ competence of analysing the use of representations in the mathematics classroom (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); professional knowledge, awareness and teachers’ analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Timeline

of the Course:

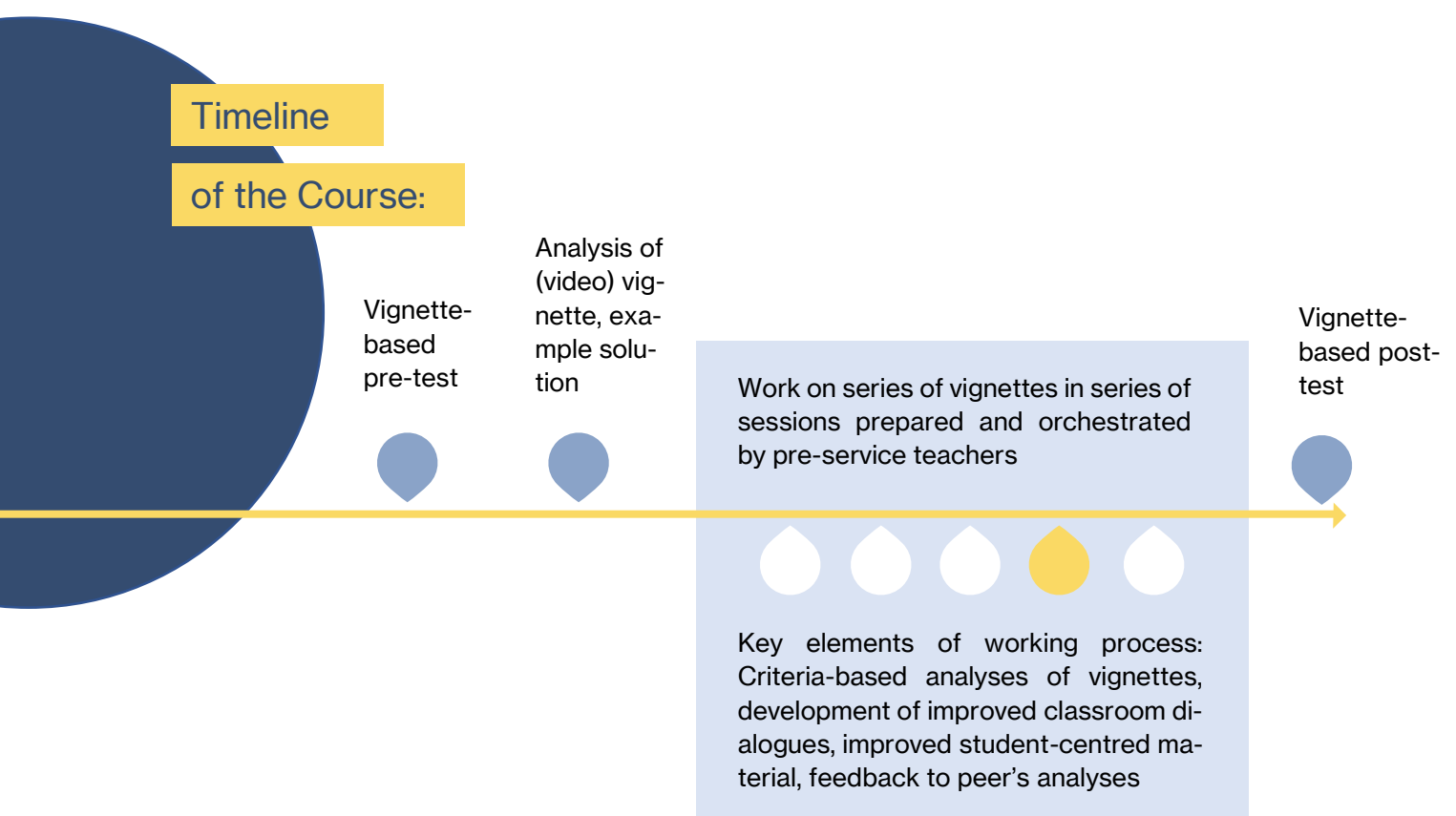
Vignette-based pre-test

Analysis of (video) vignette, example solution

Work on series of vignettes in series of sessions prepared and orchestrated by pre-service teachers

Vignette-based post-test

Key elements of working process:
Criteria-based analyses of vignettes, development of improved classroom dialogues, improved student-centred material, feedback to peer’s analyses



Vignette – “Tree diagram”

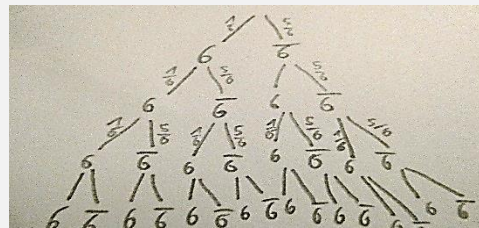
The topic is how to use tree diagrams for calculating probabilities. Below, there is a textbook page introducing to that topic and an exercise the students have been asked to work on in a distance learning setting. The students have the possibility to contact the teacher online.

[The (fictitious) textbook material below is inspired by an authentic German textbook section, see Brandt, D. et al. (2006). *Lambacher Schweizer 4. Mathematik für Gymnasien. BW. Stuttgart: Klett. pp. 162-163.*]

How to use tree diagrams correctly

Max has to find the probability of dicing at least once 6 among 5 tries. She has started to draw a tree diagram.

Nadja examines Max drawing and says: You'll never get done with all these branches.”



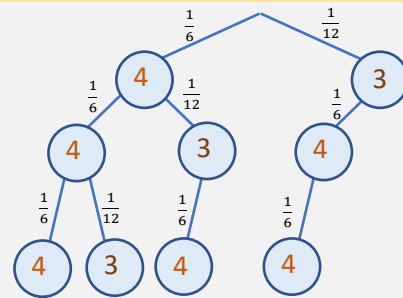
Sometimes, tree diagrams get too big. You can save time if you draw only the part of the tree which is necessary for calculating the probability you are asked for.



You turn the spinner shown here three times. What is the probability for a sum of at least 11? The tree diagram only shows the branches which lead to sums higher than 10.

According to the calculation rules in tree diagrams the probability is

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{432} \approx 1\%$$



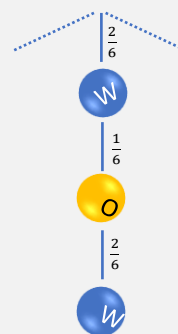
For determining probabilities in multi-level random experiments, only the part of the tree diagram is used, which contains the needed paths.

Example 1: Choosing a path

An urn contains balls with letters on them. Three times a random ball is drawn, the letter is noted down and the ball is put back into the urn. With which probability the experiments yields the word WOW?



Solution: The probability for the word WOW is $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$ (path in the figure on the right)



One of the exercises after this introduction section of the textbook:

The police has identified nine suspects, among them are four burglars the police have been searching for a long time. Superintendent Anna R. interrogates them, she arrests three of these suspects, and all of them turn out to be burglars. With what probability would superintendent Anna have had obtained such a good result, selecting the three by chance?

The students work individually at home as a consequence of the covid-19 situation. A student is in contact with her teacher in a video conference and asks a question.

We had to solve the tasks related to the introduction on page 162, including task 5. But I don't understand this task.

What is it that you do not understand?

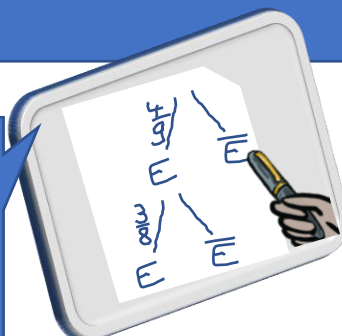
Well, the superintendent has interrogated nine people. Like this, she has realised that four of them are burglars. And she arrests three of them.

Hum, that the three of them are really the burglars they had been searching for is only known later, it says „and all of them turn out to be burglars“. But in any case you have to draw a tree here.

Yes, that's what I have tried, but I got stuck. There are 9 branches, and then always 8, that gets too many of them.

That's clear... Well, my tree has only two branches on the first level and then I have only followed up on one of them, again with two branches. I have considered the results "burglar" and "non-burglar", denoted by E and E bar. You can also imagine it as an urn with two kinds of balls in it.

Wait a minute, I will just draw the first two steps of my tree and put it up to the camera.



So it is up to you to add the third step yourself and to calculate the result. Will you manage?



References

- Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.
- Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.
- Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csikos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2, pp. 259–266)*. Szeged: PME.
- Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 435-442)*. Umeå, Sweden: PME.
- Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219)*. Prague: ERME.
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csikos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes

in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Using mistakes as

learning opportunities in the

mathematics classroom



A Course Concept for

Using mistakes as learning opportunities in the mathematics classroom

What is the **target group** of the course?

Mathematics pre-service teachers
Secondary school level (year 5-12/13 students)

What are the **aims** and the **learning goals** related to the course?

Building up and enhancing pre-service teachers' competence of analysing

- mistakes (mathematically)
- the learners' thinking behind the mistake
- the learning potential related to the mistake (for the individual student who has made the mistake and for all students in the classroom)
- how mistakes are dealt with in the mathematics classroom
- what different ways of reacting to/dealing with the mistake can offer in terms of students' mathematics-related learning

Building up related professional knowledge, views, and awareness

What is the **related theory**?

Theory of negative knowledge (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); aspects and possibilities of dealing with mistakes (Guldemann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009; Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to mistake-handling (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992)

How is the course **structured**?

Duration:

One semester with weekly 90-minutes seminar sessions



How is the course structured?

Structure:

- Pretest (vignette-based)
- Introduction to different theories related to mistakes (e.g. Weimer, 1925; Skinner, 1958; Oser, et al., 1998), to negative knowledge (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005), and to the productive use of mistakes as learning opportunities (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005)
- Analysis of first video and/or cartoon vignettes with discussion related to theory-based observations; including mathematics-related analysis of mistakes
- Introduction to a deepening theoretical background related to moderate constructivist approaches to learning (e.g., Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Klein & Oettinger, 2000), to metacognition (e.g., Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003), and to motivational aspects of mistake-handling (e.g., Dweck, 1986)
- Revisiting vignettes related to alternative reaction possibilities on the base of deepened theoretical background; systematisation of analysis through analysis step model (analysis-related meta-knowledge for participants)
- Participant-centred analysis of further video and/or cartoon vignettes with discussion related to theory-based observations and analyses of reaction possibilities:
 - Pre-service teachers prepare sessions and activities for peer students, orchestrate discussion and reflection
 - Pre-service teachers collect analyses of their peers and provide feedback related to analysis step model (feedback whether steps have been covered through substantial criteria-based thoughts)
 - Pre-service teachers who prepared session are asked to prepare analyses related to “their” vignette
 - Pre-service teachers asked to document results of seminar sessions in portfolio format
- Posttest (vignette-based), feedback, self-assessment of progress



What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Classroom situation vignettes combined with task material related to the mistake situations: Representation of learning material and classroom situation; Format: text, cartoon and/or video vignettes

How many vignettes are part of course?

Around 15 classroom situation vignettes for choice by participants, course in general open to vignettes produced/brought in by pre-service teachers; introduction vignettes

Are the vignettes **found, authentic, adapted or scripted?**

Both vignettes derived from authentic classroom situations and specifically designed vignettes are included so as to provide rich potential for reflection, discussion and reasoning on reaction possibilities related to mistakes

What does the **course format** look like? (organisation of sessions, online/offline/hybrid, duration, ...)

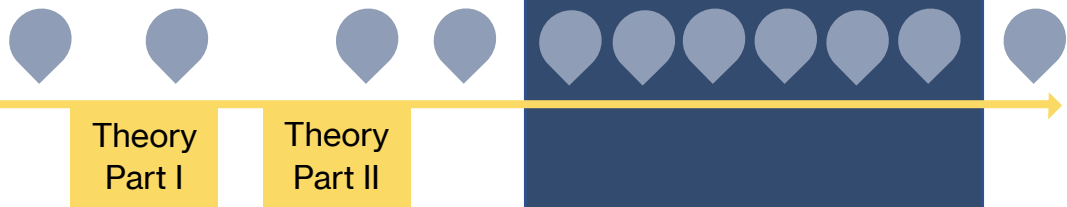
Online and presence formats are possible; the course is planned to cover a whole semester (around 14 sessions of 90 minutes each), shorter course modules are possible as well (e.g., for integration into other seminars, e.g. as a sub-section

Timeline

of the Course:

Vignette-based pre-test

Vignette-based post-test



Analysis of vignettes against criteria from theory

Work on series of vignettes in series of sessions prepared and orchestrated by pre-service teachers

Key elements of working process: Criteria-based analyses of vignettes, feedback to peer's analyses



Course description

A vignette-based pre-test initiates the course. It fulfils both the function of starting the course by showing the relevance of the topic for classroom practice and helps to evaluate the progress of the participants. The (multi-faceted) theory related to dealing with mistakes is introduced in a two-step approach interrupted by vignette-based work, in order to avoid an accumulation of theoretical content which might then be more likely to stay disconnected with the analysis of situations from classroom practice. First, definitions of mistakes and the theoretical frameworks they come from are introduced. There are contrasting theoretical perspectives, which makes this section of the course particularly contrast-rich: On the one hand, according to a behaviourist viewpoint (e.g. Skinner, 1958; cf. Weimer, 1925), mistakes are “accidents” that should be avoided and rather not receive attention in order not to learn incorrect knowledge, on the other hand, the negative knowledge approach emphasise the value of mistakes for learning and in particular for building up so-called negative knowledge (e.g., Oser et al., 1998).

This theoretical background is then intended to be connected with practice contexts through the analysis of vignette examples. Both cartoon vignettes and authentic classroom video vignettes can be used for this analysis activities.

In a second step, further background theory is introduced so that the participants can learn to connect those aspects with classroom situations: This second step acknowledges the high complexity of mistake situations due to the multi-criterion relevance. The theoretical frameworks introduced in this second step cover moderate constructivist approaches to learning (e.g., Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Klein & Oettinger, 2000), the role of metacognition (e.g., Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003), which can be taken into account especially in classroom interaction marked by discourse, and the role of motivational aspects of mistake-handling (e.g., Dweck, 1986). Subsequently, selected vignettes are revisited and further vignettes are analysed against the full criterion spectrum.

An analysis step model is introduced in order to structure the analysis process and in order to strengthen the participants through corresponding analysis-related meta-knowledge.

The participating pre-service teachers are then asked to prepare analyses of vignettes they can choose from a set of around 15 vignettes. These vignettes consist of representations of classroom situations and the tasks involved in them. The vignette formats vary from text, cartoon, to video formats (the latter format depending on possible restrictions related to data protection for some vignettes). The participating pre-service teachers are asked to prepare one session, with analysis questions and activities for their peers, to orchestrate the discussion and reflection, to collect analyses of their peers and to provide feedback related to the analysis step model. The pre-service teachers who prepared session are further asked to prepare exemplary analyses.

Over all, the participating pre-service teachers are asked to document the results of the seminar sessions in portfolio format

After completing the (vignette-based) posttest, the participants are invited to give feedback, and on the base of their answers to pre- and posttest, they are asked to self-assess their progress and learning outcomes.



References

- Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.
- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.
- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.
- Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.
- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.
- Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41 (10), 1040-1048.
- Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.
- Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.
- Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.
- Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.
- Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.
- Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].



Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). *Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften*.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.



Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 71-88). Opladen: Leske+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2009 (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73-94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). *Psychologie der Fehler*. Leipzig: Klinkhardt.



Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Reflecting on teacher action related to

encouraging students' interaction

around mistakes



A Vignette for

Reflecting on teacher action related to encouraging
students' interaction around mistakes

“Proving and disproving”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Secondary school level (year 5-12/13 students)

Is this vignette **part of a course**?

Yes, it is part of the course:
Using mistakes as learning opportunities in the mathematics classroom

What is the **context** in which the vignette is used?

This vignette is one of the vignettes for analysing and discussing classroom situations based on the newly introduced theoretical criteria in the course plenum (see course concept)

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Building up and enhancing pre-service teachers' competence of analysing

- mistakes (mathematically)
- the learners' thinking behind the mistake
- the learning potential related to the mistake (for the individual student who has made the mistake and for all students in the classroom)
- how mistakes are dealt with in the mathematics classroom
- what different ways of reacting to/dealing with the mistake can offer in terms of students' mathematics-related learning

Building up related professional knowledge, views, and awareness

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

This vignette shows an authentic classroom situation, it has been designed according to a classroom video. This results in specific possibilities for observation, e.g. the observation of difficulties in the classroom discourse, incomplete sentences, etc.

In this situation, a student localises a mistake – an event which had been observed very rarely in the

video sample the situation stems from – one aspect among many others

How long would the situation take in the classroom?

Classroom situation corresponding to the vignette: About 5-10 Min.

Is the vignette found, **authentic**, adapted, or scripted?

See above, this vignette has been designed according to an authentic classroom video

What is the related **theoretical framework**?

Theory of negative knowledge (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); aspects and possibilities of dealing with mistakes (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to mistake-handling (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992)

Position of the vignette

in the Course:

Vignette-based pre-test

Vignette-based post-test



Analysis of vignettes against criteria from theory

Work on series of vignettes in series of sessions prepared and orchestrated by pre-service teachers

Key elements of working process: Criteria-based analyses of vignettes, feedback to peer's analyses



Vignette – “Proving and disproving”

1

An equilateral trinangle is not right-angled.

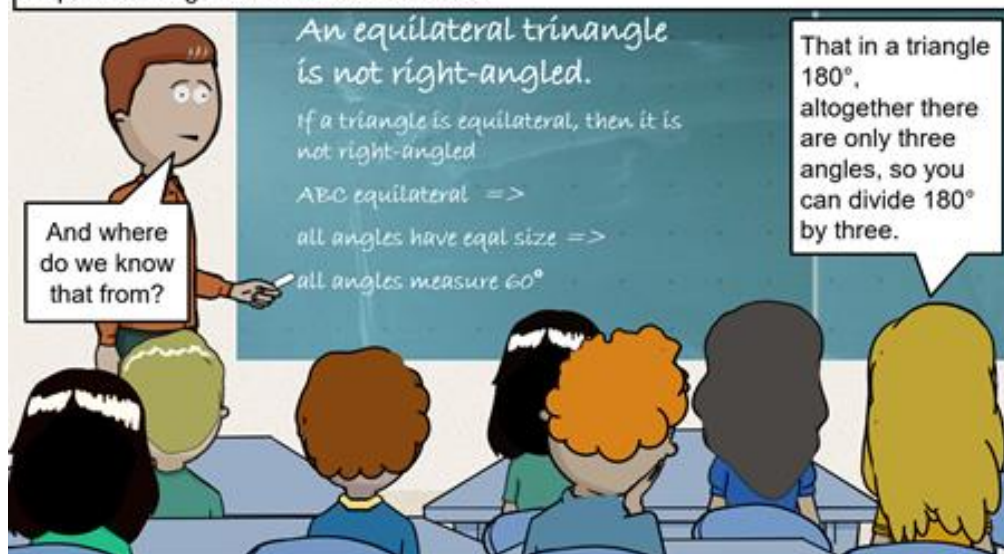
- A classroom situation, which has really taken place (about like this) -

Some information:

- Year 8 geometry classroom
- Immediately before, the students had been working (for about 10 min) in pairs on argumentation tasks, which are now being discussed
- Argumentations related to the statement „An equilateral trinangle is not right-angled” are now being discussed

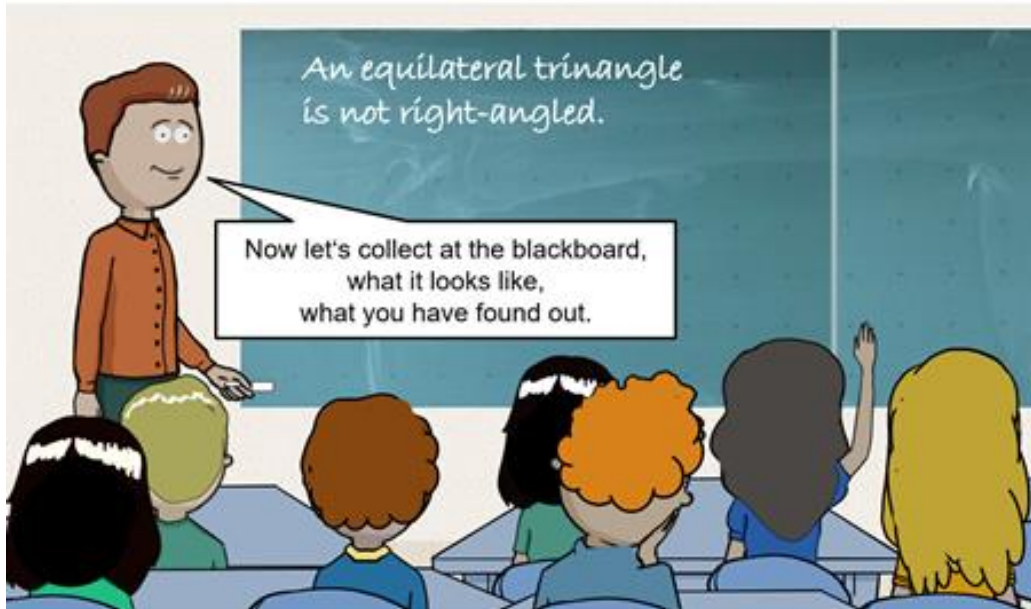
2

Shortly afterwards – the teacher has in the meantime wordlessly noted at the blackboard what a student („Paul”) has presented as a solution. He now revisits the steps of the argumentation with the class:

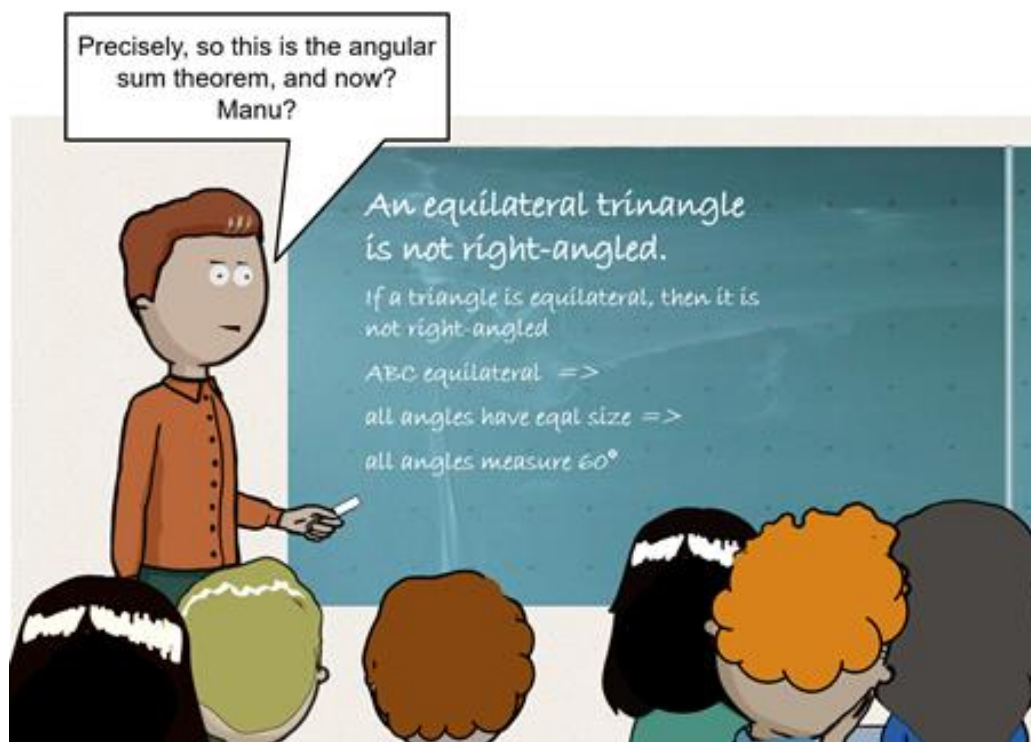




3

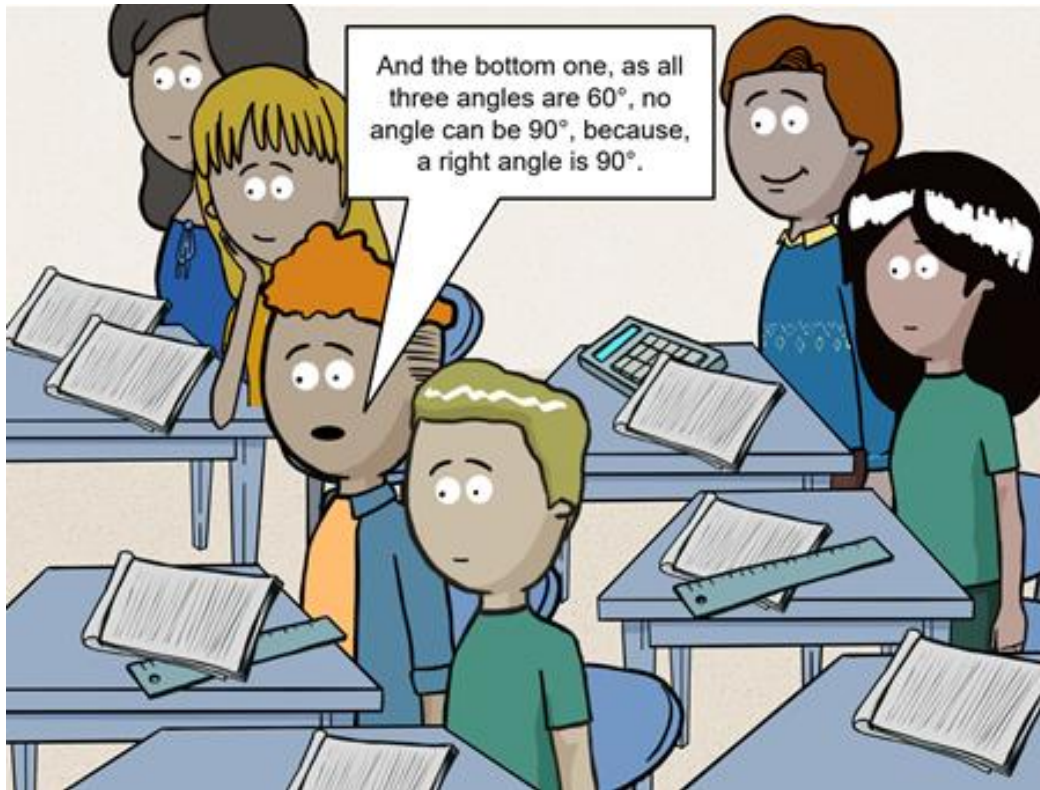


4

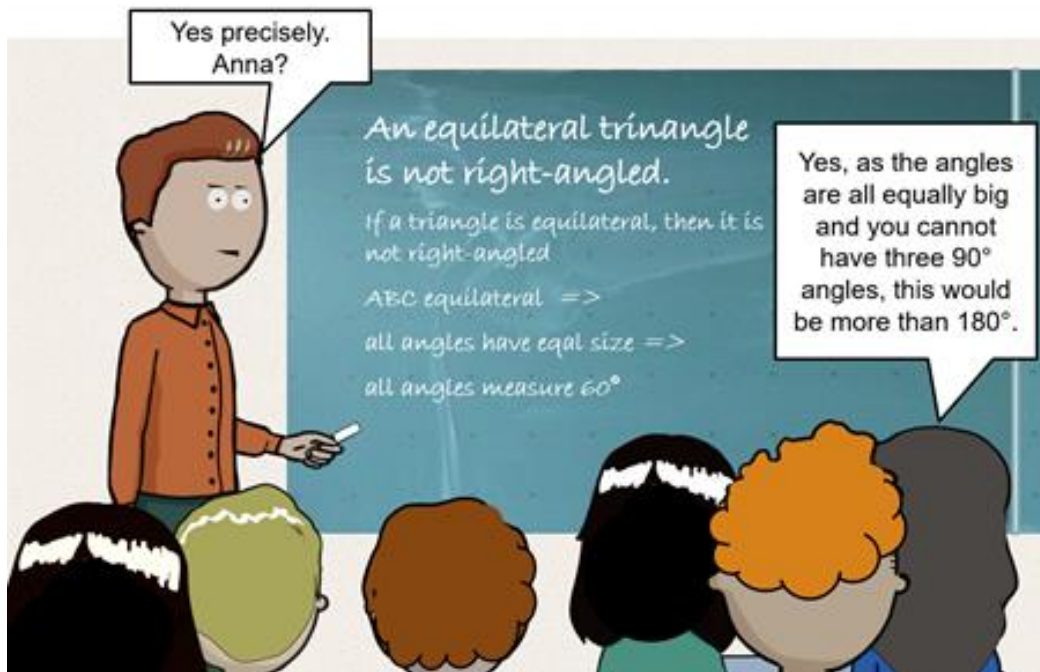




5

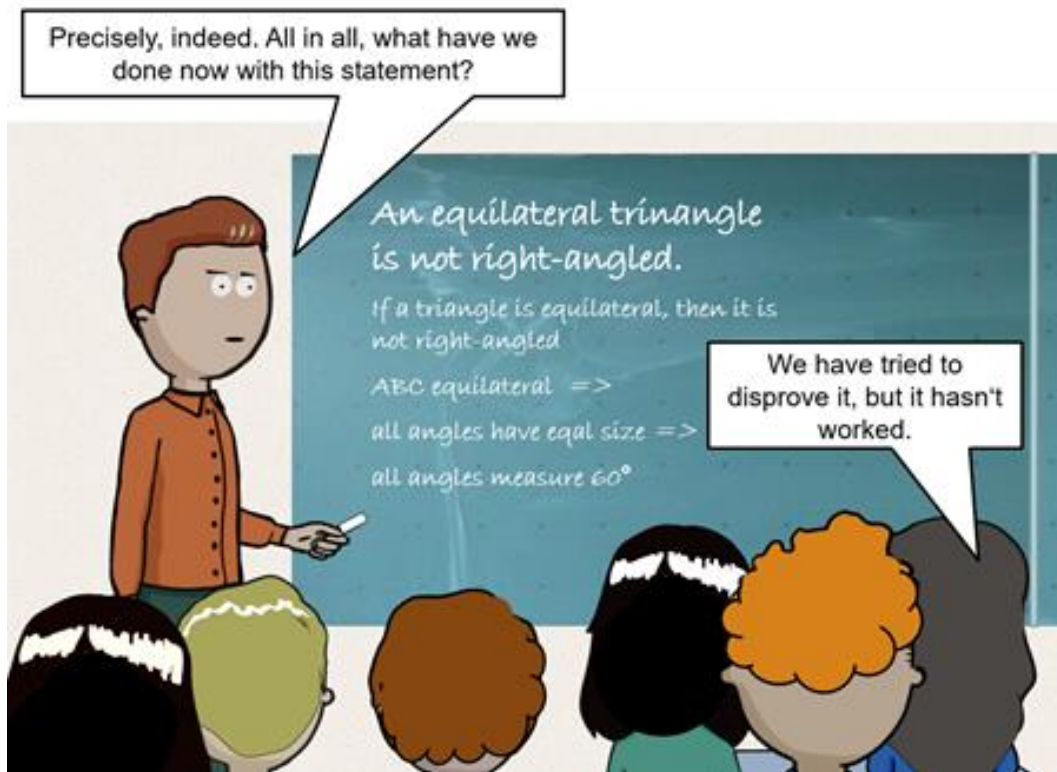


6

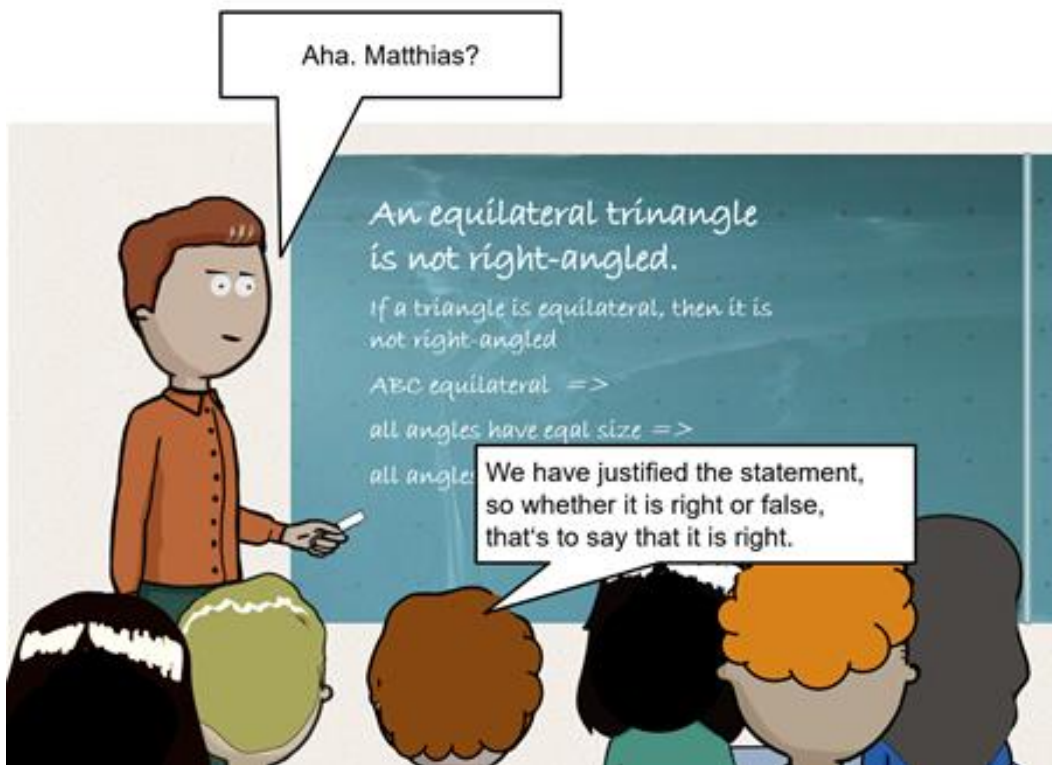




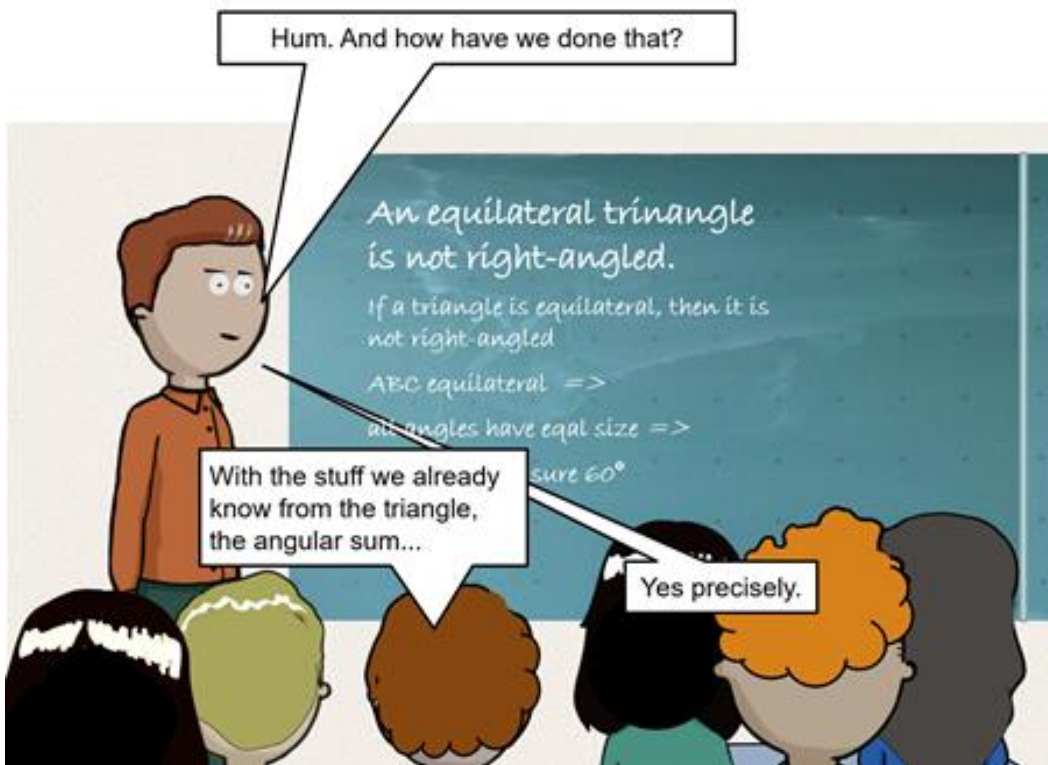
7



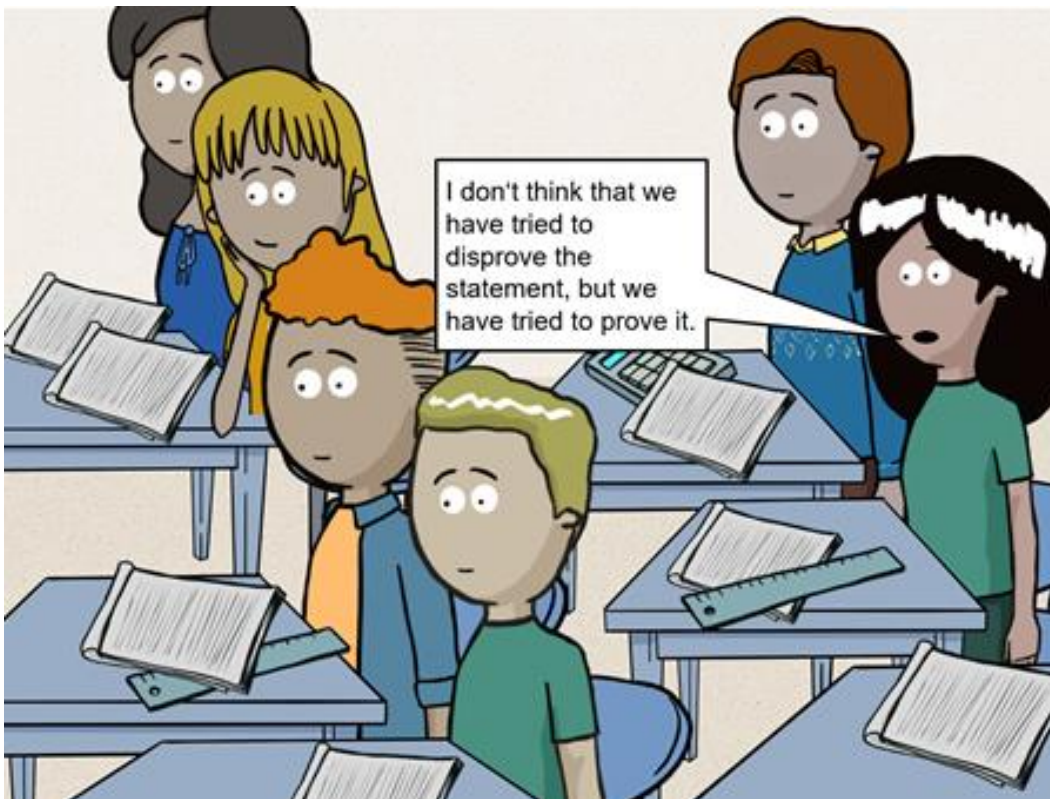
8



9

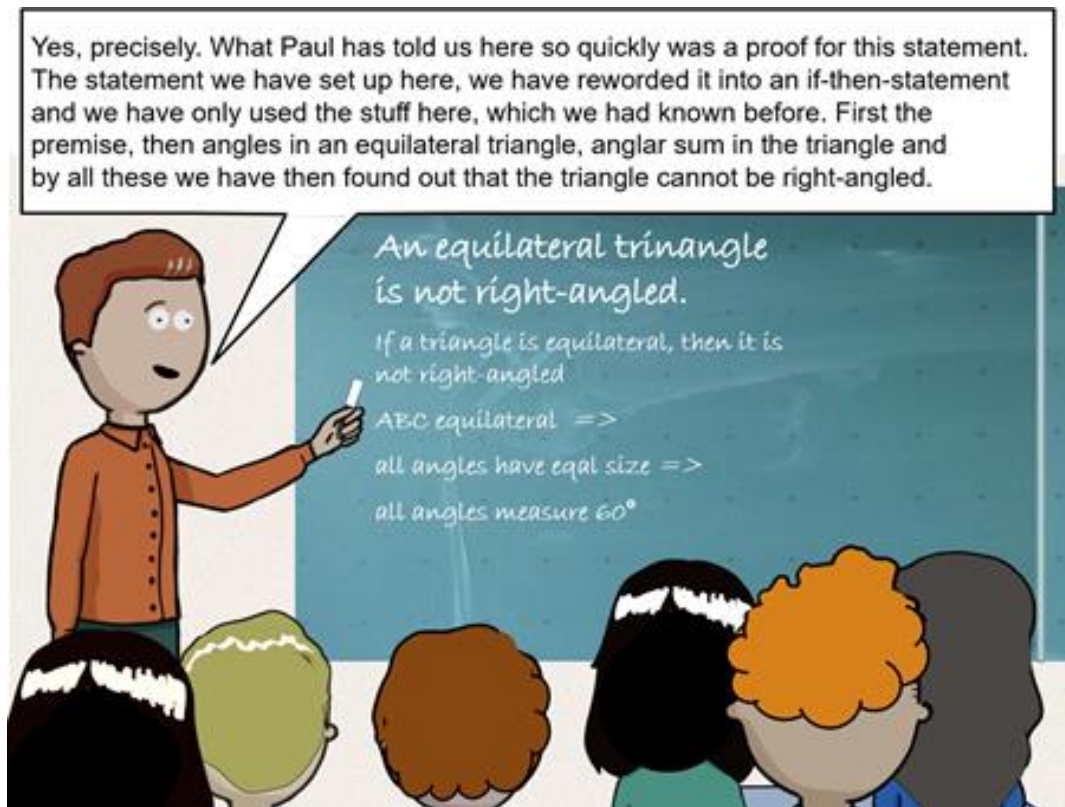


10





11



References

- Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.
- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.
- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.
- Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.
- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.
- Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41 (10), 1040–1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) *Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the class-room. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csikos, C., Rausch, A., & Szitányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.

Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachrichten zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 71-88). Opladen: Leske+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachrichten zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73-94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). *Psychologie der Fehler*. Leipzig: Klinkhardt.



Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes

in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Promoting argumentation

in the mathematics classroom



A Course Concept for

Promoting argumentation

in the mathematics classroom

What is the **target group** of the course?

Mathematics pre-service teachers
Secondary school level (year 5-12/13 students), with specific focus on academic-track secondary schools

What are the **aims** and the **learning goals** related to the course?

Building up and enhancing pre-service teachers' competence of analysing

- mathematical content with respect of identifying learning opportunities related to argumentation
- the learners' reasoning
- classroom situations with respect of opportunities of argumentation
- to what extent different teachers' reactions may promote students' reasoning and argumentation

Building up related professional knowledge, views, and awareness

What is the **related theory**?

Argumentation and proof in the mathematics classroom and related empirical findings (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); aspects and possibilities of promoting discourse and argumentation (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to argumentation (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)



How is the course
structured?

Duration: (Up to) one semester with weekly 90-
minutes seminar sessions

Structure:

- Pretest (vignette-based)
- Part I: introduction to the role of proof and argumentation in the discipline of mathematics, using the Topic Study method (Kuntze, 2006)
- Part II: Introduction to different theories related to argumentation and proof (e.g. Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004, 2005; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); in particular, the potentially detrimental role of small-step teacher-centred interaction patterns for argumentation and classroom discourse is highlighted; vignette-based work
- Part III: strategies of promoting argumentation in the mathematics classroom: Discourse-oriented approaches to classroom interaction (e.g., Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021): vignette-based work
- Posttest (vignette-based), feedback, self-assessment of progress

What is **represented** and in
which **format** (video, text,
cartoon or combination)?

Classroom situation vignettes combined with task material related to the classroom situations: Possible formats: text and cartoon vignettes, (video vignettes also available in some cases but subject to possible restrictions related to data protection)

How many vignettes are part
of course?

Depending on the time available, 6-10 classroom situation vignettes are included in the course; the course is also in general open to vignettes produced/brought in by pre-service teachers.

Are the vignettes **found,**
authentic, adapted or
scripted?

Both vignettes derived from authentic classroom situations and specifically designed vignettes are included so as to provide rich potential for reflection, discussion and reasoning on opportunities for promoting argumentation in the mathematics classroom.



What does the **course format** look like? (organisation of sessions, online/offline/hybrid, duration, ...)

Online and presence formats are possible; the course is planned to cover a semester (around 14 sessions of 90 minutes each), shorter course modules are possible as well (e.g., for integration into other seminars, e.g. as a sub-section).

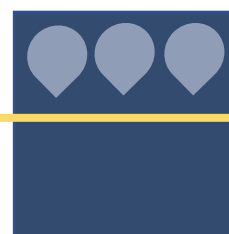
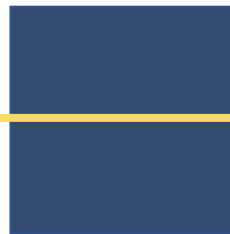
Timeline

of the Course:

Vignette-based pre-test

Part II and III: Vignette-based work alternated with short theory input phases

Vignette-based post-test



Part I: Topic study on argumentation & proof

Part II: Argumentation in the mathematics classroom: Findings in mathematics education

Part III: Strengthening strategies of promoting discourse

Course description

The course starts with a vignette-based pre-test, also focusing on teachers' views related to argumentation in the mathematics classroom. This questionnaire instrument opens up the course topic and helps to evaluate the progress of the participants.

Part I of the course is an introduction to the role of proof and argumentation in the discipline of mathematics, using the Topic Study method (Kuntze, 2006). Participants are required to write a summarising topic study essay.

On this base, part II of the course focuses on key aspects of mathematics education theory and findings from empirical studies related to argumentation in the mathematics classroom; in particular, the potentially detrimental role of small-step teacher-centred interaction patterns for argumentation and classroom discourse is highlighted. This part of the course repeatedly includes vignette-based learning activities. The theoretical background is hence intended to be connected with practice contexts through the analysis of vignette examples. Both cartoon vignettes and authentic classroom video vignettes can be used for this analysis activities.



Part III of the course aims at strengthening the participants' knowledge related to strategies of promoting argumentation in the mathematics classroom: Discourse-oriented approaches to classroom interaction (e.g., Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021) are an example of supporting related goals – and these approaches are connected with practice situation contexts through vignette-based work.

After completing the (vignette-based) posttest, the participants are invited to give feedback, and on the base of their answers to pre- and posttest, they are asked to self-assess their progress and learning outcomes.

References

- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.
- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.
- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.
- Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.
- Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.
- Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.
- Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.
- Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Healy, L. & Hoyles, C. (1998). *Justifying and Proving in School Mathematics*. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.
- Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.
- Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education* , 5, 61-88.



Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proceedings of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografierter Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.



Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Reflecting on argumentation

in classroom interaction



A Vignette for

Reflecting on argumentation

in classroom interaction

“Proving and disproving”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Secondary school level (year 5-12/13 students)

Is this vignette **part of a course**?

Yes, it is part of the course:
Promoting argumentation in the mathematics classroom

Remark: At the same time, it is also (under a different perspective, part of the course:
Using mistakes as learning opportunities in the mathematics classroom

What is the **context** in which the vignette is used?

This vignette is one of the vignettes in Part III of the course, for analysing and discussing how argumentation can be promoted in classroom interaction (see course concept)

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Building up and enhancing pre-service teachers' competence of analysing

- how argumentation can take place in classroom interaction
- potential obstacles in classroom discourse
- strategies of organising and structuring interaction around argumentation
- how mistakes can function as opportunities for argumentation

Building up related professional knowledge, views, and awareness

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

This vignette shows an authentic classroom situation, it has been designed according to a classroom video. This results in specific possibilities for observation, e.g. the observation of difficulties in the classroom discourse, incomplete sentences, etc.

How long would the situation take in the classroom?

Classroom situation corresponding to the vignette:
About 5-10 Min.

Is the vignette found, **authentic**, adapted, or scripted?

See above, this vignette has been designed according to an authentic classroom video

What is the related **theoretical framework**?

Argumentation and proof in the mathematics classroom and related empirical findings (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); aspects and possibilities of promoting discourse and argumentation (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to argumentation (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

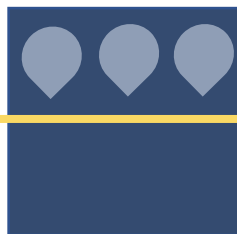
Position of the vignette

in the course:

Vignette-based

Part II and III: Vignette-based work alternated with short theory input phases

Vignette-based post-test



Part I: Topic study on argumentation & proof

Part II: Argumentation in the mathematics classroom: Findings in mathematics education

Part III: Strengthening strategies of promoting discourse



Vignette – “Proving and disproving”

1

An equilateral trinangle is not right-angled.

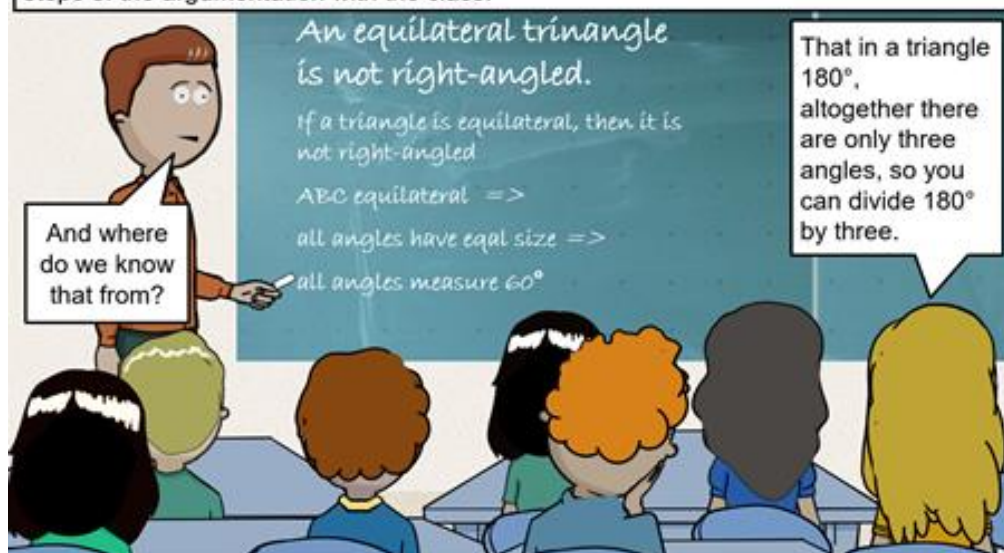
- A classroom situation, which has really taken place (about like this) -

Some information:

- Year 8 geometry classroom
- Immediately before, the students had been working (for about 10 min) in pairs on argumentation tasks, which are now being discussed
- Argumentations related to the statement „An equilateral trinangle is not right-angled” are now being discussed

2

Shortly afterwards – the teacher has in the meantime wordlessly noted at the blackboard what a student („Paul”) has presented as a solution. He now revisits the steps of the argumentation with the class:

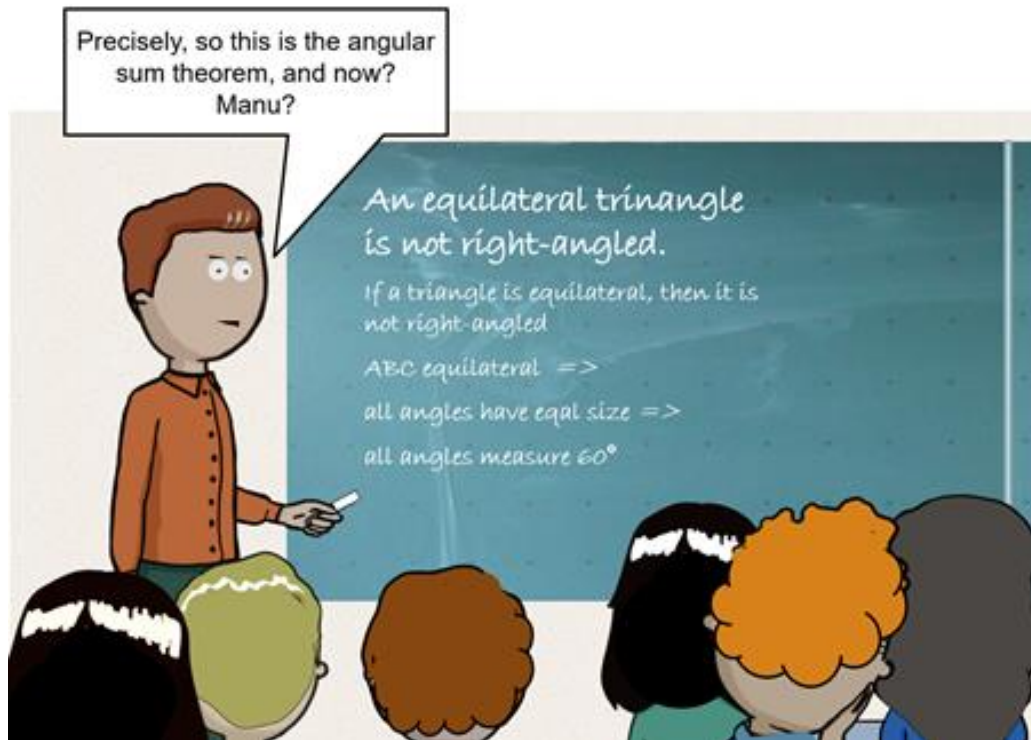




3

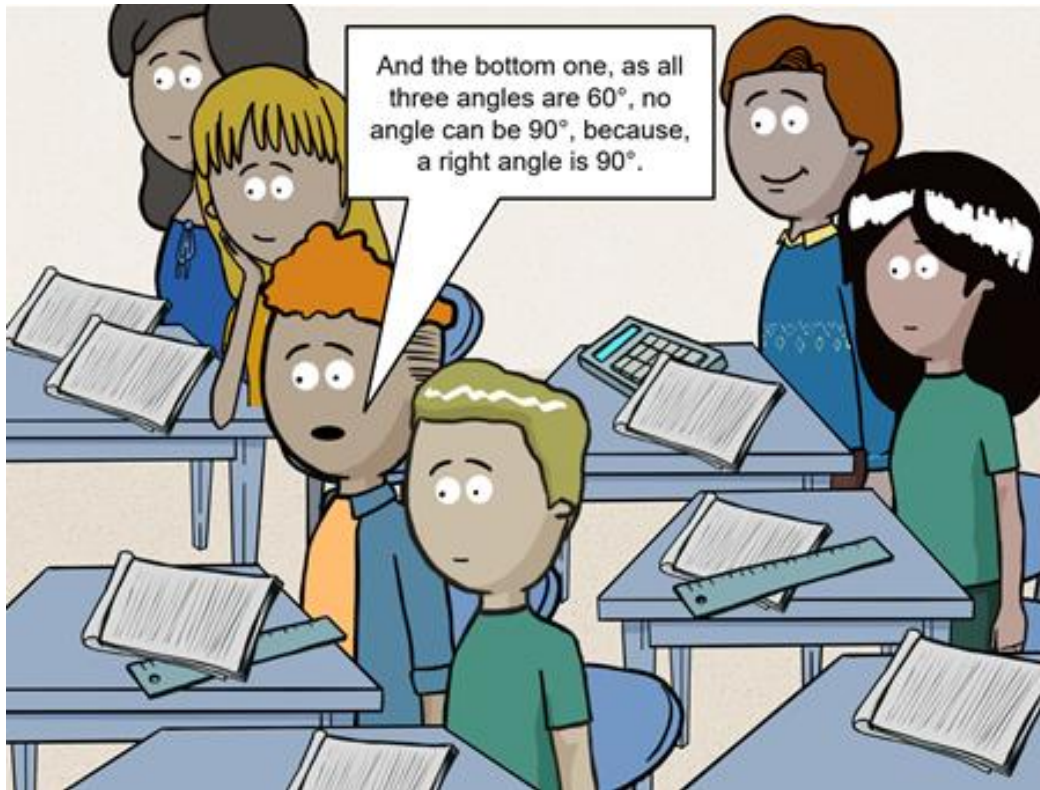


4

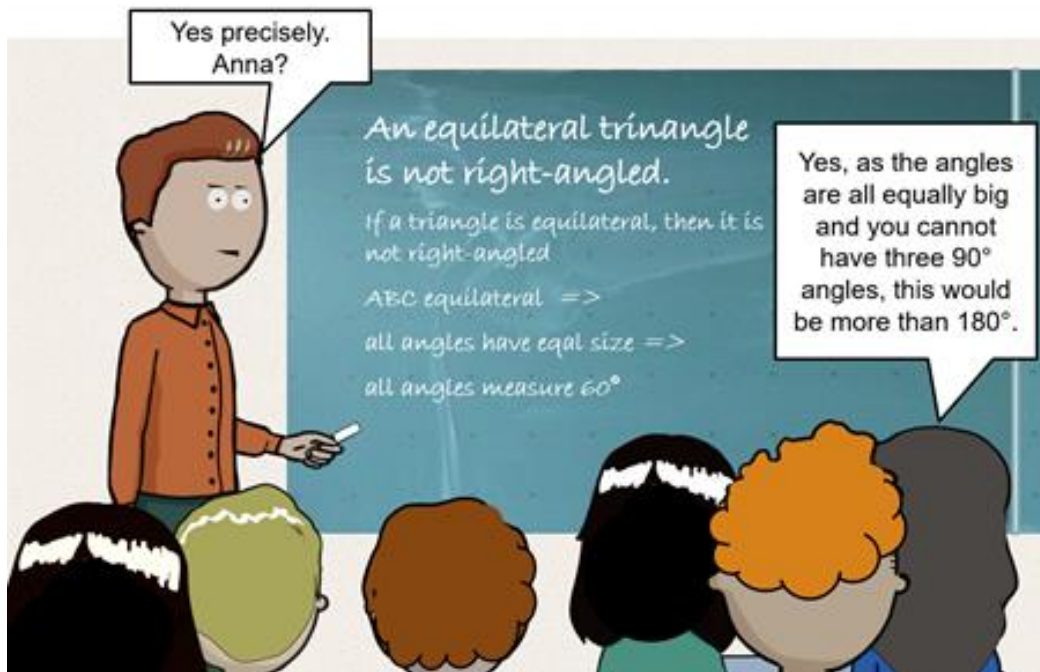




5

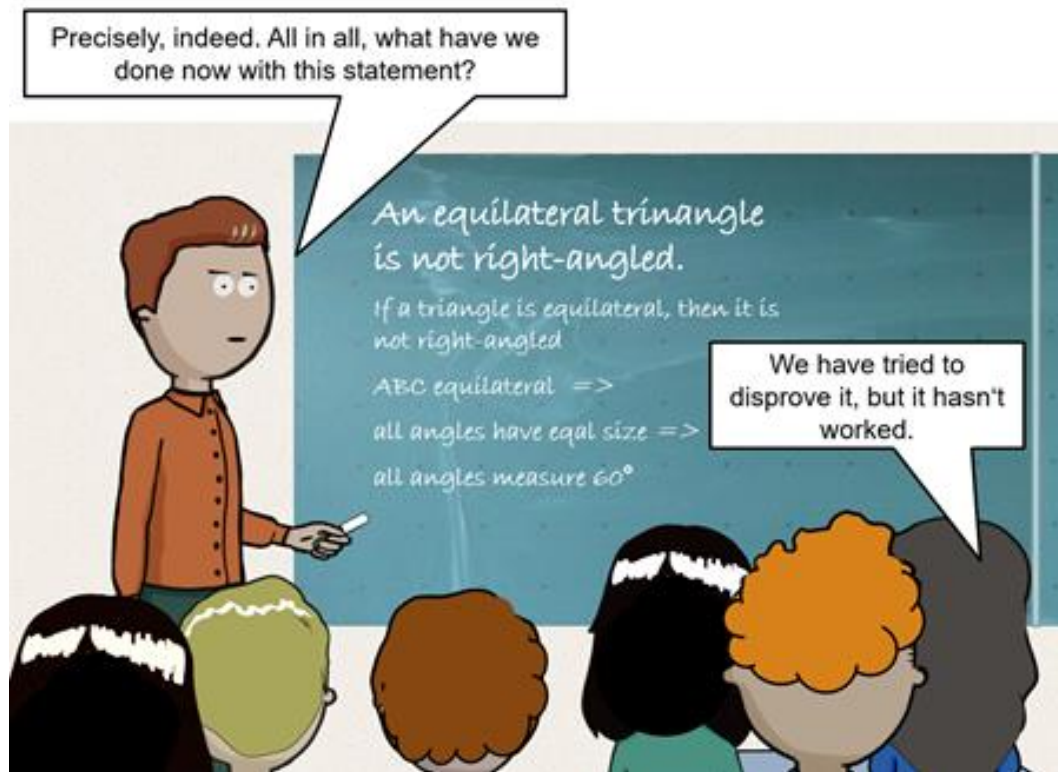


6





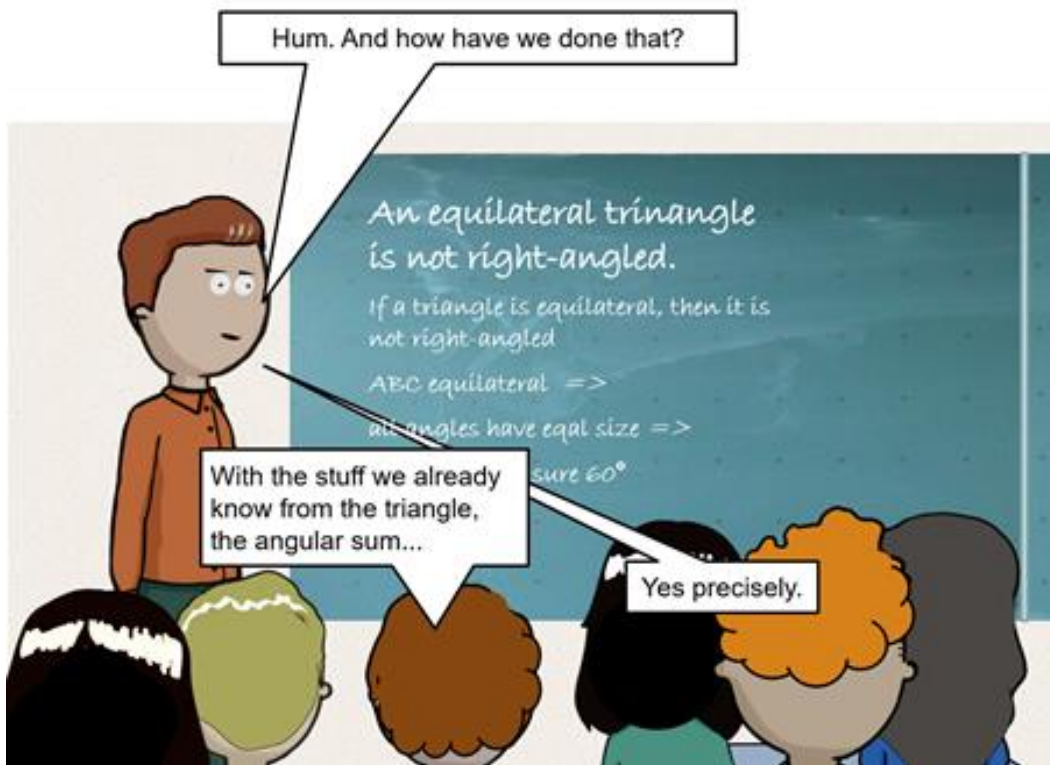
7



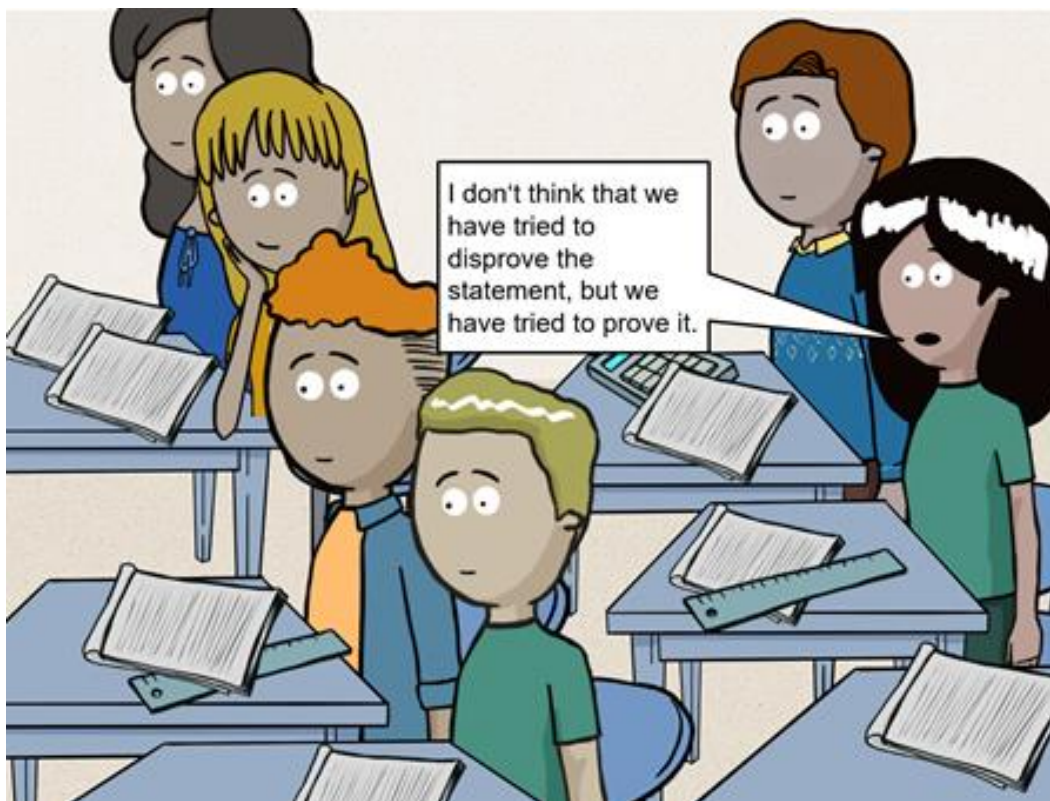
8



9



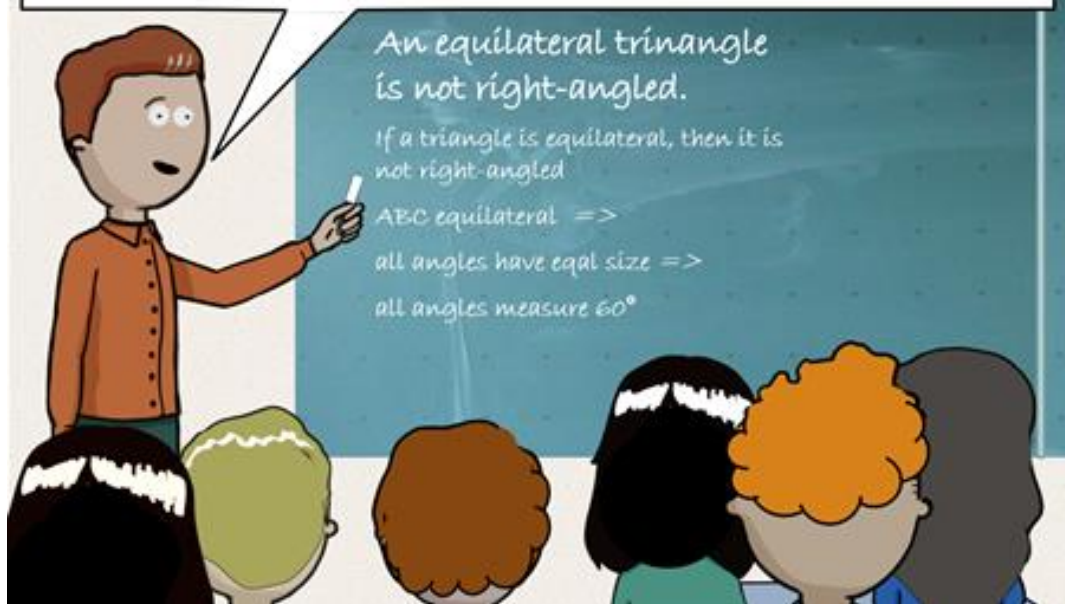
10





11

Yes, precisely. What Paul has told us here so quickly was a proof for this statement. The statement we have set up here, we have reworded it into an if-then-statement and we have only used the stuff here, which we had known before. First the premise, then angles in an equilateral triangle, angular sum in the triangle and by all these we have then found out that the triangle cannot be right-angled.



References

- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.
- Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.
- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.
- Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.
- Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.
- Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.
- Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.
- Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). Justifying and Proving in School Mathematics. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.

Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografiertter Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International*

Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur *Zeitschrift für Pädagogik* (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes

in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Dealing with heterogeneous learning

prerequisites / diversity

in the mathematics classroom



A Course Concept for

Dealing with heterogeneous learning prerequisites

/ diversity in the mathematics classroom

What is the **target group** of the course?

Mathematics pre-service teachers
Secondary level (grades 5-12/13)

What are the **aims** and the **learning goals** related to the course?

Pre-service teachers learn about goals for a mathematics classroom which is aware of heterogeneous learning prerequisites:

- A classroom which connects with individual prior knowledge and individual views/conceptions
- A classroom which avoids creating obstacles for weaker students
- A classroom which allows for challenging tasks and deepening considerations for higher-achieving students
- A classroom which is adaptive in stimuli and learning support
- A classroom which offers multiple learning opportunities
- A classroom which provides room for individual and collaborative learning processes

Pre-service teachers are supported in building up related competences of analysing:

- Analysis of students' thinking, learning prerequisites and difficulties
- Analysis of tasks and contents related to possibilities of providing learning opportunities and learning support on various levels of complexity
- Analysis related to addressing learning prerequisites and needs adaptively

Moreover, pre-service teachers are supported in building up related professional knowledge, views, and awareness

What is the **related theory**?

Theories of individual learning support (e.g. Krammer, 2009; Schnebel, 2013) and related mathematics

education contents are the basis for a noticing competence encompassing a set of different criteria: a corresponding construct of multi-criterion noticing necessary for contexts in which heterogeneous learning prerequisites have to be taken into account has been presented in Kuntze et al. (2021). The teachers' analysis related to this multi-criterion noticing focuses on task characteristics, on teachers' ability to address individual learning needs, of reacting flexibly and adaptively, according to the students' ways of thinking, among other.

As an analysis tool for diagnosing individual learning needs, there is also a reference to ways of dealing with representations of mathematical objects (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006, see also course concept "Dealing with representations of mathematical objects), so teachers' competence of analysing the use of representations by learners and in tasks is also in the foreground (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016); The background theoretical framework is also based more generally on professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012).

Considerations on issues related to students' language competences are based on Reinhold, Oppelt und Reiss (2018) as well as on Prediger (2017).

How is the course
structured?

Duration:

One semester with weekly 90-minutes seminar sessions

Structure:

The course starts with a (vignette-based) pre-test. The course contents are divided into chapters on:

- Introduction to heterogeneous learning prerequisites / diversity
- Analysing learning prerequisites and learning processes of students
- Learning prerequisites – a video analysis: Exemplary analysis of video vignette with sample solution
- Learning prerequisites – a vignette
- Learning prerequisites – issues of language
- Learning prerequisites – a critical look on currently institutionalised ways of diagnosing (by school administration and in textbook

material): Vignette-based work with material vignettes

- The role of tasks
- Opening tasks, tasks open to approaches at different levels of complexity

A post-test is again vignette-based, teachers' views, feedback, and a self-assessment of progress are collected

What does the **course format** look like? (organisation of sessions, online/offline/hybrid, duration, ...)?

Online (as a consequence of the pandemic situation) and offline formats are possible (See also description of course structure above)

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

The classroom situation vignettes are mostly in text and/or cartoon formats, there is also a video vignette (public resource with course-specific analysis question) implemented in the course

How many vignettes are part of course?

Around 10 vignettes are implemented in course material. The course is in general open to vignettes produced/brought in by pre-service teachers.

Are the vignettes **found, authentic, adapted or scripted?**

The vignettes mentioned above have been specifically designed corresponding to the aims of the specific chapters of the seminar, so as to provide targeted material for connecting theory and practice, stimulating practice-related reflection and discussion

Is there **complementing text material** for the course participants?

See above in the "related theory" section, there is a text document accompanying the online-based course and its reflection tasks

Further comments / recommendations

Development of the participants' so-called multi-criterion noticing has been documented empirically (Kuntze et al., 2021). However, against evidence of some pre-service teachers' difficulty, specific help should be made available to those pre-service teachers who struggle with multi-criterion noticing, an intermediary (self-)assessment during the seminar course could bring a further added value.



Course description

The course starts with a pre-test based on a vignette and a questionnaire related to teachers' views on dealing with heterogeneous learning prerequisites. The test instrument affords evaluating the progress of the participants, also through their self-assessment.

The course is divided into eight parts/chapters, which contain case-based work as supported by vignettes and more general thoughts and theoretical content. Teachers' views are always in the foreground as well, as teachers have to face a number of pedagogical dilemmas when dealing with heterogeneous learning prerequisites in the classroom – views can play a key role in this complex professional decision-making context. Expertise in this area also means that mathematics teachers have to be able to deal with such dilemma situations in the sense that they have to critically argue and weigh arguments related to decisions in the classroom.

The eight parts/chapters are the following:

- (1) Introduction to heterogeneous learning prerequisites / diversity
- (2) Analysing learning prerequisites and learning processes of students
- (3) Learning prerequisites – a video analysis: Exemplary analysis of video vignette with sample solution
- (4) Learning prerequisites – a vignette
- (5) Learning prerequisites – issues of language
- (6) Learning prerequisites – a critical look on currently institutionalised ways of diagnosing (by school administration and in textbook material): Vignette-based work with material vignettes
- (7) The role of tasks
- (8) Opening tasks, tasks open to approaches at different levels of complexity

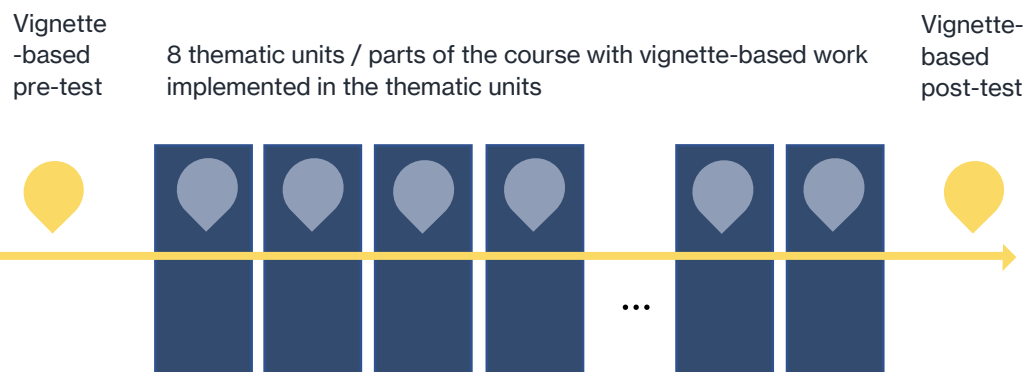
Like this, several meaningful areas of interest are addressed: After an orientation in frameworks in the introduction, a set of aspects related to diagnosing and dealing with learning prerequisites plays an important role, including the important aspect of language competences. A focus on task material complements the focus on learners and their needs, representing the side of learning opportunities and their design.

After completing a (vignette-based) post-test, the participants are invited to give feedback, and on the base of their answers to pre- and post-test, they are asked to self-assess their progress and learning outcomes.



Timeline

of the Course:



Key elements of working process: Learning about knowledge elements related to theory and criteria of dealing with heterogeneous learning prerequisites, criteria-based analyses of vignettes, collaborative reflection

References

- Krammer, K. (2009). Individuelle Lernunterstützung in Schülerarbeitsphasen. Eine videobasierte Analyse des Unterstützungsverhaltens von Lehrpersonen im Mathematikunterricht. [Individual learning support during student work. A video-based analysis of support by teachers in mathematics classrooms]. Münster: Waxmann.
- Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S., Friesen, M., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L. & Healy, L. (2021). Multi-criterion noticing: Pre-service teachers' difficulties in analysing classroom vignettes. In Inprasitha, M., Changsri, N., Boonsena (Eds.). Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3 (pp. 173-183). Khon Kaen, Thailand: PME.

Prediger, S. (2017). Auf sprachliche Heterogenität im Mathematikunterricht vorbereiten – Fokussierte Problemdiagnose und Förderansätze. In J. Leuders et al. (Hrsg.), Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen, Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik (S. 29-39). Wiesbaden: Springer. doi 10.1007/978-3-658-16903-9_3.

Reinhold, F., Oppelt, S., Reiss, K. (2018). DaZ-Methoden im Fachunterricht Mathematik. MNU-Journal, (5), 297-302.

Schnebel, S. (2013). Lernberatung, Lernbegleitung, Lerncoaching – neue Handlungsformen in der Allgemeinen Didaktik? Jahrbuch für Allgemeine Didaktik, 3, 278-296.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de
Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes

in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Challenging Teachers' Knowledge

Eliciting discussion on topics related to
school practice in elementary mathematics
– solving and assessing tasks that are open



A Course Concept for

Challenging Teachers'

Knowledge

“Eliciting discussion on topics related to school practice in Elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open”

What is the **target group** of the course?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

What are the **aims** and the **learning goals** of the course?

The course consists of a set of 10 vignettes (Concept Cartoons) related to various topics of elementary mathematics education. The aim of this set is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that are open:

- multiple possible correct ways of solving,
- multiple correct results,
- multiple interpretations of the assignment,
- multiple interpretation of results,
- correct vs incorrect ways of solving,
- multiple-step solution procedures,
- assessment of pupils' answers (assessment of results vs. assessment of individual steps of the procedure), etc.

The set of vignettes intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely:

- knowledge of tasks (various ways of their solving),
- knowledge of pupils (various solution ideas),
- knowledge of instruction (assessment).

What is the **related theory**?

Problem solving (Polya), open-ended approach (Nohda, Becker & Shimada), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

How is the course
structured?

Introduction

- The structure of Concept Cartoons.
- The set of indicative questions.

Work with vignettes

- Individual written work: for each of the vignettes, the respondents individually answer the indicative questions
- Mid-analysis: [if applicable, optional] the leader of the course analyses the answers, in order to be able to orchestrate better the subsequent discussion
- Group discussion

Conclusion

- Open tasks
- Solving open tasks
- Assessing open tasks solutions

The set of indicative questions:

- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)

What does the **course
format** look like?

Duration: 6 units per 45 minutes

1st unit: Introduction

2nd unit: Individual work (vignettes No. 1 to 5)

3rd unit: Discussion (vignettes No. 1 to 5)

4th unit: Individual work (vignettes No. 6 to 10)

5th unit: Discussion (vignettes No. 6 to 10)

6th unit: Conclusion

Face-to-face format – slow or fast version:

- 3 weeks, 2 units per week
- 6 weeks, 1 unit per week

Online format adjustment:

- Individual work units as homework
- Introduction, Discussion & Conclusion units as online lesson.

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Represented are:

- Classroom situations
- Multiple ways of interpreting and solving a given task

Format:

A set of independent cartoon pictures
(Concept Cartoons)

How many vignettes are part of course?

10 vignettes:

No. 1 - Cubes in a box

No. 2 - Triangle area

No. 3 - Missing digits

No. 4 - Pills

No. 5 - Millgate School

No. 6 - Lemon balance

No. 7 - Seesaws

No. 8 - Race

No. 9 - City temperature

No. 10 – Apples

Are the vignettes **found, authentic, adapted or scripted?**

Found (No. 1, 2, 8, 9)

Adapted (No. 3, 4, 5, 10)

Scripted (No. 6, 7)

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed.

Further **comments**

The analysis of answers prior the discussion is optional but highly recommended.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Timeline

of the Course:

The first set of vignettes
to elicit discussion of
pre-service teachers.

The second set of vignettes
to elicit discussion of pre-
service teachers.

Reflection and discussion
of the first set of vignettes

Reflection and discussion
of the second set of
vignettes

References

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) *Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM)*, Sandbach: Millgate House Education.

Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). *Open-ended approach*. Reston: NCTM.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Challenging Teachers' Knowledge

„Cubes in a Box“



A Vignette for

Challenging Teachers'

Knowledge

“Cubes in a Box”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open: **vignette No. 1**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work / The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of the volume of a cuboid. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice (e.g. the meaning of essential mathematical concepts).

The vignette intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (important mathematical concepts behind the tasks), knowledge of pupils (various correct and incorrect solution ideas, more or less usual pupil misconceptions) and knowledge of instruction (assessment).

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Represented are:

- A classroom situation
- A task on the concept of the volume (comparison of the volume of two cuboids)
- One correct solution of the given task
- Three different pupil misconceptions about the concept of the volume
- Found, graphically adapted.
- Source: (Roubíček, 2014).
- Graphical elements: DIVER.

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed

What is the related **theoretical framework**?

Problem solving (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Further **comments**

The list of indicative questions:

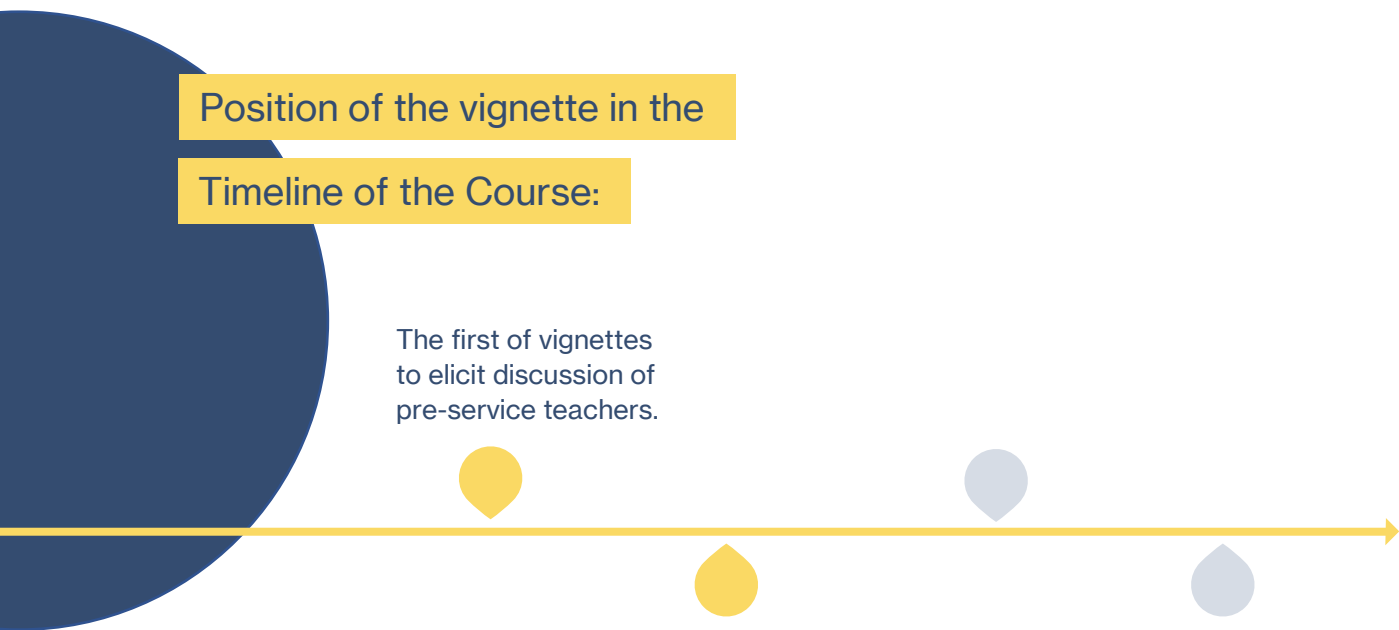
- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.

Position of the vignette in the

Timeline of the Course:

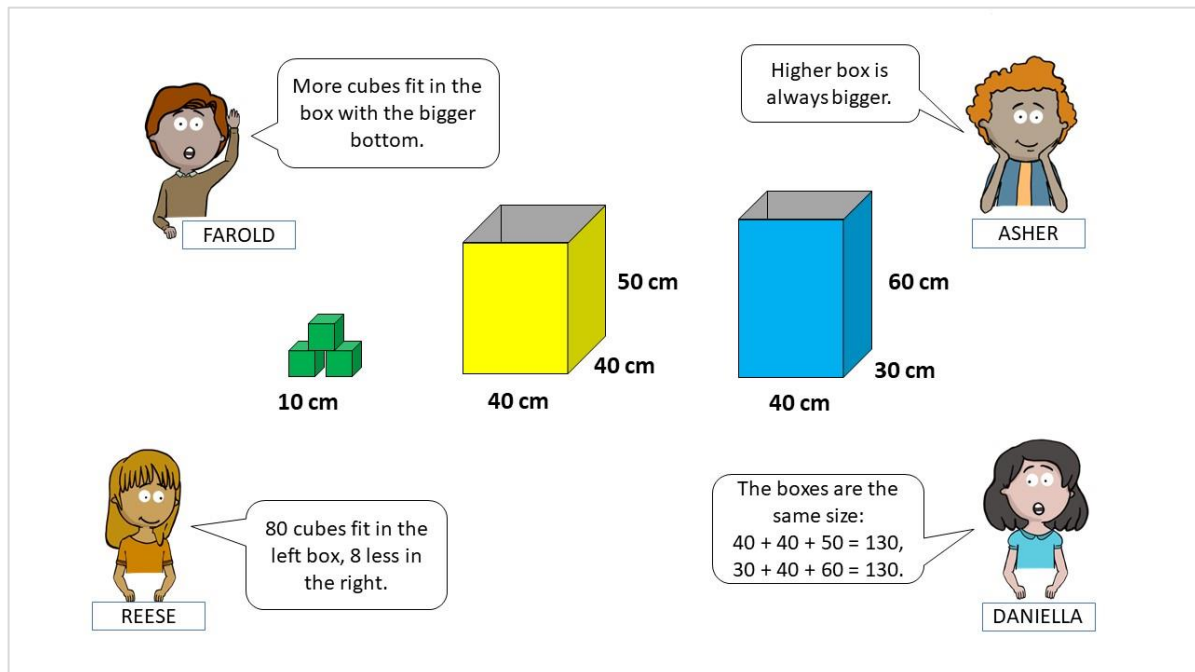
The first of vignettes to elicit discussion of pre-service teachers.

Reflection and discussion of the first set of vignettes





Vignette – “Cubes in a box”



Source of the task and the bubble content: Roubíček (2014); graphical elements: DIVER

References

- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Challenging Teachers' Knowledge

„Triangle area“



A Vignette for

Challenging Teachers'

Knowledge

“Triangle area”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open: **vignette No. 2**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work / The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of the area of a triangle. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that are open (e.g. have multiple correct ways of solving).

The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (various ways of their solving), knowledge of pupils (various correct and incorrect solution ideas, more or less usual pupil misconceptions) and knowledge of instruction (assessment).

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Represented are:

- A task with one result but more possible solution procedures
- Three different correct solution procedures
- Two different pupil misconceptions

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted?**

- Found, graphically adapted.
- Source: (Roubíček, 2014).
- Graphical elements: DIVER.

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed

What is the related **theoretical framework?**

Problem solving (Polya), open tasks (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Further **comments**

The list of indicative questions:

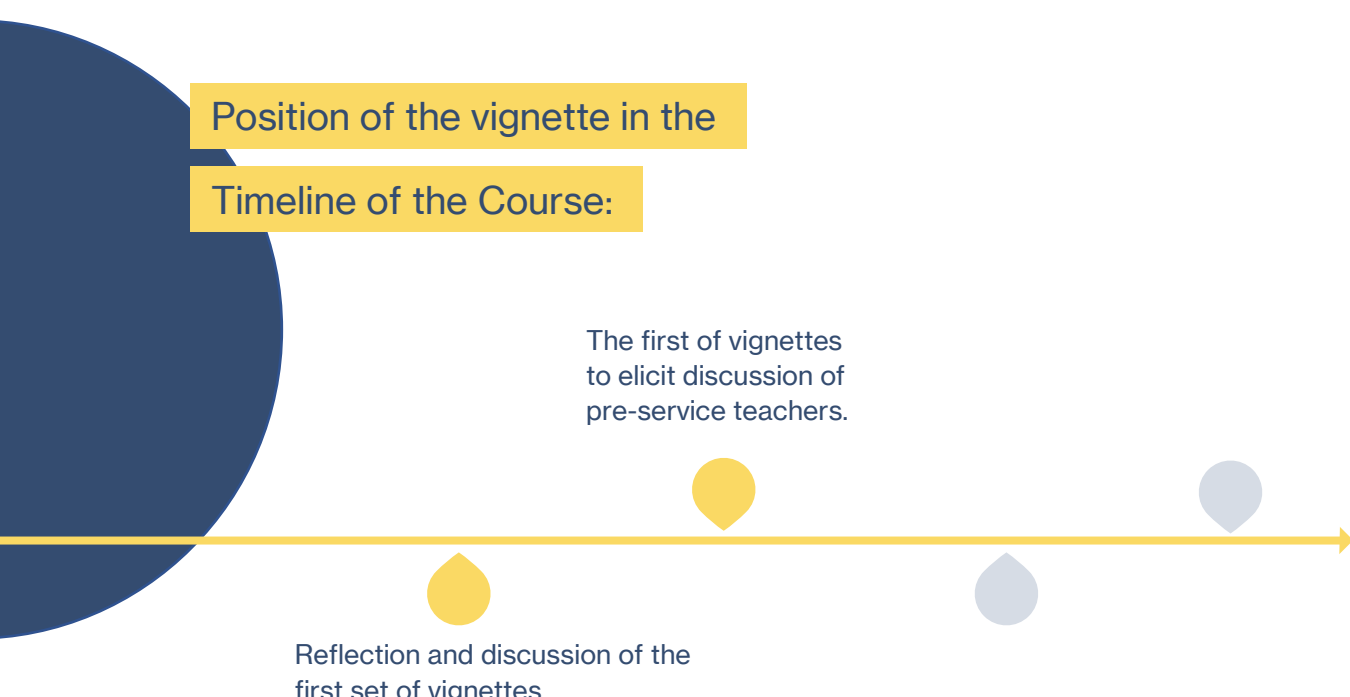
- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)

Position of the vignette in the

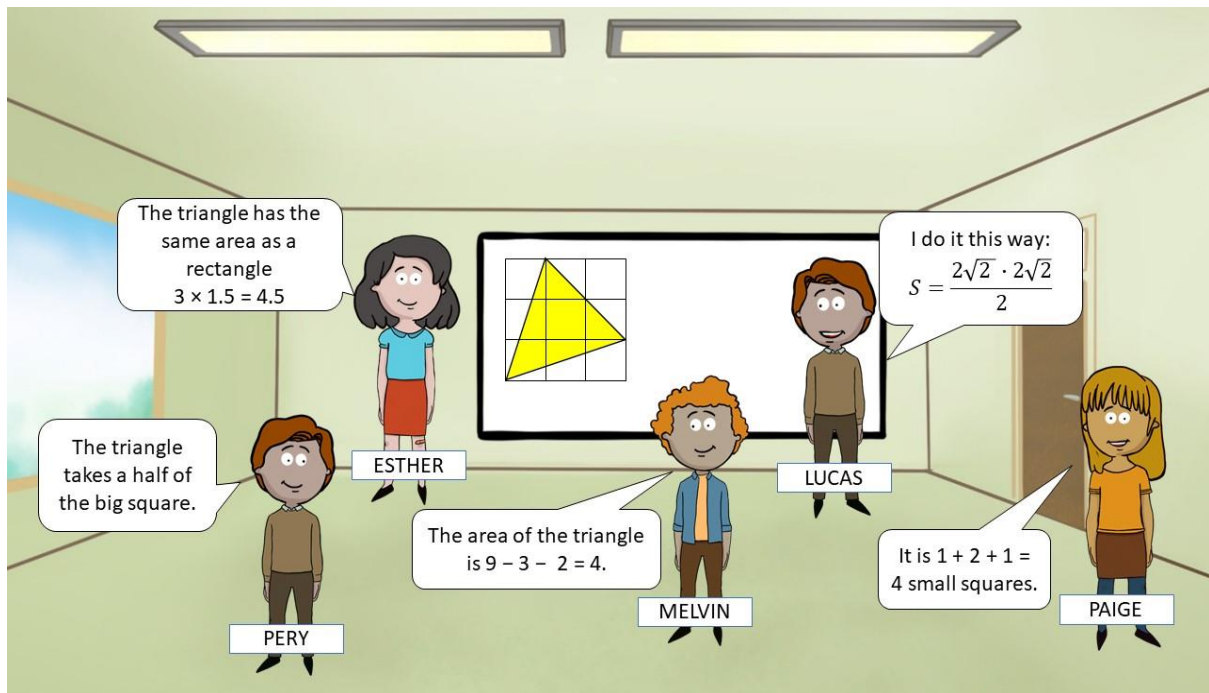
Timeline of the Course:

The first of vignettes
to elicit discussion of
pre-service teachers.

Reflection and discussion of the
first set of vignettes



Vignette – “Triangle area”



Source of the task and the bubble content: Roubíček (2014); graphical elements: DIVER

References

- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.
- Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Challenging Teachers' Knowledge

„Missing digits“



A Vignette for

Challenging Teachers'

Knowledge

“Missing digits”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open: **vignette No. 3**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work / The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of the written subtraction algorithm. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that are open (e.g. have multiple correct results, multiple correct notifications of a given result).

The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (multiple correct results and their systematic seeking), knowledge of pupils (various correct and incorrect solution ideas) and knowledge of instruction (assessment).

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)

Represented are:

- A classroom situation
- A task with two different solutions (results), each result consists of three numbers that can be ordered miscellaneously (by size, by the order in the final scheme, by the order of appearance during the solving process)
- One of the correct results, in two different orders
- Two different incorrect results
- A notice of the possibility of the existence of another correct result

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted?**

Adapted. Source of the version before adaptation: (Dabell et al., 2008: 2_10). What was adapted: the task, the content of bubbles, and graphics.

Graphical elements: DIVER, (Freepik, 2022).

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed

What is the related **theoretical framework?**

Problem solving (Polya), open tasks (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Further **comments**

The list of indicative questions:

- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.



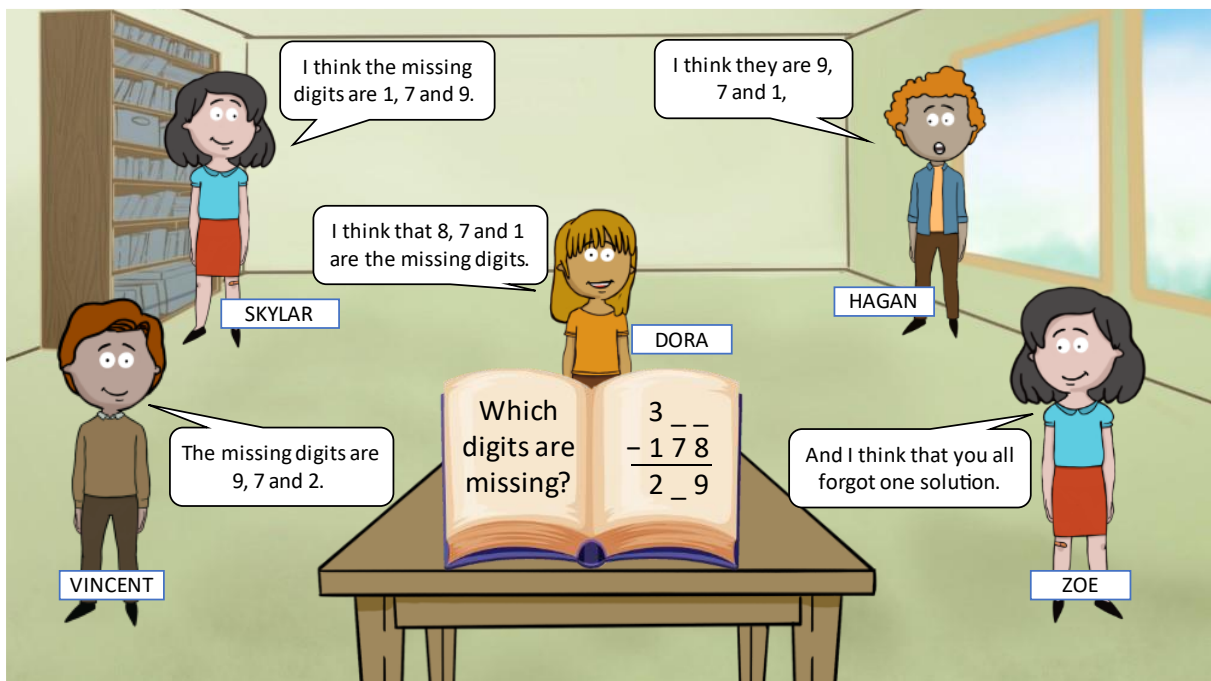
Position of the vignette in the

Timeline of the Course:

The first of vignettes
to elicit discussion of
pre-service teachers.

Reflection and discussion of
the first set of vignettes

Vignette – “Missing digits”



Created by an adaptation of the graphics, the task, and the content of bubbles in (Dabell et al., 2008: 2_10);
graphical elements: DIVER, (Freepik, 2022)

References

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). Opened book with empty pages. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/opened-book-with-empty-pages_21302874.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 9(2), 37–44.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Challenging Teachers' Knowledge

„Pills“



A Vignette for

Challenging Teachers'

Knowledge

“Pills”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open: **vignette No. 4**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work / The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of multiplicative application problems. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that are open (e.g. have multiple interpretations of the result).

The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (precise vs approximate results), knowledge of pupils (various correct and incorrect possible interpretations of results) and knowledge of instruction (assessment). The application task behind the Concept Cartoon has also multiple correct ways of solving, however no solution procedure is displayed in bubbles.

What is **represented** and in which **format**

Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Represented are:

- An everyday application situation
- A task with one solution (result) and multiple interpretations of the result (at least three different interpretations – the duration expressed precisely in days, weeks, approximately in months).
- Three of the different interpretations of the correct result
- Two different incorrect results

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

Adapted. Source of the version before adaptation: (Dabell et al., 2008: 3_12). What was adapted: the content of bubbles, graphics.

Graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021).

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed

What is the related **theoretical framework**?

Problem solving (Polya), open tasks (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Further **comments**

The list of indicative questions:

- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)

Position of the vignette in the

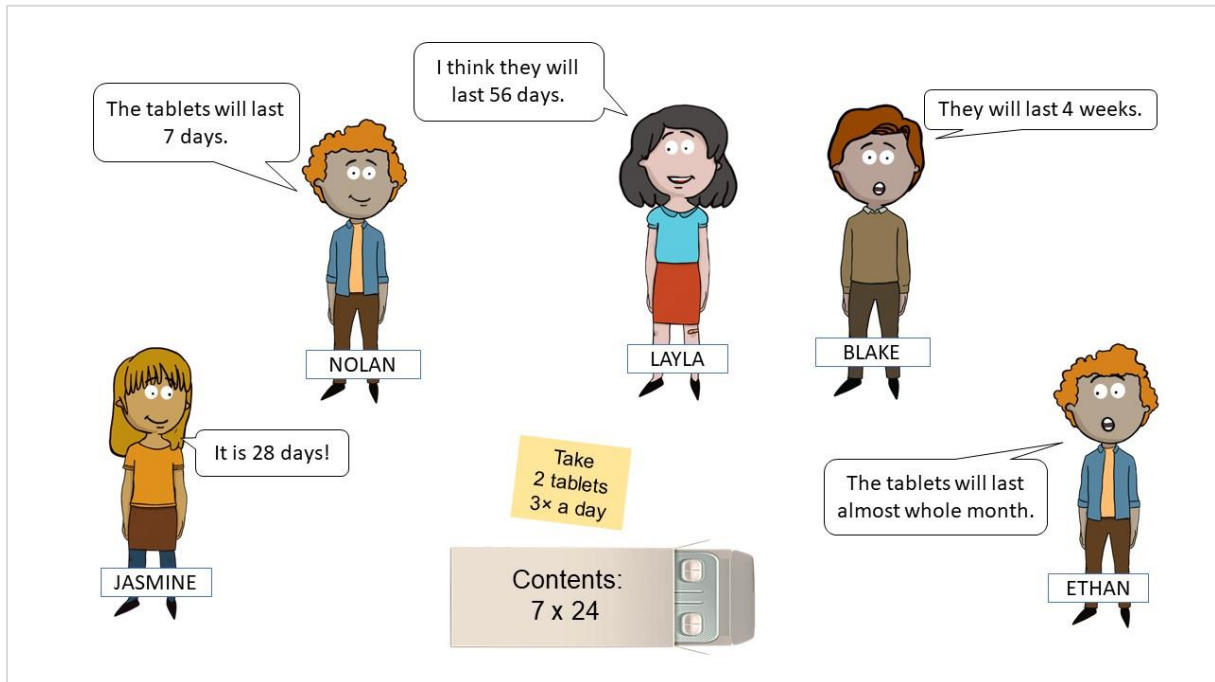
Timeline of the Course:

The first of vignettes to elicit discussion of pre-service teachers.

Reflection and discussion of the first set of vignettes



Vignette – “Pills”



Created by an adaptation of the graphics and the content of bubbles in (Dabell et al., 2008: 3_12); graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021)

References

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Freepik (2021). Blisters. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/realistic-set-opened-paper-packaging-with-blisters-medicine-pills-capsules_7437909.htm [21 November 2021].
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 9(2), 37–44.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Challenging Teachers Knowledge

„Millgate School“



A Vignette for

Challenging Teachers

Knowledge

“Millgate School”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open: **vignette No. 5**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work / The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of unequal partition problems. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing problems that appear to be difficult for pupils.

The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (unequal partition problems and their solution, verifying results of such problems), knowledge of pupils (various incorrect solutions) and knowledge of instruction (assessment). The task behind the Concept Cartoon has multiple solution procedures, however no solution procedure is displayed in bubbles.

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Represented are:

- An everyday application situation
- A task with one solution (result) and multiple solution procedures
- One correct result
- Four different incorrect results based on four most common misconceptions

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

Adapted. Source of the version before adaptation: (Dabell et al., 2008: 1_14). What was adapted: the content of bubbles, graphics. Graphical elements: DIVER, (Freepik, 2022a, 2022b, 2022c).

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed

What is the related **theoretical framework**?

Problem solving (Polya), unequal partition problems (MacGregor & Stacey, 1998; Samková & Tichá, 2015), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al., 2013).

Further **comments**

The list of indicative questions:

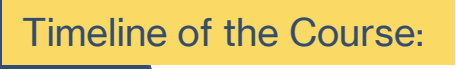
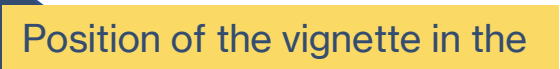
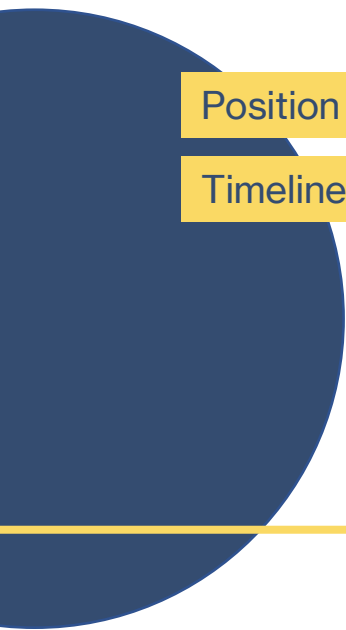
- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)

Position of the vignette in the

Timeline of the Course:

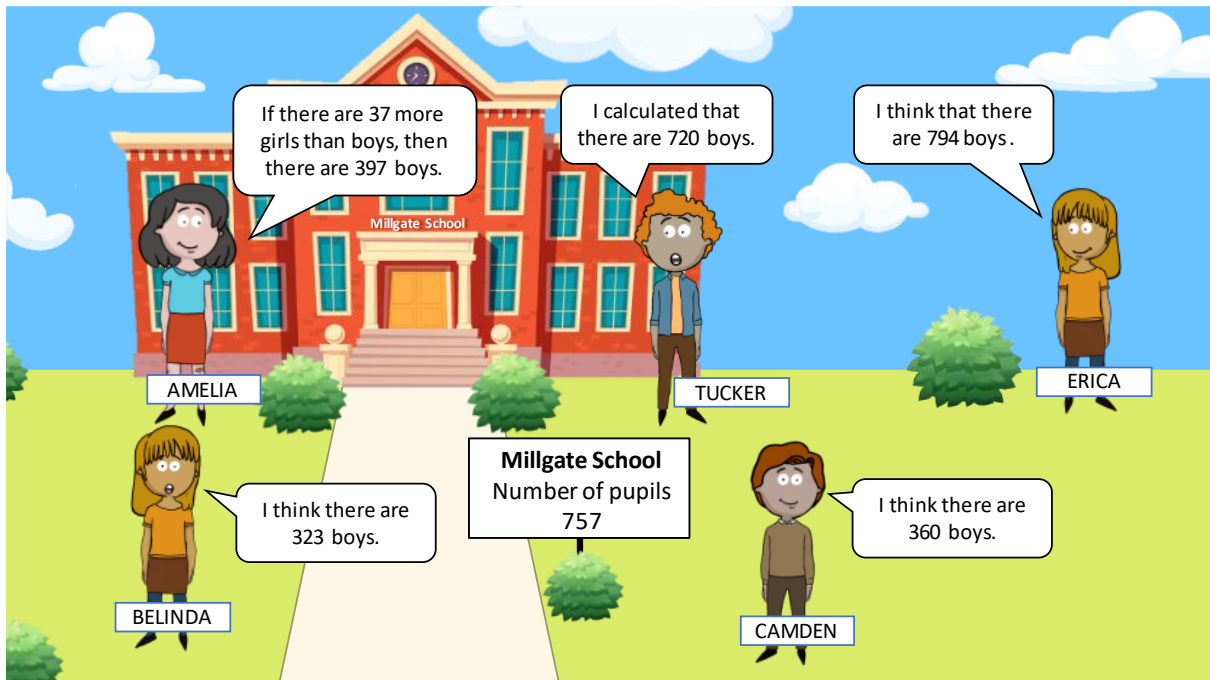
The first of vignettes to elicit discussion of pre-service teachers.

Reflection and discussion of the first set of vignettes





Vignette – “Millgate School”



Created by an adaptation of the graphics and the content of bubbles in (Dabell et al., 2008: 1_14); graphical elements: DIVER, (Freepik, 2022a, 2022b, 2022c)

References

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022a). Bush game template gui kit. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/bush-game-template-gui-kit_17628784.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Cartoon clouds collection. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/cartoon-clouds-collection_15783479.htm [29 August 2022].

Freepik (2022c). School building educational institution, college. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/school-building-educational-institution-college_7101629.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

MacGregor, M. & Stacey, K. (1998). Cognitive models underlying algebraic and non-algebraic solutions to unequal partition problems. *Mathematics Education Research Journal*, 10, 46-60.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2015). Investigating future primary teachers' grasping of situations related to unequal partition word problems. In *Proceedings CIEAEM 67* (295-303), Palermo, Italy: G.R.I.M.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Challenging Teachers' Knowledge

„Lemon balance“



A Vignette for

Challenging Teachers'

Knowledge

“Lemon balance”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open: **vignette No. 6**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work / The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the introduction to the topic of equations and the topic of ratios. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that are open (e.g. have multiple correct interpretations of the assignment, multiple correct procedures).

The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (multiple correct interpretations of the assignment, multiple correct solution procedures), knowledge of pupils (various possible misconceptions) and knowledge of instruction (assessment).

What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Represented are:

- An everyday application situation
- A task with two different interpretations of the assignment and multiple correct solution procedures
- Three correct statements about the pictured situation (two statements related to the more common interpretation, one to the less common interpretation)
- One incorrect statement (stating that the task is not solvable)

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

Scripted. Graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b).

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed

What is the related **theoretical framework**?

Problem solving (Polya), open tasks (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Further **comments**

The list of indicative questions:

- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)

Position of the vignette in the

Timeline of the Course:

The second set of vignettes to elicit discussion of pre-service teachers.

Reflection and discussion of the second set of vignettes

Vignette – “Lemon balance”



Newly created; graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b)

References

Freepik (2021a). Empty Supermarket. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/vector-background-empty-supermarket_4015161.htm [21 November 2021].

Freepik (2021b). Empty Balance Scales. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-empty-balance-scales-isolated-white-background_12321162.htm [21 November 2021].

Freepik (2021c). Lemon Pieces. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/different-lemon-pieces-flat-item-set_11235342.htm [21 November 2021].

Freepik (2022a). Raw organic eggplant food vector. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/raw-organic-eggplant-food-vector_3229571.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Various banana fruits flat icon set. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/various-banana-fruits-flat-icon-set-cartoon-exotic-natural-dessert-isolated-vector-illustration-collection_10173996.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.



Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In SEMT '19. Proceedings (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Challenging Teachers' Knowledge

„Seesaws“



A Vignette for

Challenging Teachers'

Knowledge

“Seesaws”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open: **vignette No. 7**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work / The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the introduction to the topic of inequalities. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that are open (e.g. have multiple correct answers).

The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (multiple correct answers), knowledge of pupils (various possible misconceptions) and knowledge of instruction (assessment).

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Represented are:

- An everyday application situation
- A task with two possible correct results (two objects might be the lightest, it is not possible to say which one really is)
- Three correct statements about the pictured situation
- Two incorrect statements, based on a frequent misconception

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

Scripted. Graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022)

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed

What is the related **theoretical framework**?

Problem solving (Polya), open tasks (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Further **comments**

The list of indicative questions:

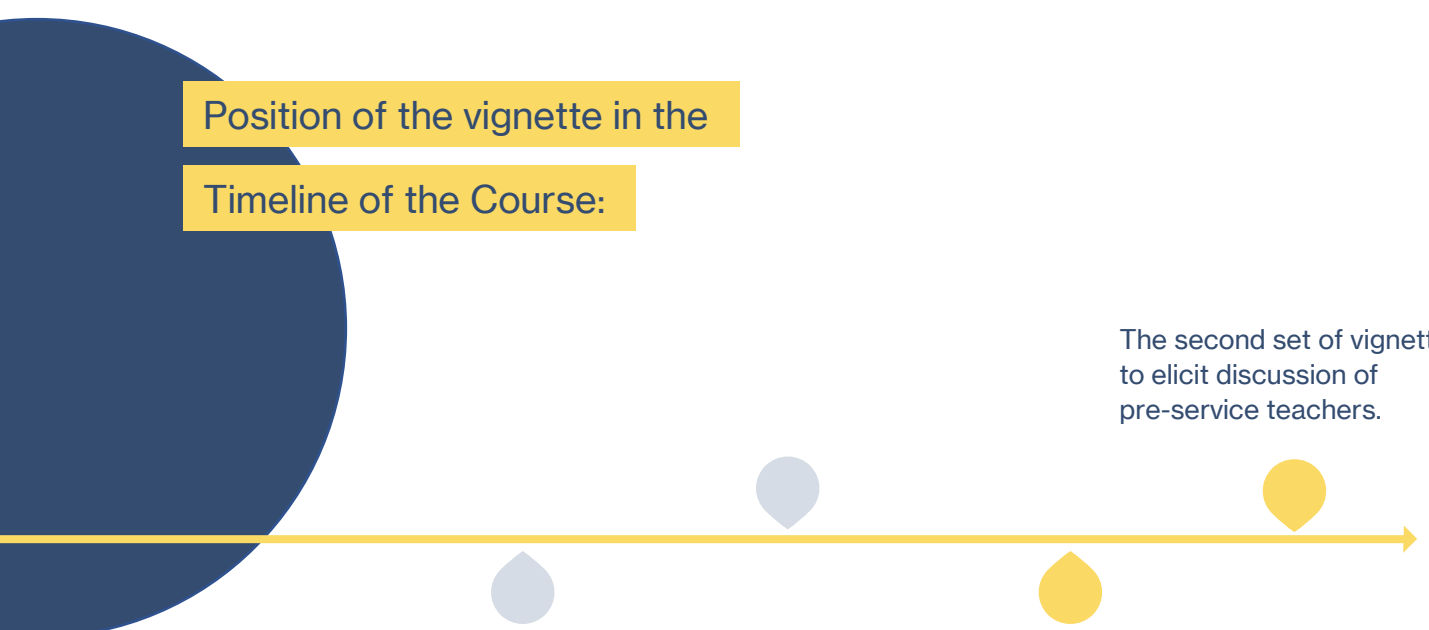
- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)

Position of the vignette in the

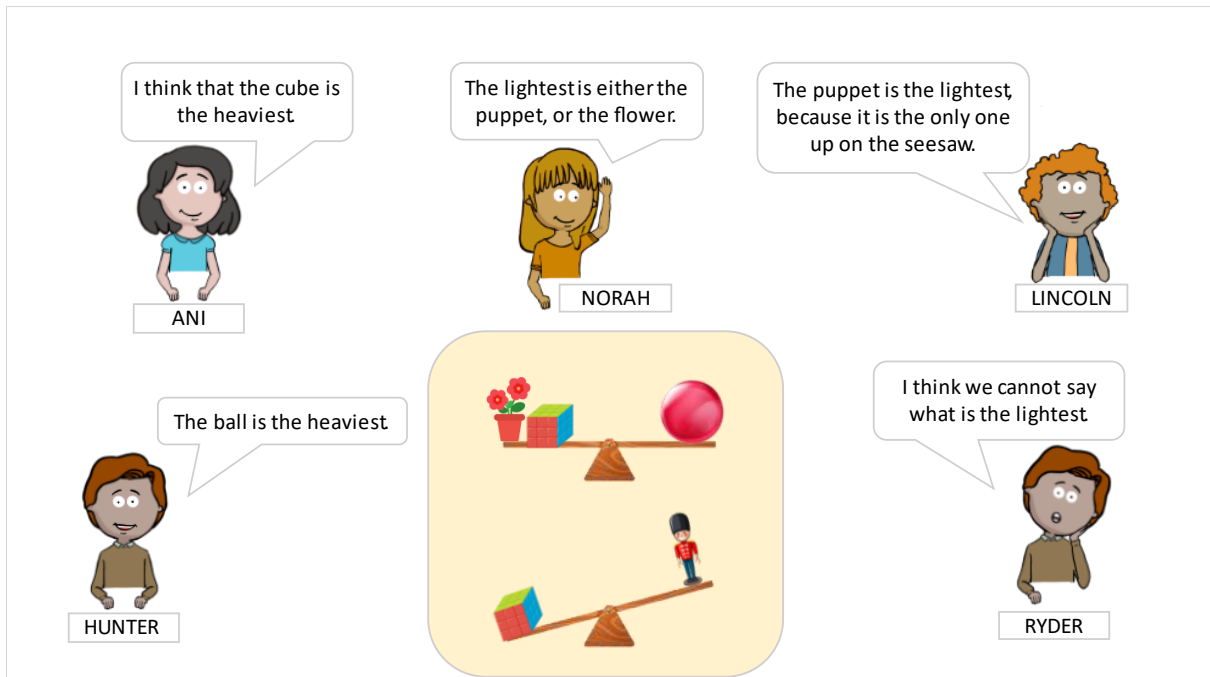
Timeline of the Course:

The second set of vignettes to elicit discussion of pre-service teachers.

Reflection and discussion of the second set of vignettes



Vignette – “Seesaws”



Newly created; graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022)

References

Freepik (2021a). Wooden Seesaw. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/wooden-seesaw-kids-swing-board-triangle-circle-stand-vector-cartoon-set-unbalanced-e_18056395.htm [21 November 2021].

Freepik (2021b). Colorful flowers. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/colorful-flowers-collection-flat-style_2032696.htm [21 November 2021].

Freepik (2021c). Children Toys. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-children-toys_4382512.htm [21 November 2021].

Freepik (2022). Isolated rubics cube. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/isolated-rubics-cube_4950488.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In *SEMT '19. Proceedings* (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Challenging Teachers' Knowledge

„Race“



A Vignette for

Challenging Teachers'

Knowledge

“Race”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open: **vignette No. 8**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work / The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of decimal numbers and their everyday applications. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice (e.g. the meaning of mathematical concepts, their applications).

The vignette intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely knowledge of tasks (ability to solve the problem), knowledge of pupils (incorrect misconceptions about the order of decimal numbers, about the mathematization of the task) and knowledge of instruction (assessment).

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Represented are:

- An everyday application situation
- An application task based on the order of decimal numbers
- One correct solution of the given task
- One usual pupil misconception about the order of decimal numbers
- One usual pupil misconception about the mathematization of the application task

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted?**

Found, graphically adapted.

Source: (Dabell et al., 2008: 1_6).

Graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b).

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed

What is the related **theoretical framework?**

Problem solving (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Further **comments**

The list of indicative questions:

- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)

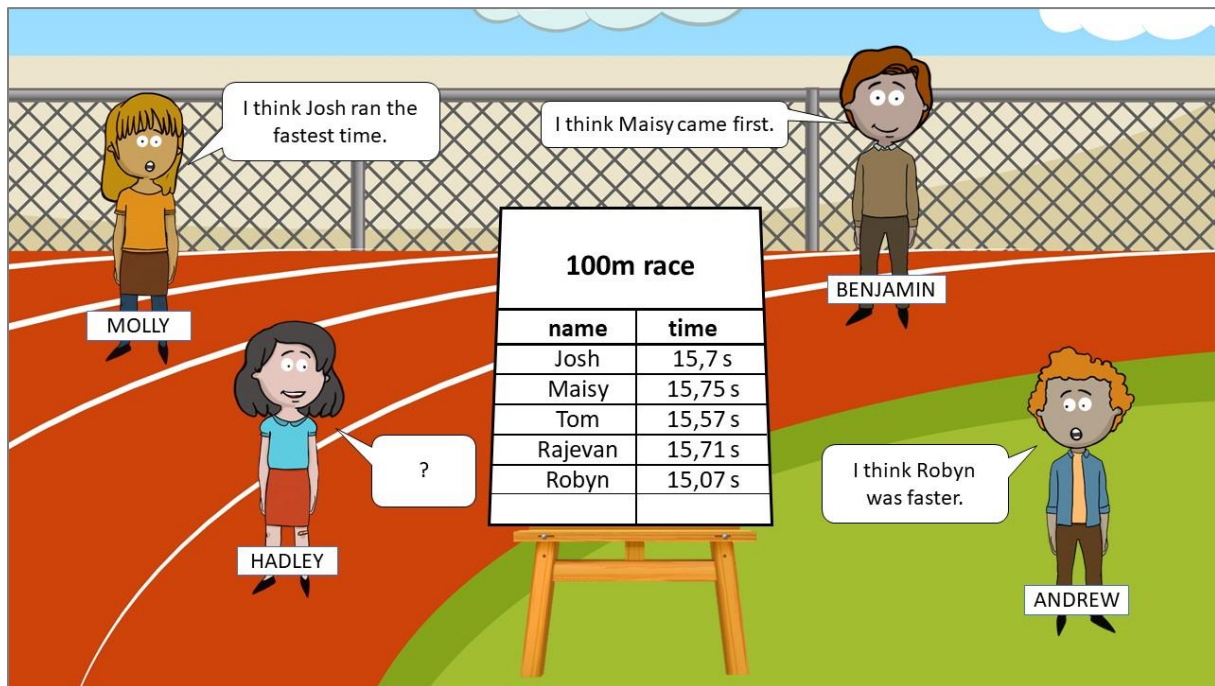
Position of the vignette in the

Timeline of the Course:

The second set of vignettes to elicit discussion of pre-service teachers.

Reflection and discussion of the second set of vignettes

Vignette – “Race”



Created after (Dabell et al., 2008: 1_6); graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b)

References

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Freepik (2021a). Running Track. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/scene-with-running-track-green-field_7103596.htm [21 November 2021].
- Freepik (2021b). Wooden Easel. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/wooden-easel-with-white-canvas-front-angle-view_10547494.htm#page=1&query=easel&position=23 [21 November 2021].
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Challenging Teachers' Knowledge

„City Temperature“



A Vignette for

Challenging Teachers'

Knowledge

“City Temperature”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open: **vignette No. 9**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work / The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of the difference between integers and to the work with tables. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that are open (e.g. have multiple correct results).

The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (multiple correct results and their systematic seeking), knowledge of pupils (various correct and incorrect solution ideas) and knowledge of instruction (assessment).

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Represented are:

- A classroom situation
- A task with four different solutions (results)
- One of the correct results
- Two different incorrect results
- An incorrect statement about the number of results

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

Found, graphically adapted.

Source: (Dabell et al., 2008: 2_6).

Graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021).

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed

What is the related **theoretical framework**?

Problem solving (Polya), open tasks (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Further **comments**

The list of indicative questions:

- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)

Position of the vignette in the

Timeline of the Course:

The second set of vignettes to elicit discussion of pre-service teachers.

Reflection and discussion of the second set of vignettes

Vignette – “City Temperature”

I think there are two cities with a difference of 14 degrees.

EMILY

It's only Helsinki and Mumbai with a difference of 14 degrees.

TRINITY

The difference between Helsinki and New York is 14 degrees.

JADE

?

HAMIL

City	Temp °C
Mumbai	26
Beijing	-4
Cape Town	18
Helsinki	-12
London	4
Moscow	-10
New York	-2
Tokyo	12

CARLOS

The difference between London and Moscow is 14 degrees.

Created after (Dabell et al., 2008: 2_6); graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021)

References

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Freepik (2021). *Newspaper Realistic*. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/newspaper-realistic-set_5972436.htm [21 November 2021].
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit? Praha: MatfyzPress*.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Challenging Teachers' Knowledge

„Apples“



A Vignette for

Challenging Teachers'

Knowledge

“Apples”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Eliciting discussion on topics related to school practice in elementary mathematics – solving and assessing tasks that are open: **vignette No. 10**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work / The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of fractions. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that are open (e.g. have multiple correct ways of solving).

The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (various ways of their solving), knowledge of pupils (various correct and incorrect solution ideas) and knowledge of instruction (assessment).

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Represented are:

- An everyday application situation
- A task with one result but more possible solution procedures
- Three different correct solution procedures
- Two different pupil misconceptions

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted?**

Adapted. Source of the version before adaptation: (Dabell et al., 2008: 3_10). What was adapted: the number of apples, the content of bubbles, graphics. Graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021, 2022).

Is there **complementing text material** for the course participants?

No complementing text is needed

What is the related **theoretical framework?**

Problem solving (Polya), open tasks (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Further **comments**

The list of indicative questions:

- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)

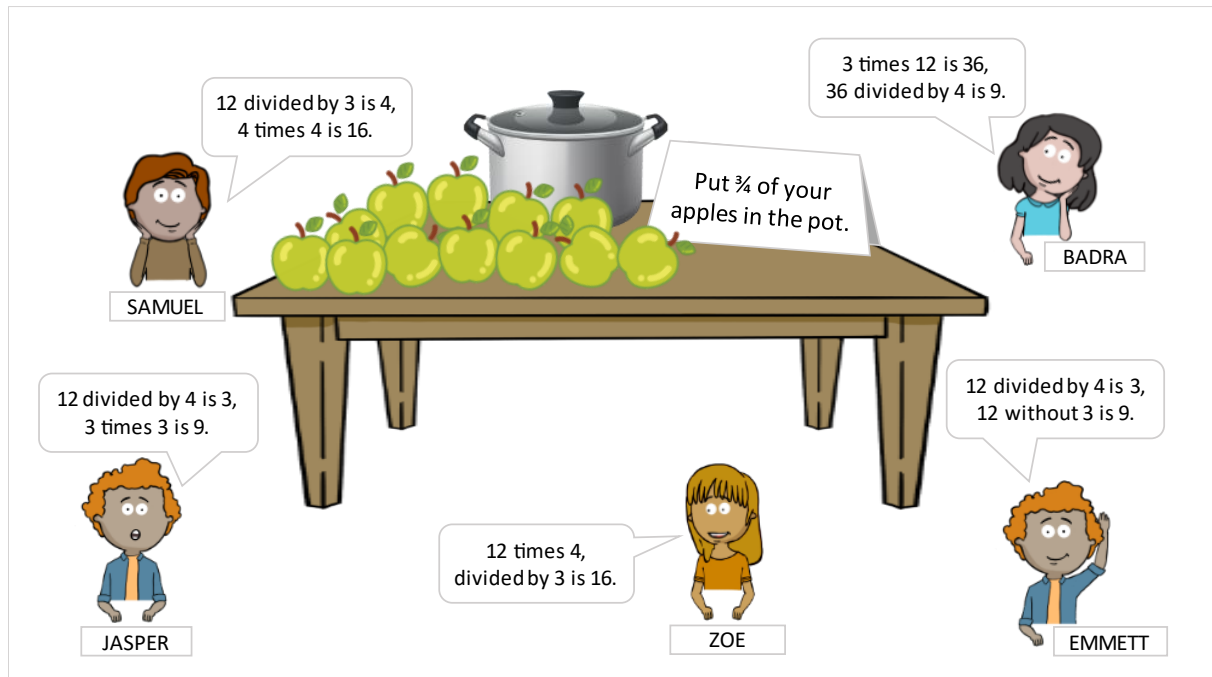
Position of the vignette in the

Timeline of the Course:

The second set of vignettes to elicit discussion of pre-service teachers.

Reflection and discussion of the second set of vignettes

Vignette – “Apples”



*Created by an adaptation of the graphics, the task, and the content of bubbles in (Dabell et al., 2008: 3_10);
graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021, 2022)*

References

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). *Pans and Pots*. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm [21 November 2021].

Freepik (2022). *Delicious summer fruits*. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.



Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes

in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Eliciting discussion on topics related to

school practice in elementary mathematics

– Understanding fractions



A Course Concept for

Eliciting discussion on topics related to school practice

in elementary mathematics – Understanding fractions

What is the **target group** of the course?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

What are the **aims** and the **learning goals** of the course?

The course consists of a set of 4 vignettes (Concept Cartoons) related to the topic of fractions, especially from the perspective of elementary mathematics education. The aim of this set is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that include fractions in their assignment. The course covers the meaning of the fraction as a part of the whole, comparisons given by fractions, double discount given by two different fractions, discrete as well as continuous models of fractions, and the elementary-school-related content (relation to the topic of percentages). The tasks represented in vignettes are all open: have multiple solution procedures, multiple ways of presenting the results.

The set of vignettes intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely

- knowledge of tasks (various ways of their solving),
- knowledge of pupils (various solution ideas),
- knowledge of instruction (assessment).

What is the **related theory**?

Problem solving (Polya), open-ended approach (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), fractions (Lamon).

How is the course **structured**?

Introduction

- The structure of Concept Cartoons.
- The set of indicative questions.

Work with vignettes

- Individual written work: for each of the vignettes, the respondents individually answer the indicative questions
- Mid-analysis: [if applicable, optional] the leader of the course analyses the answers, in order to be able to orchestrate better the subsequent discussion
- Group discussion

Conclusion

- Tasks including fractions in their assignment
- Solving tasks with fractions
- Assessing student solutions of the tasks with fractions
- Openness of the tasks

The list of indicative questions:

- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)
- What might have been the cause of the mistakes?
- How would you advise the children that made the mistakes?
- How serious do you consider the mistakes?

What does the **course format** look like?
(organisation of sessions, online/offline/hybrid, duration, ...)

Duration: 4 units per 45 minutes
1st unit: Introduction
2nd unit: Individual work (vignettes No. 1 and 2)
3rd unit: Discussion (vignettes No. 1 and 2)
4th unit: Individual work (vignettes No. 3 and 4)
5th unit: Discussion (vignettes No. 3 and 4)
6th unit: Conclusion

Face-to-face format – slow or fast version:

- 2 weeks, 2 units per week
- 4 weeks, 1 unit per week

Online format adjustment:

- Individual work units as homework
- Introduction, Discussion & Conclusion units as online lesson.

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Represented are:

- Classroom situations
- Multiple ways of interpreting and solving a given task

Format: A set of independent cartoon pictures (Concept Cartoons)



How many vignettes are part of course?

4 vignettes:

- No. 1 – Apples
- No. 2 – Candies
- No. 3 – Plate Comparison
- No. 4 – Discounted Pan

Are the vignettes found, authentic, adapted or scripted?

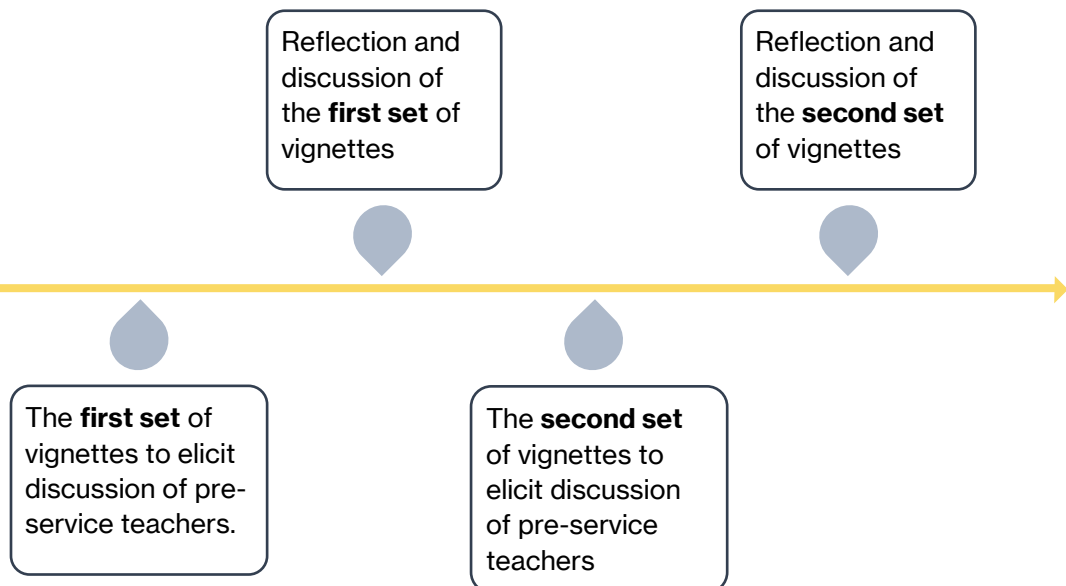
Adapted (No. 1, 2, 3), Scripted (No. 4)

Further comments

The analysis of answers prior the discussion is optional but highly recommended.

Timeline

of the course:





References

- Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.
- Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.
- Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Understanding fractions



A Vignette for

Understanding fractions

“Apples”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Understanding fractions: as vignette **No. 1**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work
The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of fractions. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that include fractions in their assignment. The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (various ways of their solving), knowledge of pupils (various correct and incorrect solution ideas) and knowledge of instruction (assessment).

What is represented and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Represented are:

- An everyday application situation
- A task on a fraction from an amount
- A task with one result but more possible solution procedures
- Three different correct solution procedures
- Two different pupil misconceptions

Format:

- An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Is the vignette found, authentic, adapted, or scripted?

Adapted.

Source of the version before adaptation: (Dabell et al., 2008: 3_10). What was adapted: the number of apples, the content of bubbles, graphics.

Graphical elements: DIVER, (Clipart Library, 2021; Freepik, 2021).

Is there complementing text material (for the course participants)?

No: the vignette is used as a starting activity at the very beginning of the course.

What is the related **theoretical framework**?

Problem solving (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), fractions (Lamon).

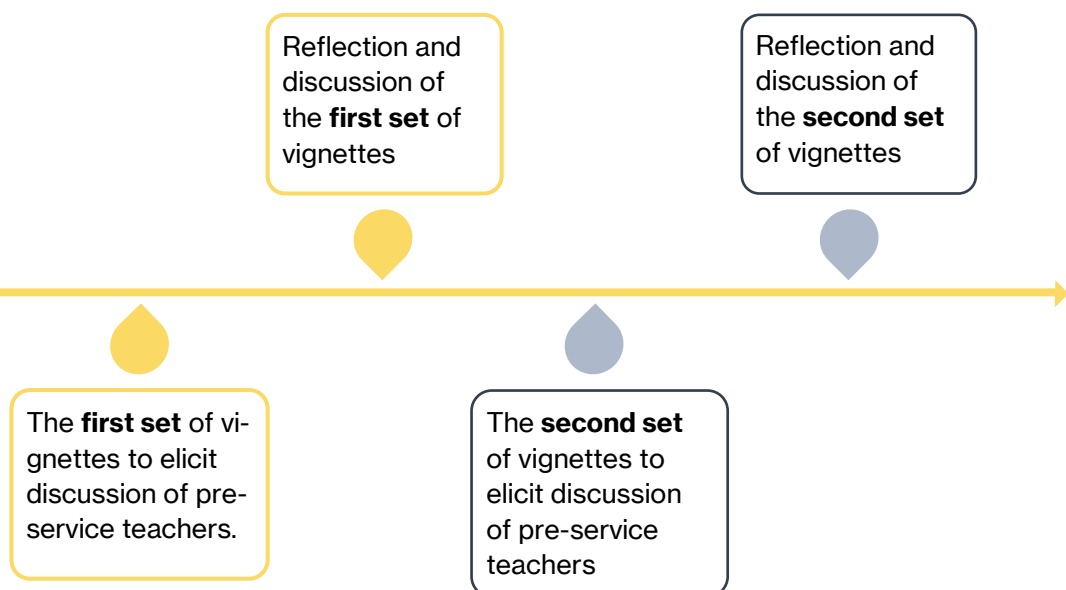
Further comments

The list of indicative questions:

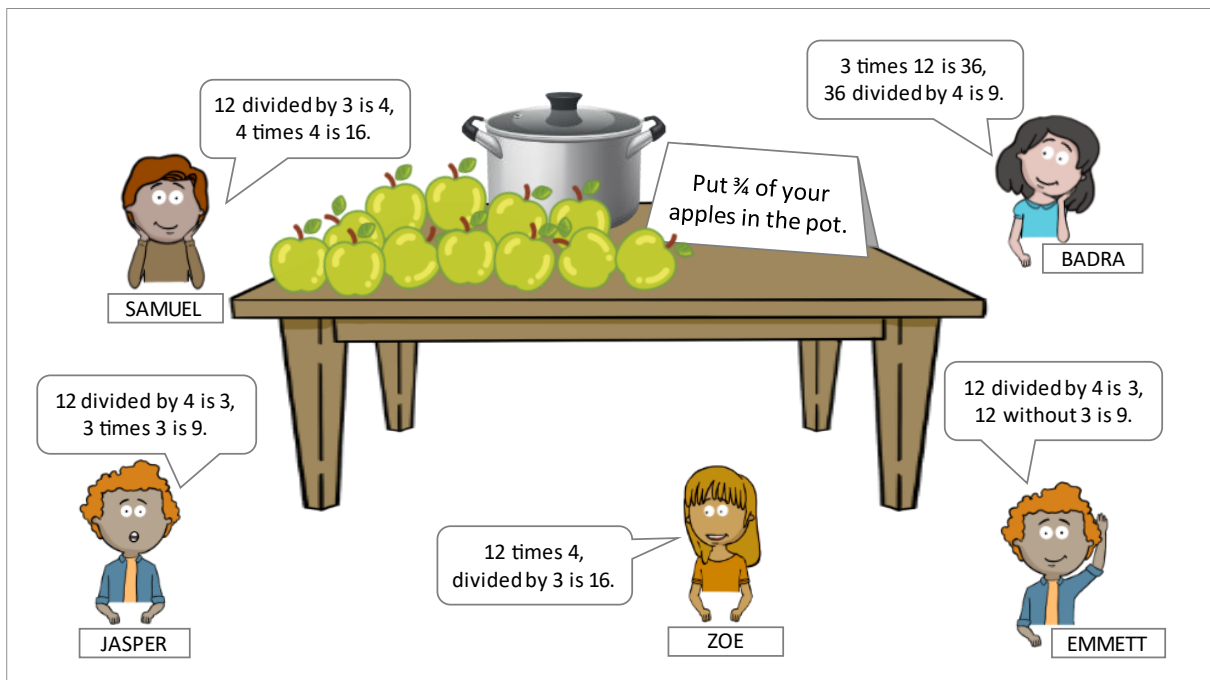
- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)
- What might have been the cause of the mistakes?
- How would you advise the children that made the mistakes?
- How serious do you consider the mistakes?

Position of the vignette

in the course:



Vignette - Apples



Created by an adaptation of the graphics, the task, and the content of bubbles in (Dabell et al., 2008: 3_10); graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021,2022)

References

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Freepik (2021). *Pans and Pots*. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm [21 November 2021].
- Freepik (2022). *Delicious summer fruits*. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Understanding fractions



A Vignette for

Understanding fractions

“Candies”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Understanding fractions: as vignette **No. 2**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work
The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of fractions. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that include fractions in their assignment. The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (various ways of their solving), knowledge of pupils (various correct and incorrect solution ideas) and knowledge of instruction (assessment).

What is represented and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Represented are:

- An everyday application situation
- A task on a fraction from an amount
- A task with two different forms of the correct result (result as a natural number, result as a fraction)
- Two different pupil misconceptions (incorrect results)

Format:

- An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Is the vignette found, authentic, adapted, or scripted?

Adapted.
Source of the version before adaptation: (Samková & Tichá, 2017: 97).
What was adapted: the texts, graphics.
Graphical elements: DIVER, (Freepick, 2022).

Is there complementing text material (for the course participants)?

No complementing text is needed.

What is the related **theoretical framework**?

Problem solving (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), fractions (Lamon).

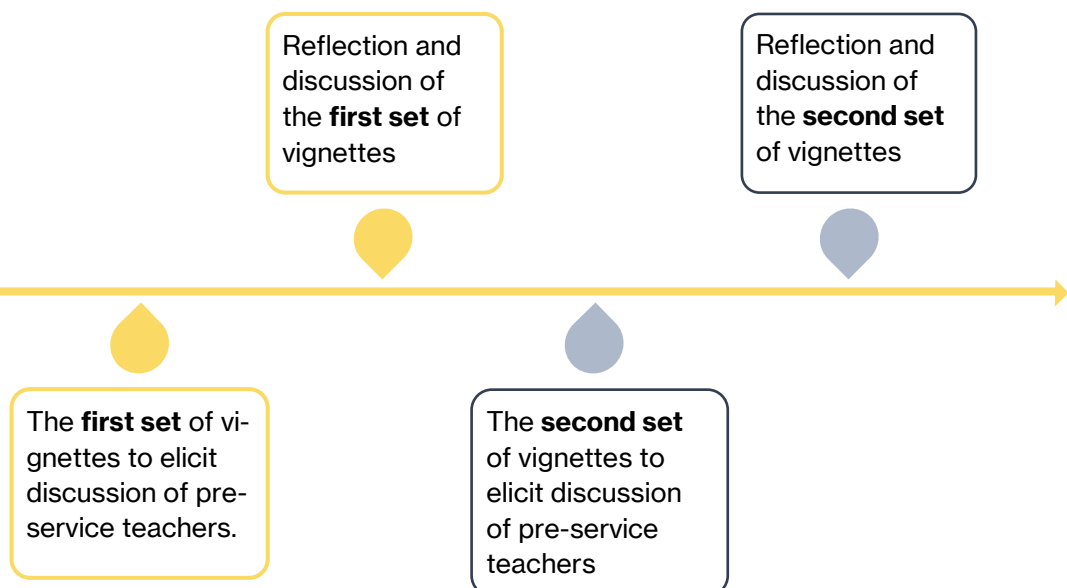
Further comments

The list of indicative questions:

- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)
- What might have been the cause of the mistakes?
- How would you advise the children that made the mistakes?
- How serious do you consider the mistakes?

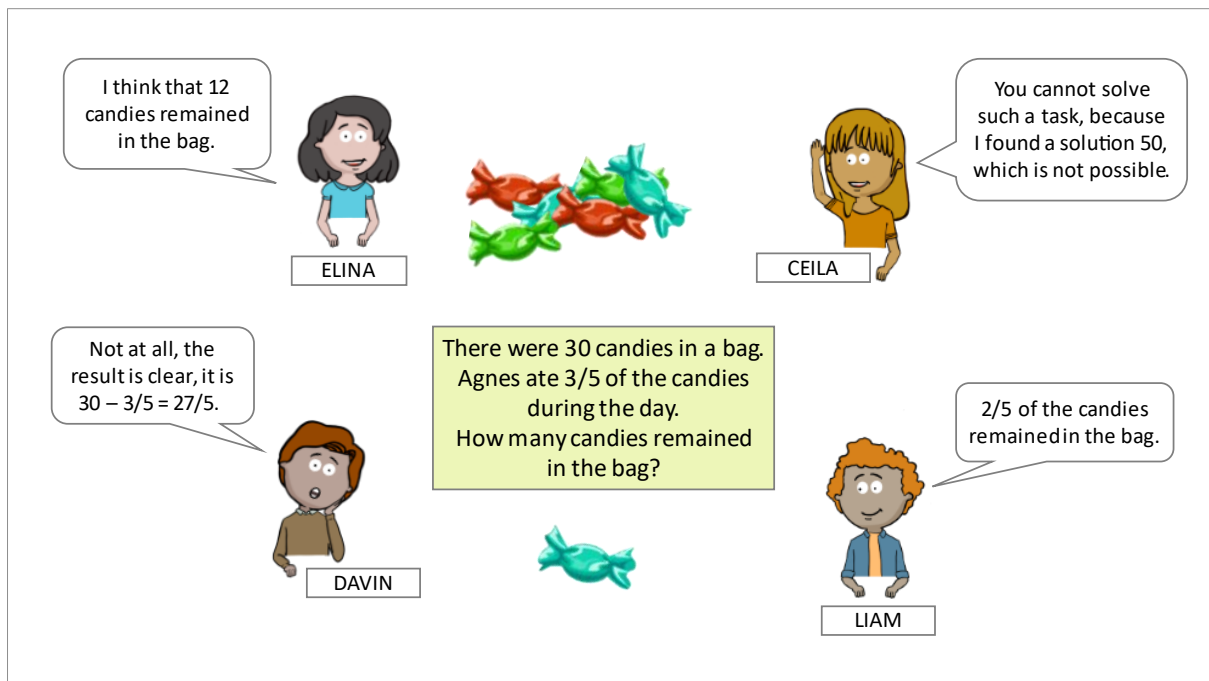
Position of the vignette

in the course:





Vignette - Candies



Created by an adaptation of the graphics and texts in (Samková & Tichá, 2017: 97); graphical elements: DIVER, (Freepik, 2022)

References

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Freepik (2022). Sweet candy icon composition. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/sweet-candy-icon-composition_10154691.htm [29 August 2022].
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Understanding fractions



A Vignette for

Understanding fractions

“Plate comparison”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Understanding fractions: as vignette **No. 3**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work
The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of fractions. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that include fractions in their assignment. The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (various ways of their solving), knowledge of pupils (various correct and incorrect solution ideas) and knowledge of instruction (assessment).

What is represented and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Represented are:

- An application situation based on a continuous model
- A task on a fraction as a part of the whole, and on a comparison given by a fraction
- A task with many different possible statements about comparisons of the two displayed segments
- Three different correct statements
- Two different incorrect statements

Format:

- An independent cartoon picture (Concept Cartoon)



Is the vignette found, authentic, adapted, or scripted?

Adapted.
Source of the version before adaptation: (Samková & Tichá, 2017: 95).
What was adapted: the texts, graphics.
Graphical elements: DIVER.

Is there complementing text material (for the course participants)?

No complementing text is needed.

What is the related **theoretical framework**?

Problem solving (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), fractions (Lamon).

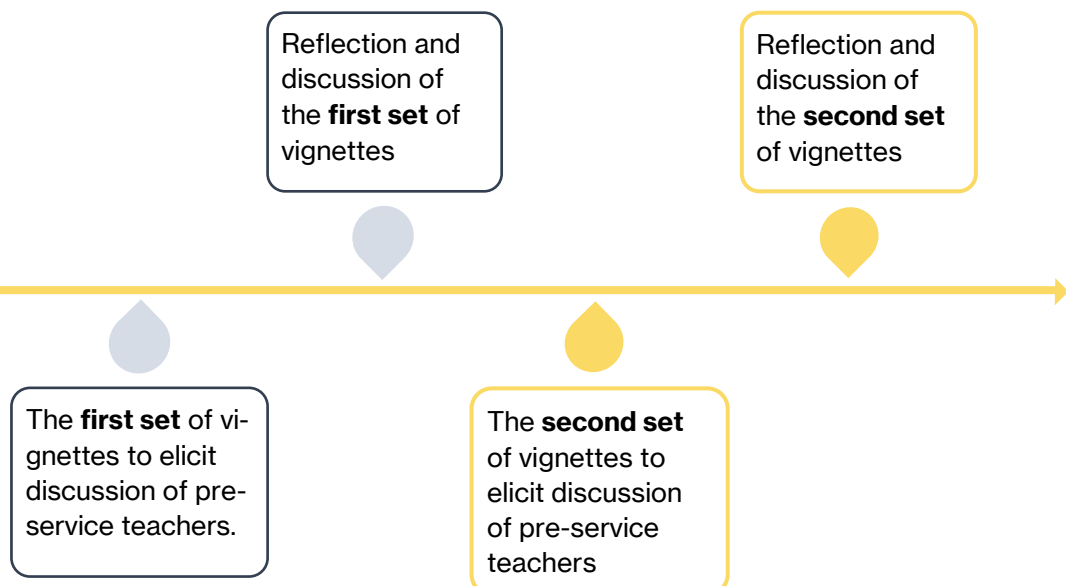
Further comments

The list of indicative questions:

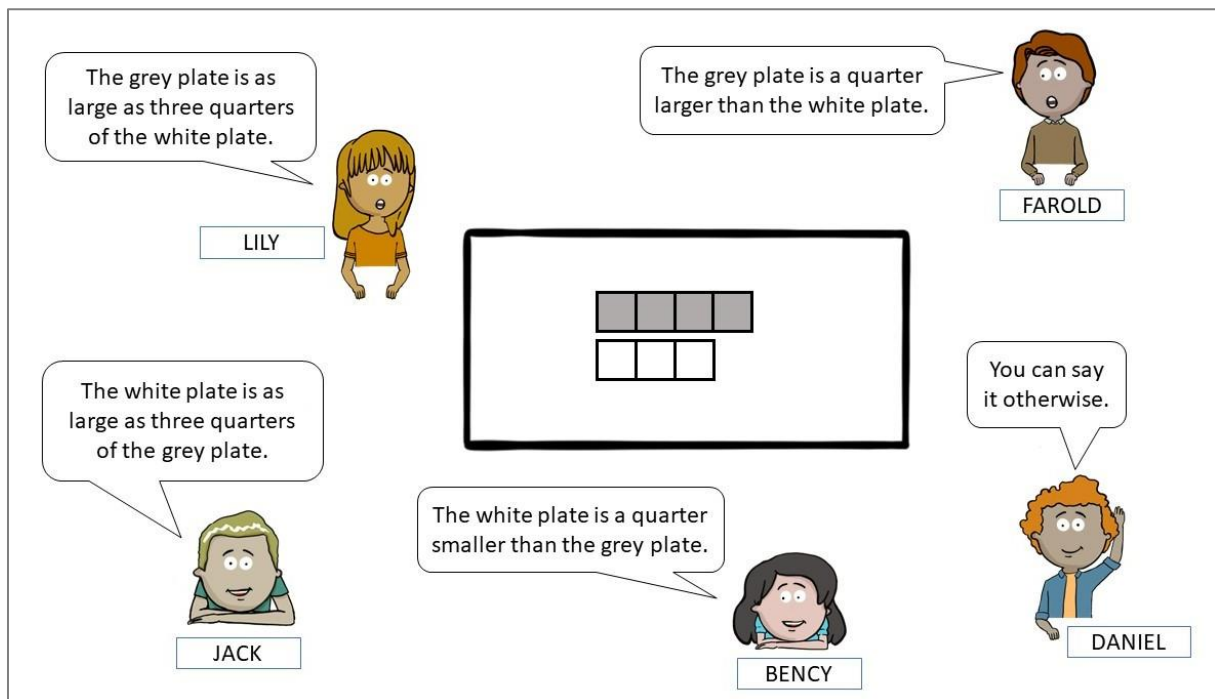
- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)
- What might have been the cause of the mistakes?
- How would you advise the children that made the mistakes?
- How serious do you consider the mistakes?

Position of the vignette

in the course:



Vignette – Plate comparison



Created by an adaptation of the graphics and texts in (Samková & Tichá, 2017: 95); graphical elements: DIVER

References

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.
- Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Understanding fractions



A Vignette for

Understanding fractions

“Discounted pan”

What is the **target group** of the vignette?

Mathematics pre-service teachers
Primary level (grades 1-5)
Lower-secondary level (grades 6-9)

Is this vignette **part of a course**?

Understanding fractions: as vignette **No. 4**

What is the **context** in which the vignette is used?

Individual work
The focus of a reflective discussion

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

The vignette is a Concept Cartoon related to elementary mathematics education, to the topic of fractions. The aim is to elicit a discussion of pre-service teachers about important aspects of school practice, namely about aspects related to the process of solving and assessing tasks that include fractions in their assignment. The vignette also intends to build up pedagogical content knowledge of the course participants, namely their knowledge of tasks (various ways of their solving), knowledge of pupils (various correct and incorrect solution ideas) and knowledge of instruction (assessment).

What is represented and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Represented are:

- An everyday application situation
- A task on a double discount given by two different fractions
- A task with many different correct forms of presenting the result, many different correct solution procedures
- Two different forms of the correct result (result as a fraction, result as a percentage), two different correct solution procedures (related to two different orders of the discounts), two different forms of presenting the solution (instructions how to proceed without the final result, final result without instructions)
- One usual misconception (incorrect result)



Format: An independent cartoon picture (Concept Cartoon)

Is the vignette found, authentic, adapted, or scripted?

Scripted.

Is there **complementing text material** (for the course participants)?

No complementing text is needed.

What is the related **theoretical framework**?

Problem solving (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), fractions (Lamon).

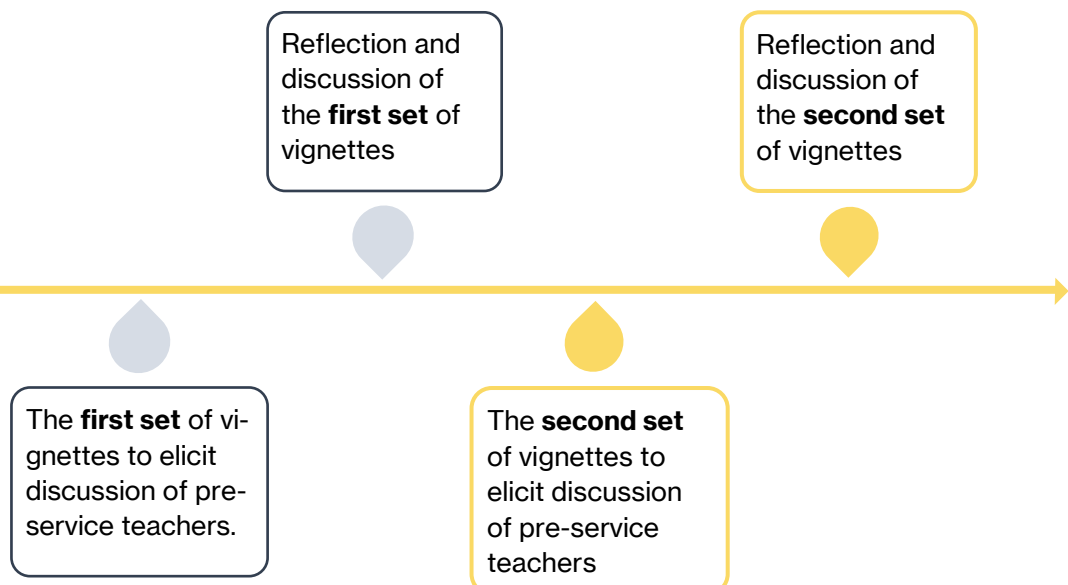
Further **comments**

The list of **indicative questions:**

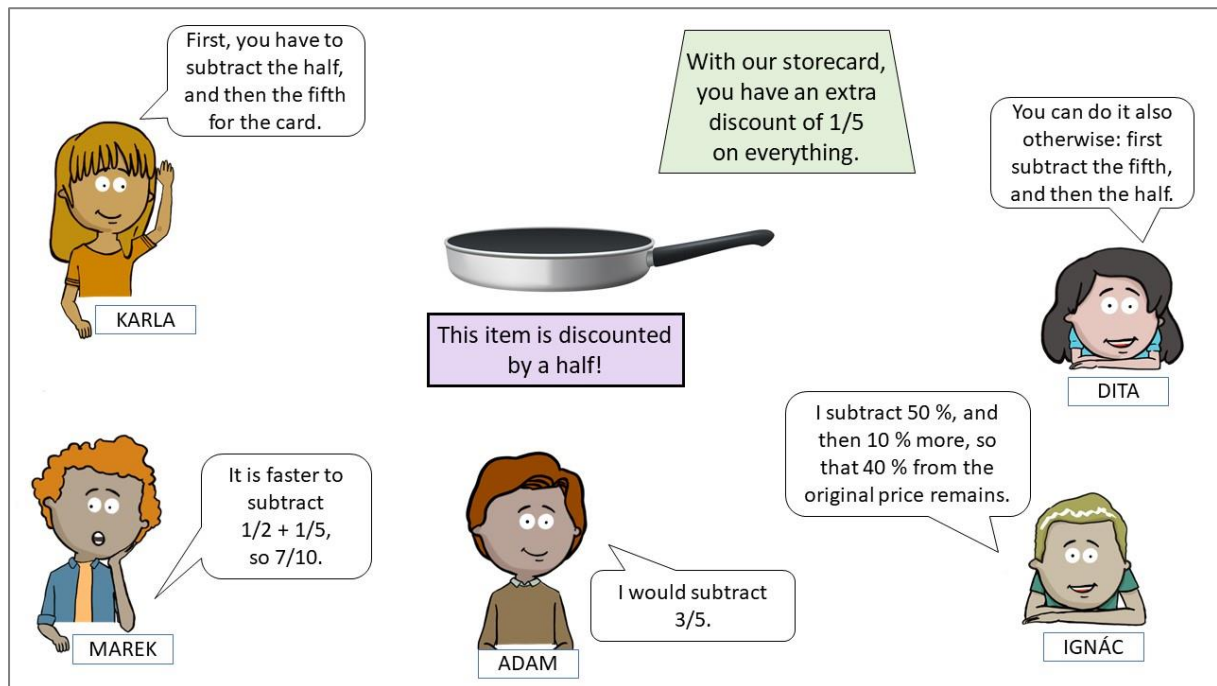
- Which children are right?
- Which are wrong?
- Why? (Justify your decisions.)
- What might have been the cause of the mistakes?
- How would you advise the children that made the mistakes?
- How serious do you consider the mistakes?

Position of the vignette

in the course:



Vignette – Discounted pan



Newly created; graphical elements: DIVER, (Freepik, 2021)

References

- Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm [21 November 2021].
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.
- Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes

in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Enhancing teachers' noticing

of students' mathematical thinking

related to fractions



A Course Concept for

Enhancing teachers' noticing of students' mathematical thinking related to fractions

What is the **target group** of the course?

Pre-service primary school teachers (grades 3 – 6; 8-12 years old students)

What are the **aims** and the **learning goals** of the course?

Developing teachers' noticing of students' mathematical thinking

- Interpreting students understanding (using the theoretical knowledge provided as a hypothetical learning trajectory - HLT)
- Making instructional decisions on the basis of students' understanding

What is the **related theory**?

HLT of the fraction concept: objective, students' levels of understanding and examples of tasks that help student's progress in their understanding (Battista, 2012)

How is the course **structured**?

Duration: 4 sessions of 2 hours (Total: 8 hours)

The course consists of a theoretical document (with the HLT) and 3 vignettes.

What does the **course format** look like?

Session 1 (2 hours)

Introduction of the theoretical document (HLT)

Session 2 (2 hours)

Vignette 1 related to the identification and representation of fractions

Session 3 (2 hours)

Vignette 2 related to fraction comparison

Session 4 (2 hours)

Vignette 3 related to reconstructing the whole and identifying fractions

Each vignette is worked in small groups, and then it is discussed with the big group

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Each vignette (text/cartoon format) includes:

- a classroom situation: Interactions between a teacher and different students solving a fraction activity. Each student/pair of students show different characteristics of fraction understanding.
- guide questions to focus pre-service teachers' attention on noticing students' mathematical thinking

Pre-service teachers should use the information provided in the theoretical document (with the HLT related to the fraction concept) to answer the guide questions. A social interaction space for the discussion of the vignettes should be created: It can be **onsite** or **online**.

How many vignettes are part of course?

A set of 3 vignettes as we mentioned above.

Are the vignettes **found, authentic, adapted or scripted?**

The set of vignettes have been specifically designed to provided rich discussion and to enhance pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking.

Is there **complementing text material** for the course participants?

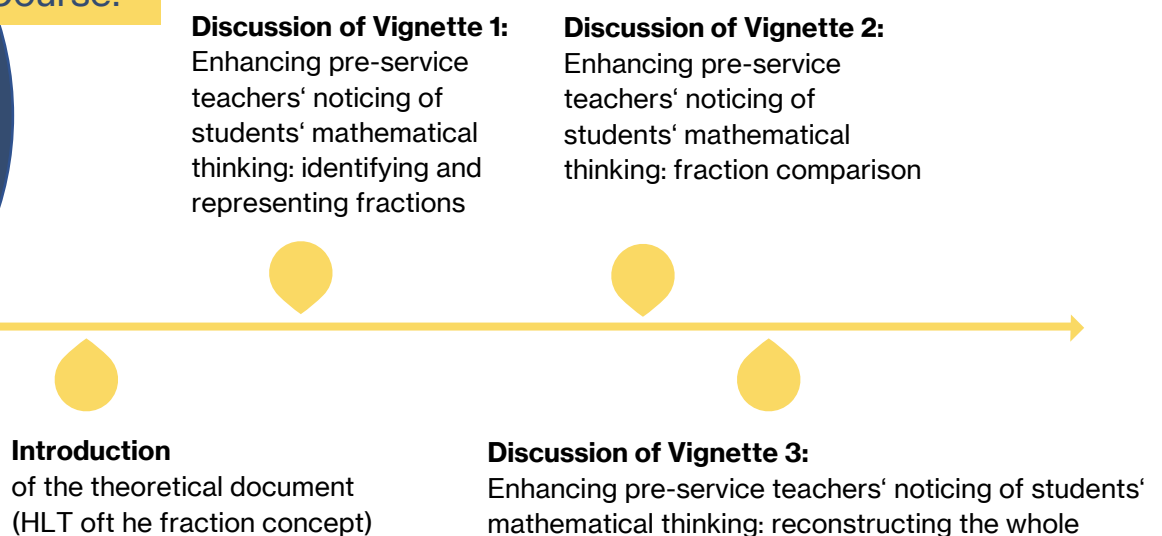
A theoretical document with the HLT of the fraction concept based on the research of Battista (2012)

Further **comments**

The analysis of answers prior the discussion is optional but highly recommended.

Timeline

of the Course:





References

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning*. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. *Int J of Sci and Math Educ* 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

The course has been designed by:

Pere Ivars, Ceneida Fernández and Salvador Llinares.
University of Alicante (Spain)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Enhancing pre-service teachers' noticing

of students' mathematical thinking:

identifying and representing fractions



A Vignette for

Enhancing pre-service teachers' noticing of students'

mathematical thinking: identifying and representing fractions

“Identifying and representing fractions”

What is the **target group** of the vignette?

Pre-service primary school teachers (grades 3 – 6; 8-12 years old students)

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course:
Enhancing teachers' noticing of students' mathematical thinking related to fractions

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Developing teachers' noticing of students' mathematical thinking

- interpreting students' understanding
- making instructional decisions on the basis of students' understanding

Mathematical content: Identifying and representing fractions (part-whole meaning of fraction)

What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

Cartoon text/vignette format

- Three pair of primary students' answers to an activity of identifying a fraction ($f < 1$). Each answer shows different features of the students' understanding of the fraction concept (different levels of understanding).
- Guide questions regarding the skills of noticing students' mathematical thinking competence: attending to, interpreting and deciding.

What is the related **theoretical framework**?

To answer the guide questions, pre-service teacher should use the information provided in a theoretical document that is part of the course:

HLT of the fraction concept based on Battista (2012)

Further **comments**

The vignette is in Spanish, English, German and Czech.

Position of the vignette

in the Course:

Discussion of Vignette 1:

Enhancing pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking: identifying and representing fractions

Discussion of Vignette 2:

Enhancing pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking: fraction comparison

Introduction

of the theoretical document
(HLT of the fraction concept)

Discussion of Vignette 3:

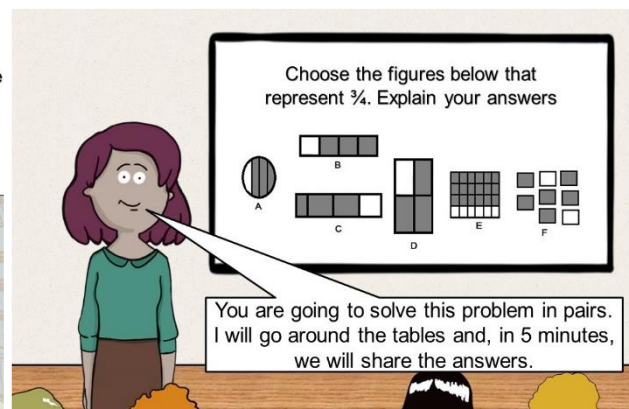
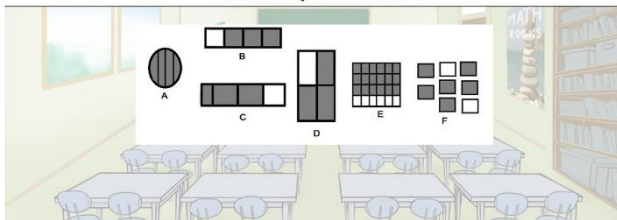
Enhancing pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking: reconstructing the whole

Vignette 1 – “Identifying and representing fractions”

Júlia is a **primary school teacher of 3rd grade (8-9 years)**. This year she has a group of 26 students.

In her classes, **group work predominates**, and she tries to promote the **development of her students' ideas through discussions and the exchange of ideas that emerge with the proposed tasks.**

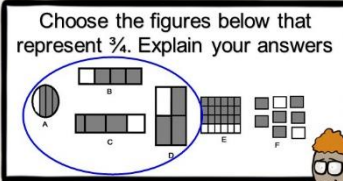
The **first lesson focuses on identifying proper fractions among several representation.**



Continued on next page

What is your answer, Xavi and Victor?

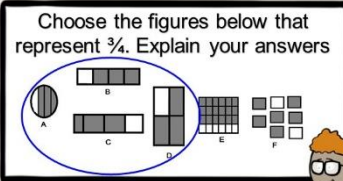
Choose the figures below that represent $\frac{3}{4}$. Explain your answers



Mmmm, well, we think Figures A, B, C and D represent three-quarters.

Xavi, do you agree with Víctor?

Choose the figures below that represent $\frac{3}{4}$. Explain your answers



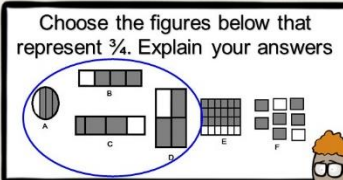
Yes, A, B, C and D are divided in 4 parts, and 3 are shaded.

Is everyone okay?

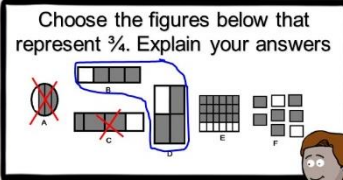
We do not.

What do you think, Joan and Tere?

Choose the figures below that represent $\frac{3}{4}$. Explain your answers



Choose the figures below that represent $\frac{3}{4}$. Explain your answers



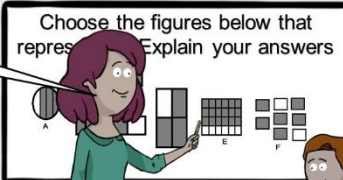
We believe that Figures B and D are three quarters because they are divided into four equal parts and three are shaded. Figures A and C have 3 parts of 4 shaded, but the parts are not of the same size...

And Figure E? What do you think about Figure E?

Figure E is not three quarters because it is divided into 24 equal parts and there are 18 shaded.

Sure, it is not three-quarters.

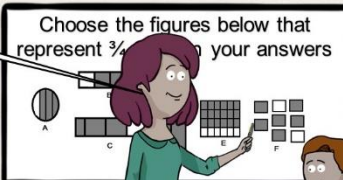
Choose the figures below that represent $\frac{3}{4}$. Explain your answers



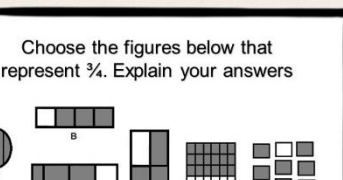
And the F?

It is not a fraction. In figure F, there are only 6 shaded squares.

Choose the figures below that represent $\frac{3}{4}$. Explain your answers

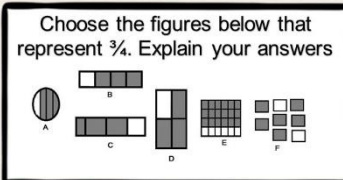


Choose the figures below that represent $\frac{3}{4}$. Explain your answers

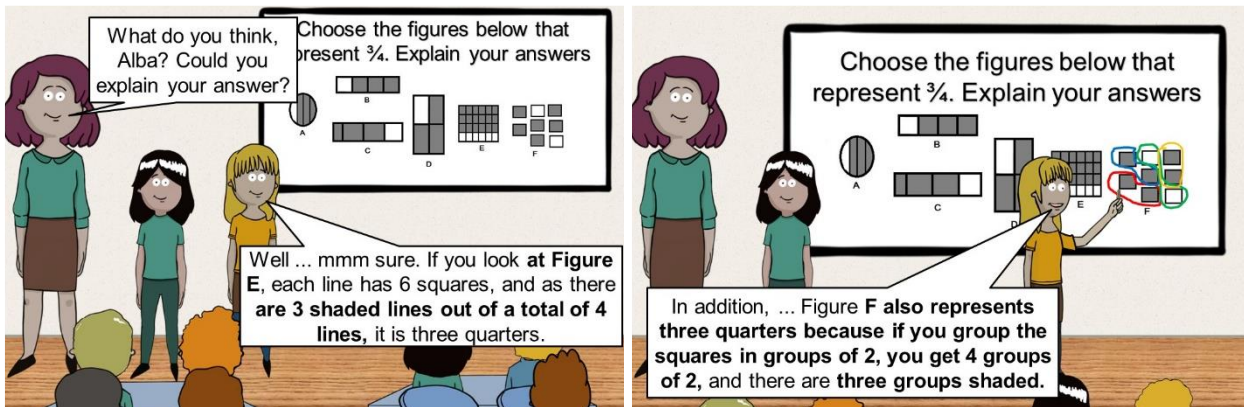


Do you agree with the answer of Joan and Tere? Does anyone have a different answer? For instance, Carmen and Alba, what do you think?

Choose the figures below that represent $\frac{3}{4}$. Explain your answers



Well ... yes. We agree with Joan and Tere's answer related to figures A, B, C, and D but we think differently about figure E...



Q1- Describe the activity being solved in the classroom considering the intended learning objective: what are the mathematical elements that the student needs to know to solve it?

Q2- Describe how each pair of students has solved the activity identifying how they have used *the mathematical elements* involved and their difficulties with them.

Q3- At which **level of the Learning Trajectory** would you place each pair? Justify your answer.

Q4- Considering the level at which you have placed each pair of students, Define a **learning objective and propose an activity** (or modify the one initially offered by Júlia) to help the students progress in their understanding of fractions according to the expected Learning Trajectory

References

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning*. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. *Int J of Sci and Math Educ* 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

The course has been designed by:

Pere Ivars, Ceneida Fernández and Salvador Llinares.
University of Alicante (Spain)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Enhancing pre-service teachers' noticing

of students' mathematical thinking:

Fraction comparison



A Vignette for

Enhancing pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking: fraction comparison

“fraction comparison”

What is the **target group** of the vignette?

Pre-service primary school teachers (grades 3 – 6; 8-12 years old students)

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course:
Enhancing teachers' noticing of students' mathematical thinking related to fractions

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Developing teachers' noticing of students' mathematical thinking

- interpreting students' understanding
- making instructional decisions on the basis of students' understanding

Mathematical content: Fraction comparison

What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

Cartoon text/vignette format

- Three pair of primary students' answers to an activity of identifying a fraction ($f < 1$). Each answer shows different features of the students' understanding of the fraction concept (different levels of understanding).
- Guide questions regarding the skills of noticing students' mathematical thinking competence: attending to, interpreting and deciding.

What is the related **theoretical framework**?

To answer the guide questions, pre-service teacher should use the information provided in a theoretical document that is part of the course:

HLT of the fraction concept based on Battista (2012)

Further **comments**

The vignette is in Spanish, English, German and Czech.



Position of the vignette

in the Course:

Discussion of Vignette 1:

Enhancing pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking: identifying and representing fractions

Discussion of Vignette 2:

Enhancing pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking: fraction comparison

Introduction

of the theoretical document
(HLT of the fraction concept)

Discussion of Vignette 3:

Enhancing pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking: reconstructing the whole

Vignette 1 – “Fraction comparison”

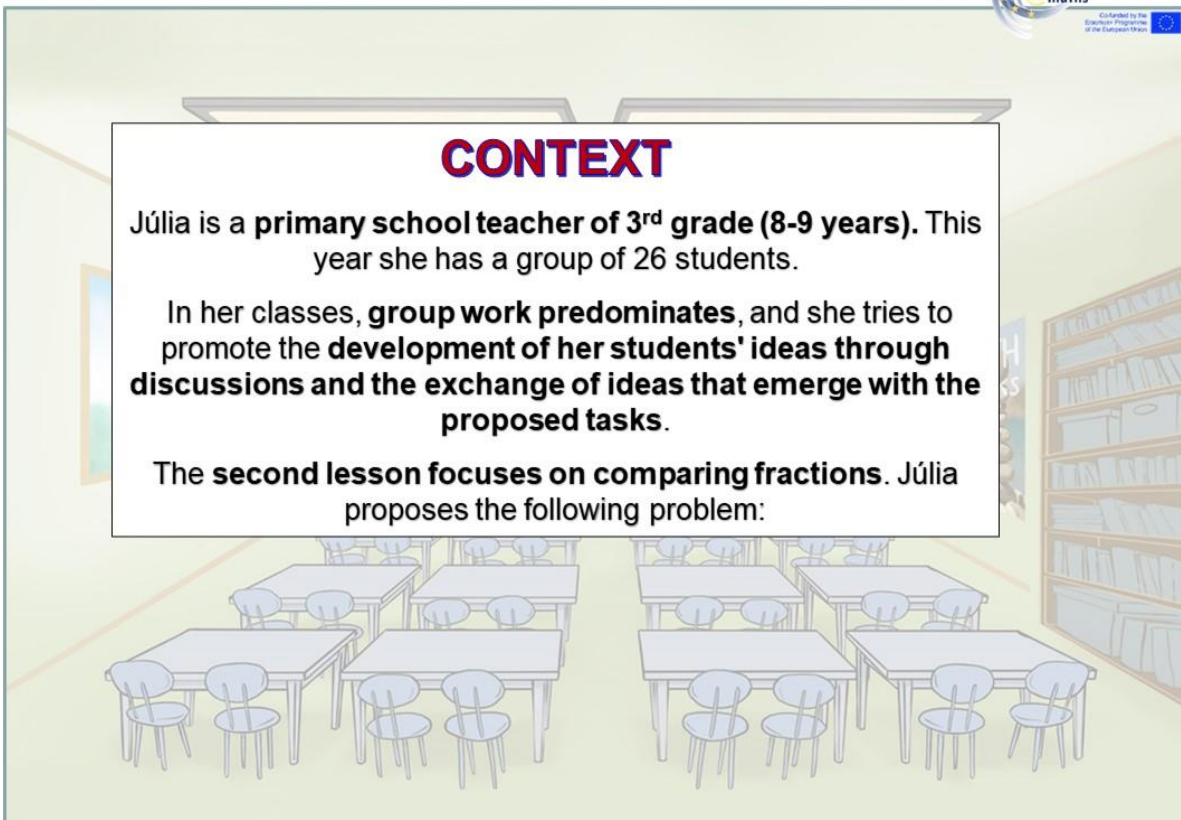


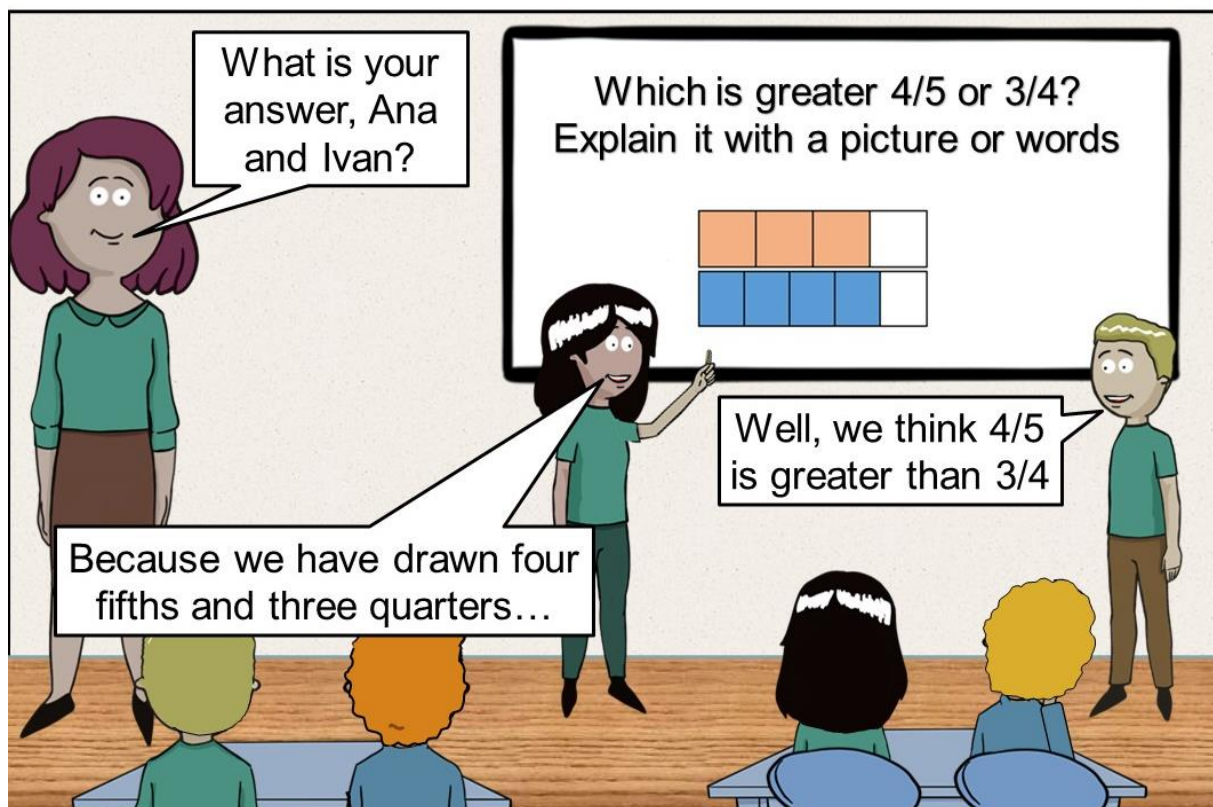
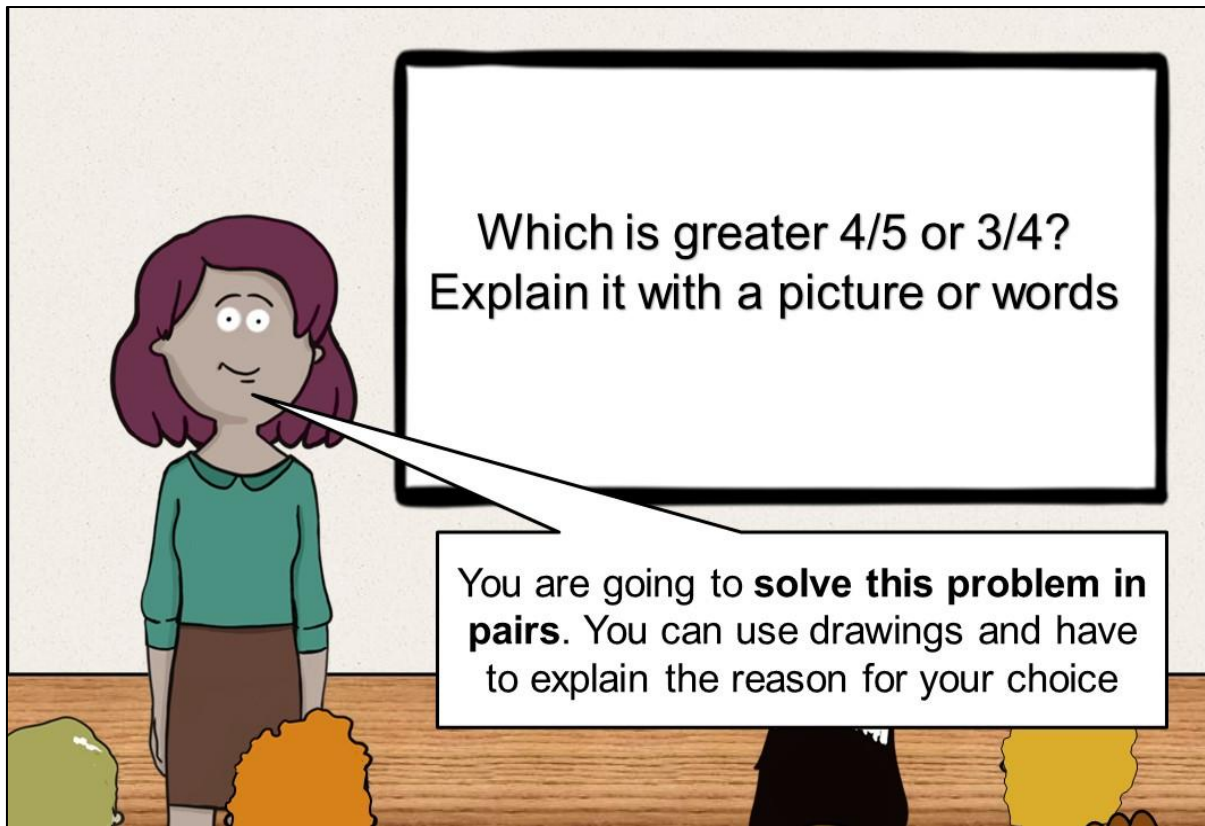
CONTEXT

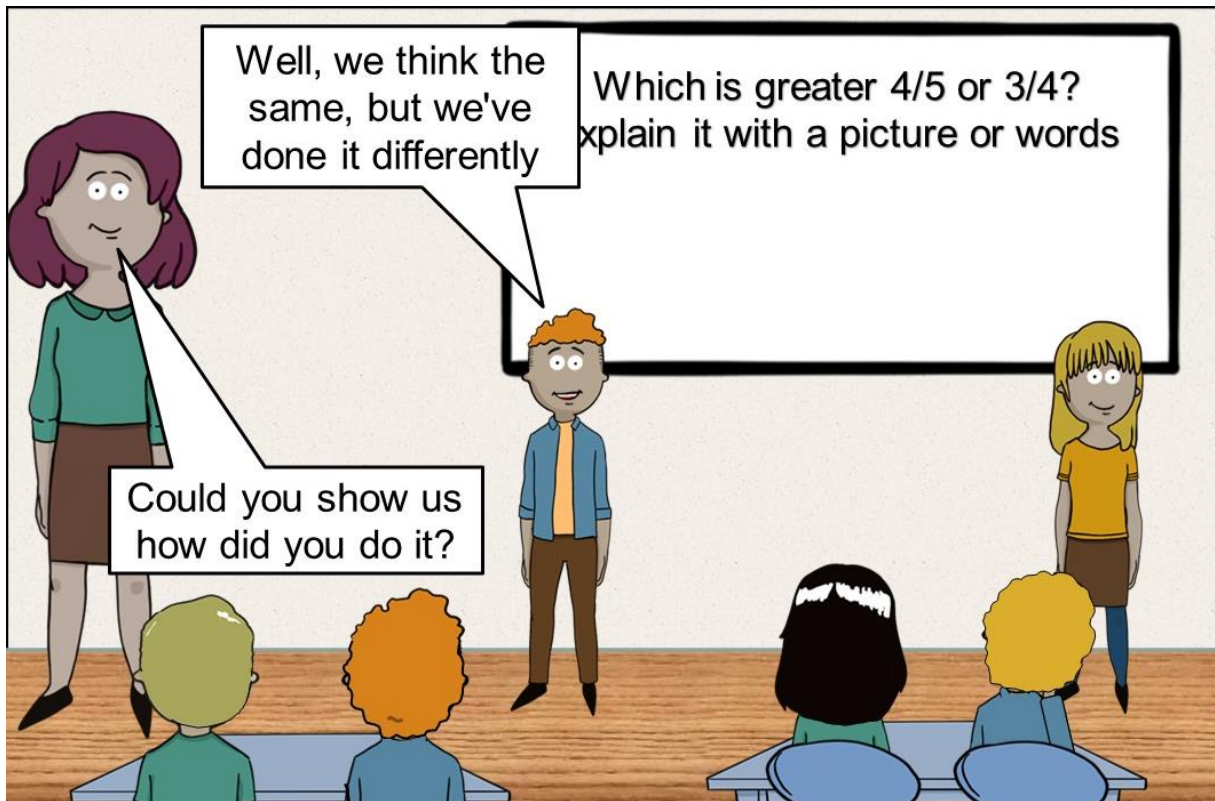
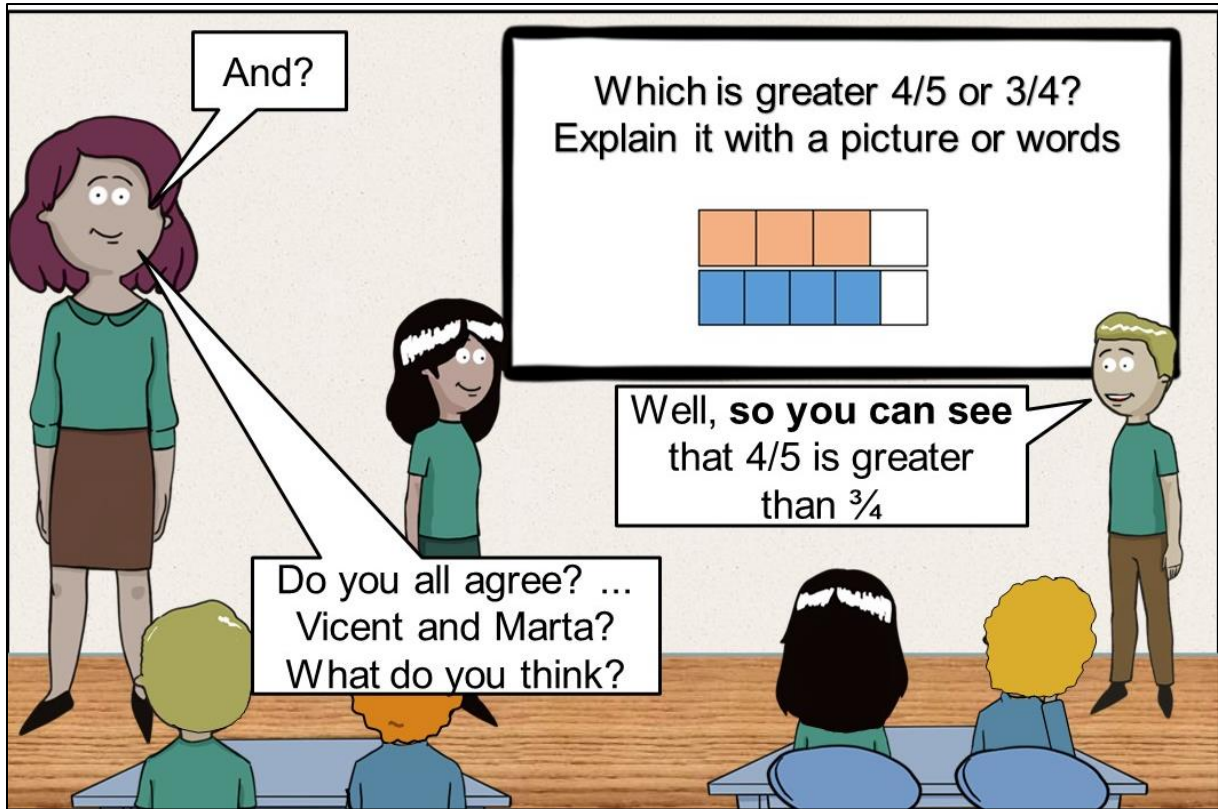
Júlia is a **primary school teacher of 3rd grade (8-9 years)**. This year she has a group of 26 students.

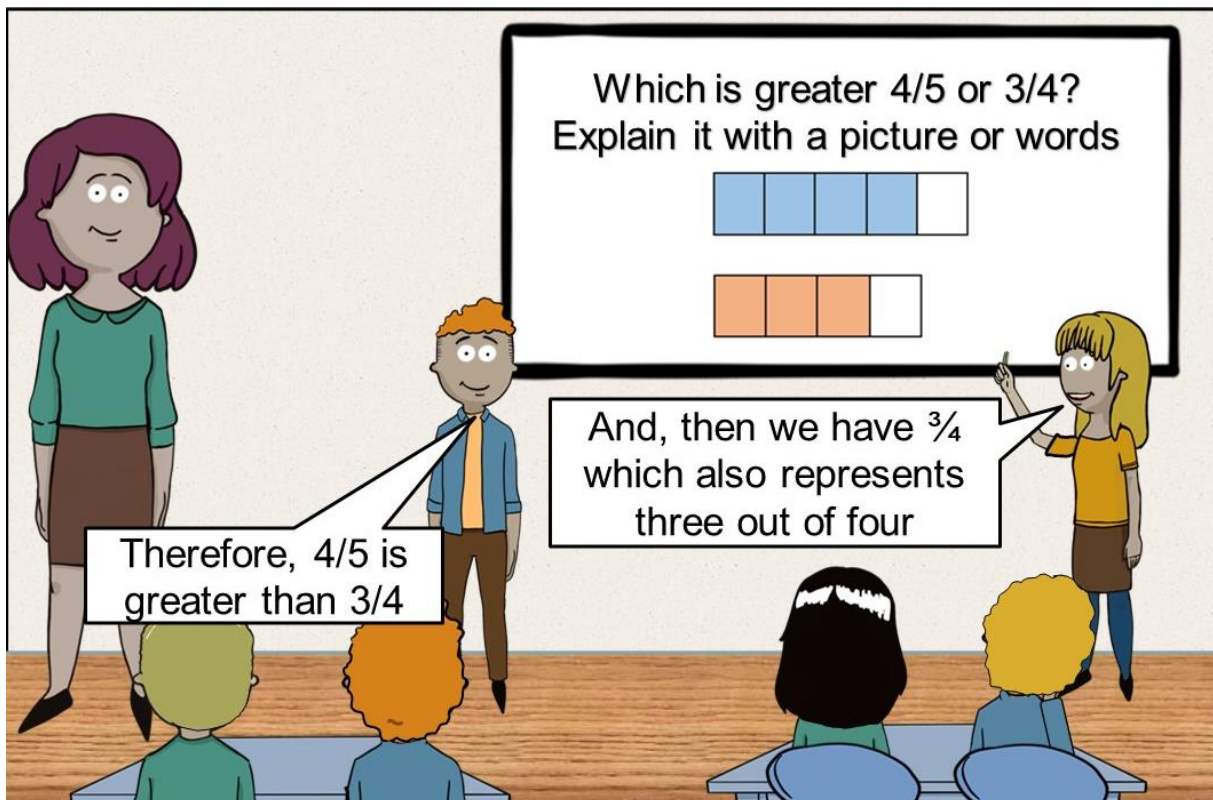
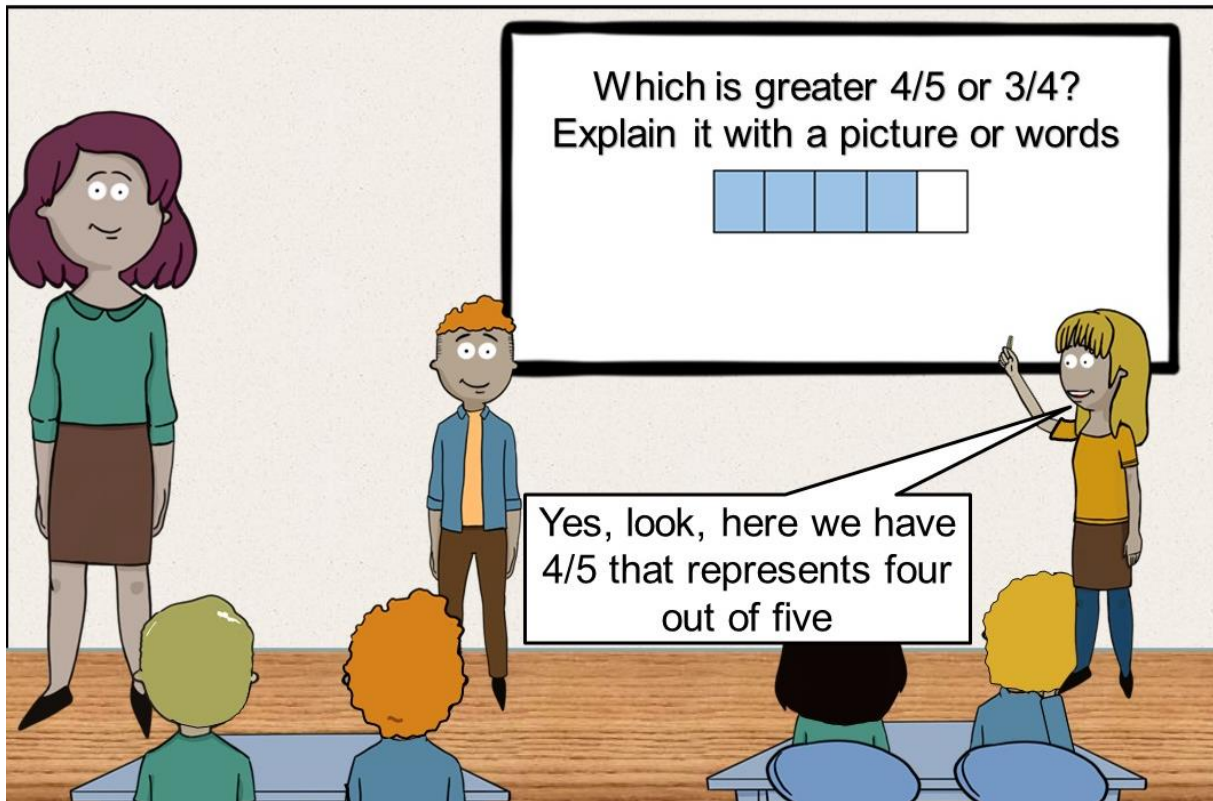
In her classes, **group work predominates**, and she tries to promote the **development of her students' ideas through discussions and the exchange of ideas that emerge with the proposed tasks**.

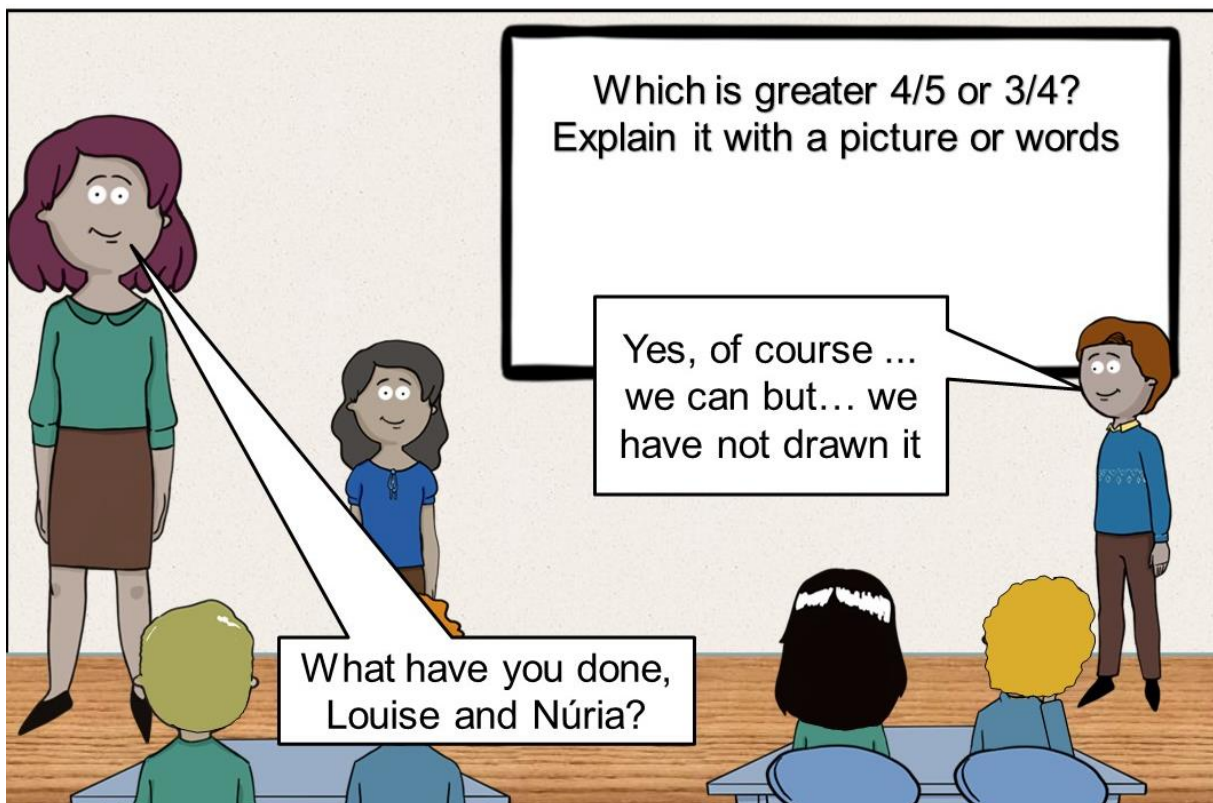
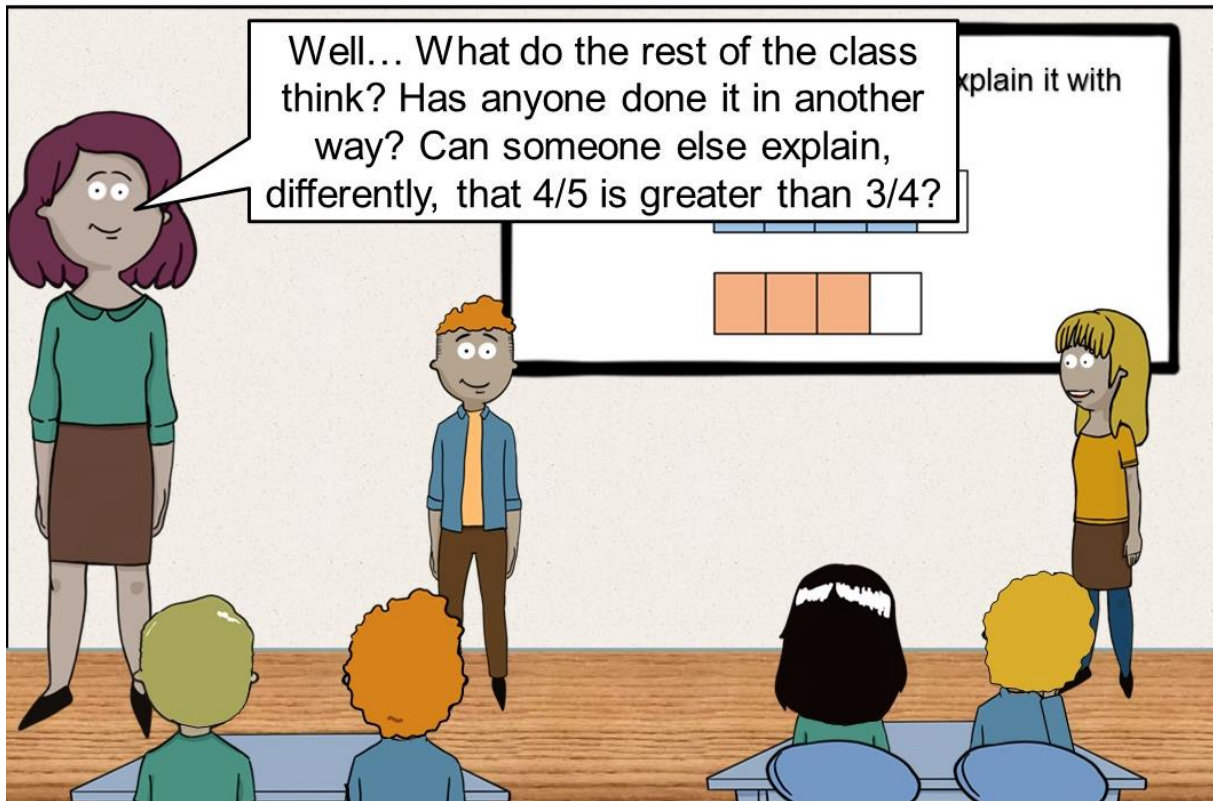
The **second lesson focuses on comparing fractions**. Júlia proposes the following problem:

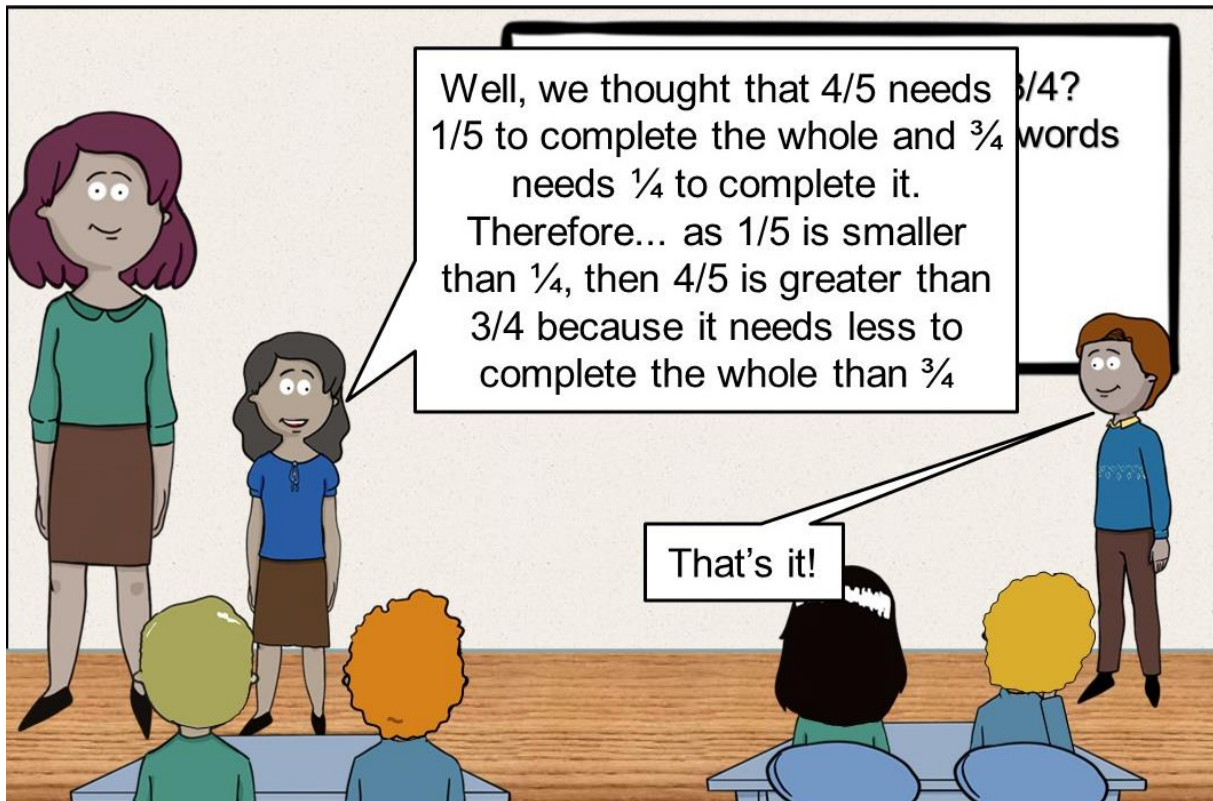












THE CASE OF JULIA

PR-2 Comparing fractions

- **Q1-** Describe the activity being solved in the classroom considering the intended learning objective: what are the mathematical elements that the student needs to know to solve it?
- **Q2-** Describe how each pair of students has solved the activity identifying how they have used *the mathematical elements* involved and their difficulties with them.
- **Q3-** At which level of the Learning Trajectory would you place each pair? Justify your answer.
- **Q4-** Considering the level at which you have placed each pair of students, define a learning objective and propose an activity (or modify the one initially offered by Júlia) to help them progress in their understanding of fractions according to the expected Learning Trajectory



References

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning*. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. *Int J of Sci and Math Educ* 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

The course has been designed by:

Pere Ivars, Ceneida Fernández and Salvador Llinares.
University of Alicante (Spain)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Enhancing pre-service teachers' noticing

of students' mathematical thinking:

Reconstructing the whole



A Vignette for

Enhancing pre-service teachers' noticing of students'

mathematical thinking: reconstructing the whole

“reconstructing the whole”

What is the **target group** of the vignette?

Pre-service primary school teachers (grades 3 – 6; 8-12 years old students)

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course:
Enhancing teachers' noticing of students' mathematical thinking related to fractions

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Developing teachers' noticing of students' mathematical thinking

- interpreting students' understanding
- making instructional decisions on the basis of students' understanding

Mathematical content: Part-whole meaning of fraction (use of a part as an iterative unit to reconstruct the whole)

What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

Cartoon text/vignette format

- Three pair of primary students' answers to an activity of identifying a fraction ($f < 1$). Each answer shows different features of the students' understanding of the fraction concept (different levels of understanding).
- Guide questions regarding the skills of noticing students' mathematical thinking competence: attending to, interpreting and deciding.

What is the related **theoretical framework**?

To answer the guide questions, pre-service teacher should use the information provided in a theoretical document that is part of the course:

HLT of the fraction concept based on Battista (2012)



Further **comments**

The vignette is in Spanish, English, German and Czech.

Position of the vignette

in the Course:

Discussion of Vignette 1:

Enhancing pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking: identifying and representing fractions

Discussion of Vignette 2:

Enhancing pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking: fraction comparison

Introduction

of the theoretical document
(HLT of the fraction concept)

Discussion of Vignette 3:

Enhancing pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking: reconstructing the whole

Vignette 1 – “Fraction comparison”

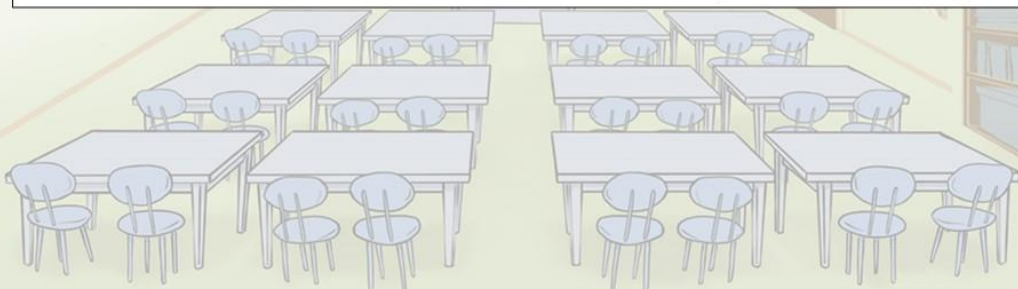


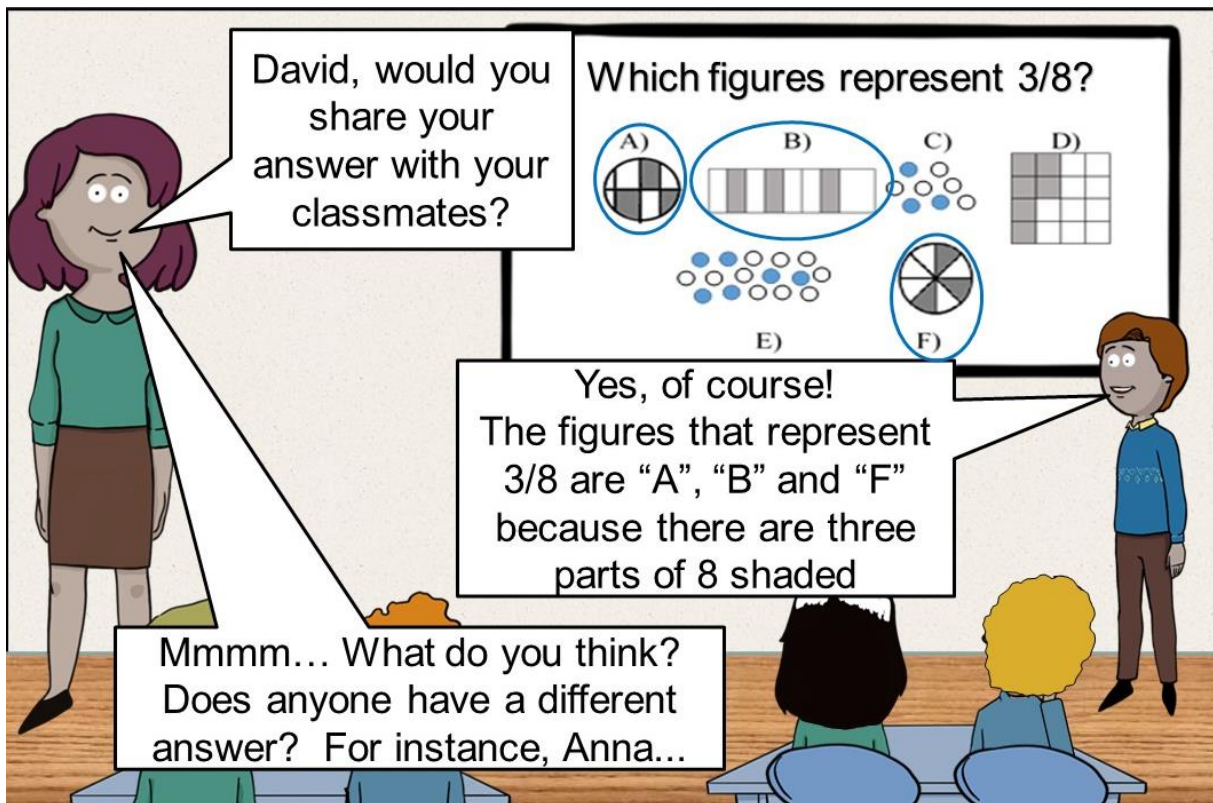
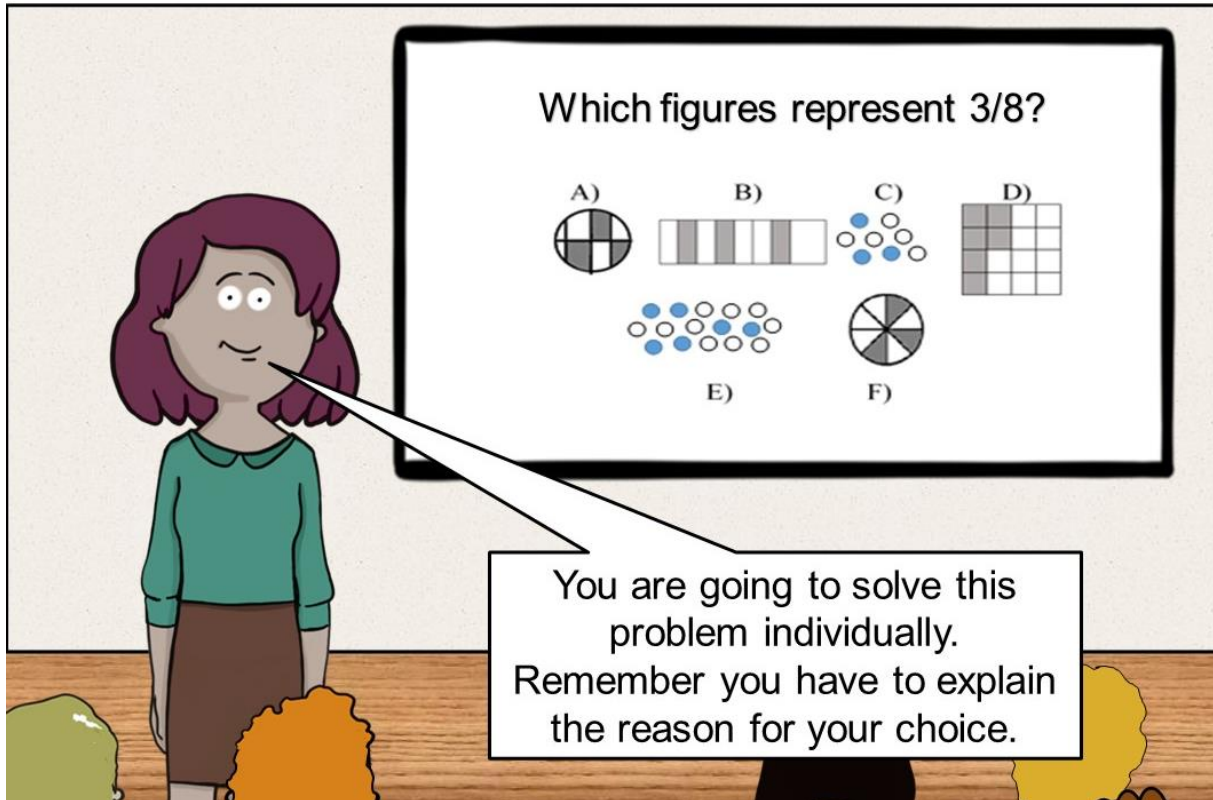
CONTEXT

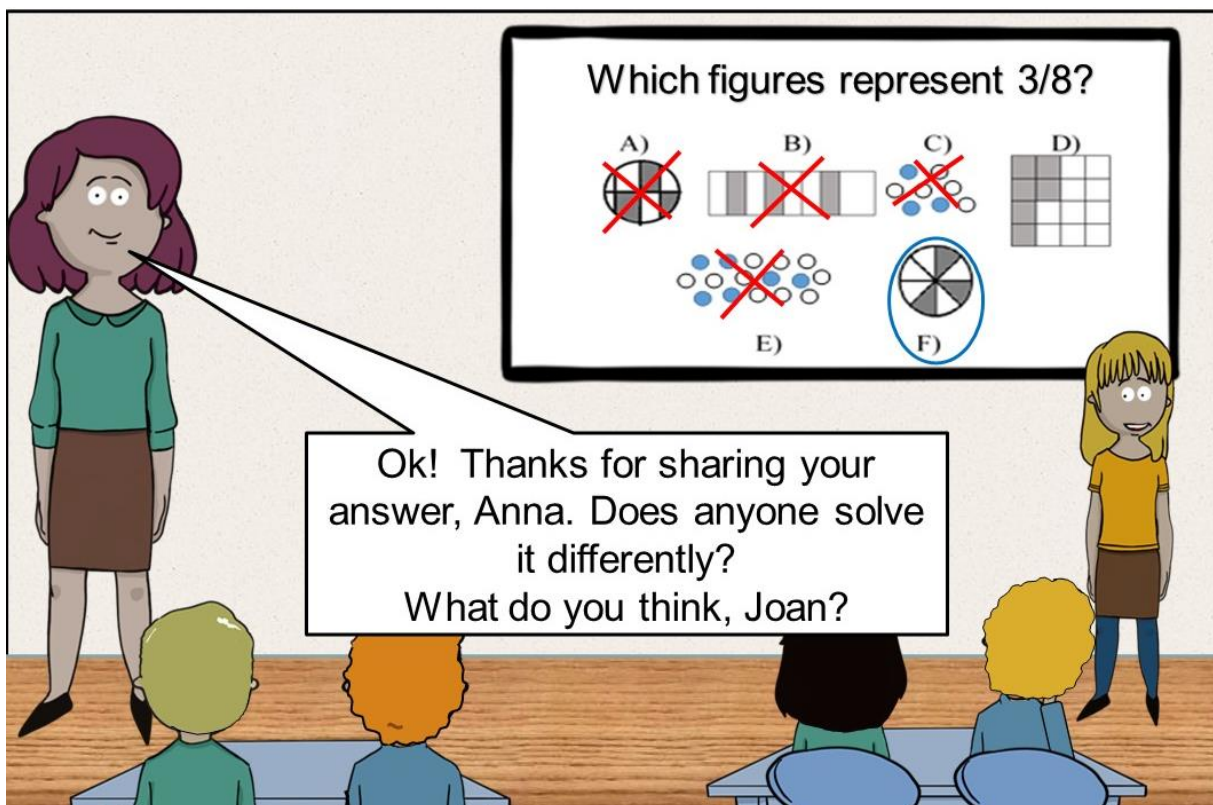
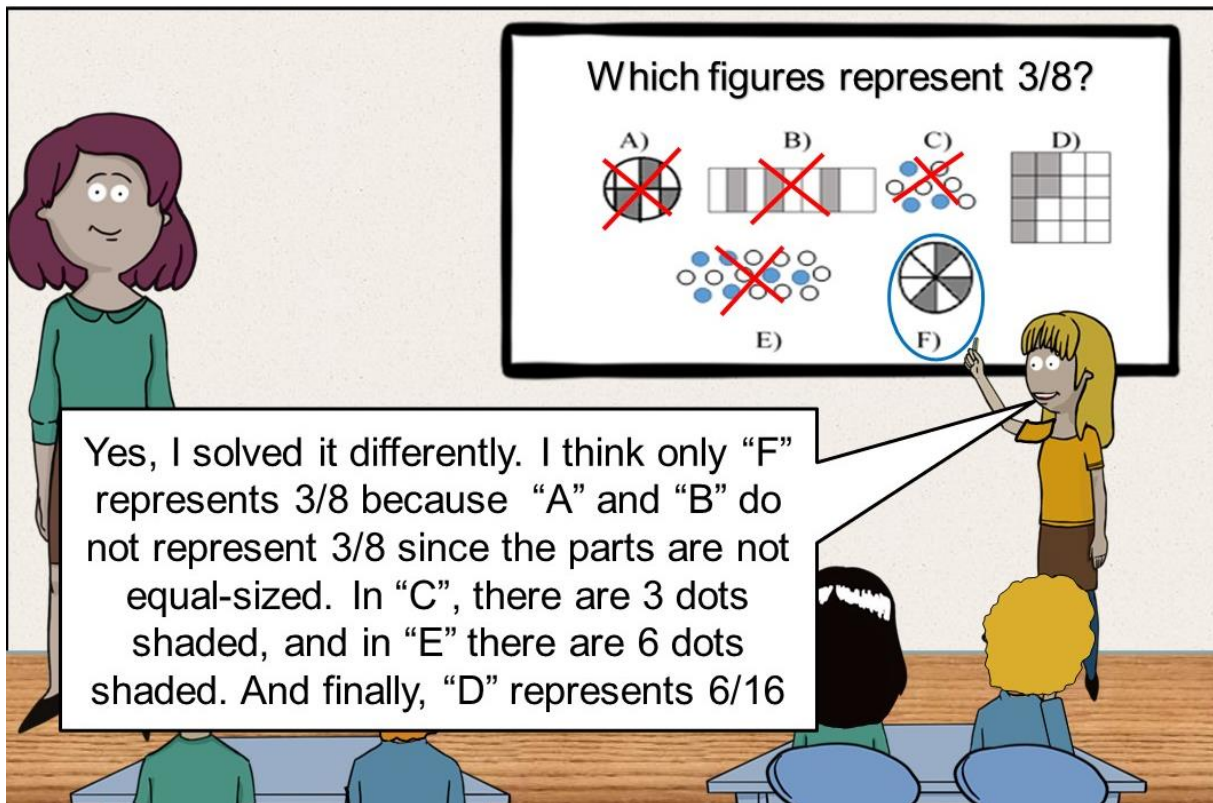
Júlia is a **primary school teacher of 3rd grade (8-9 years)**. This year she has a group of 26 students.

The **third lesson focuses on identifying proper fractions and reconstructing the whole**.




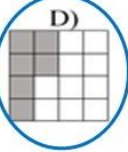
After two lessons working in groups, Júlia wanted to know the **individual knowledge acquired by the students**, so she proposed two individual activities to be solved. The first activity was the following:

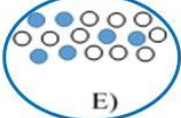







Which figures represent $\frac{3}{8}$?


A)  B)  C)  D) 

E)  F) 

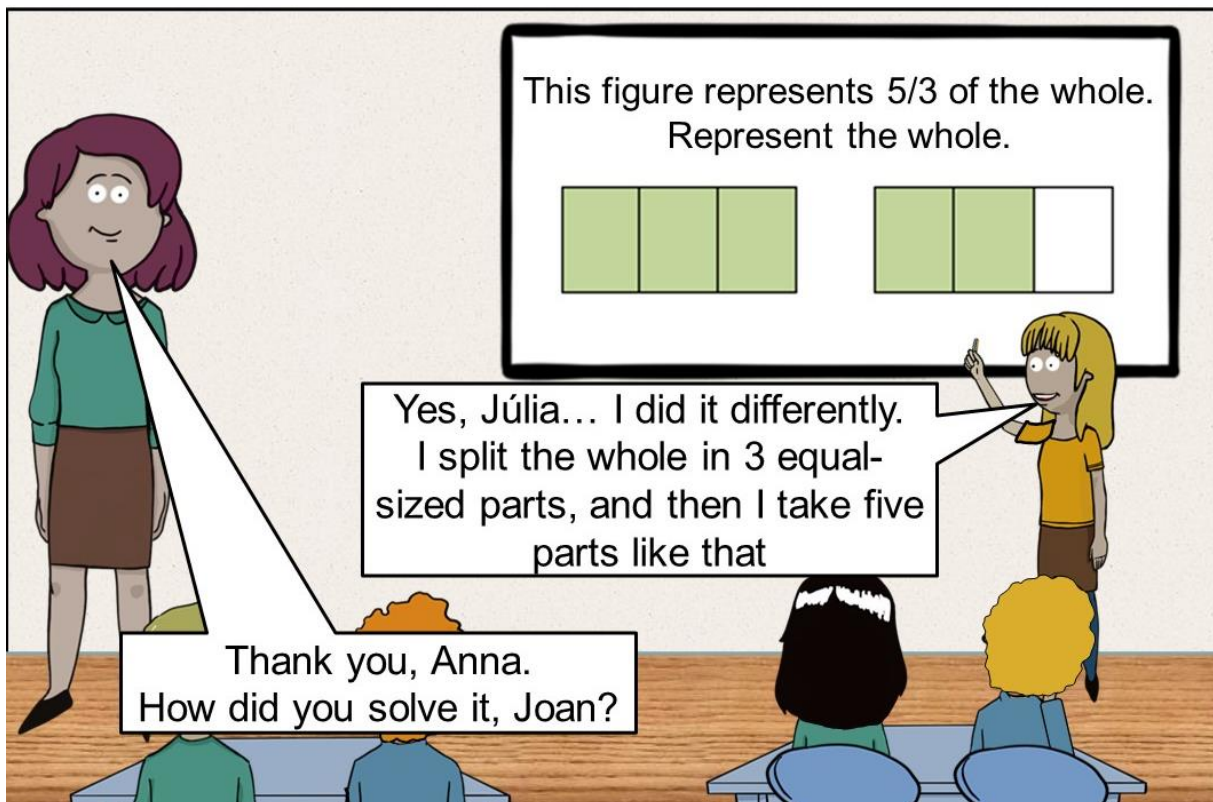
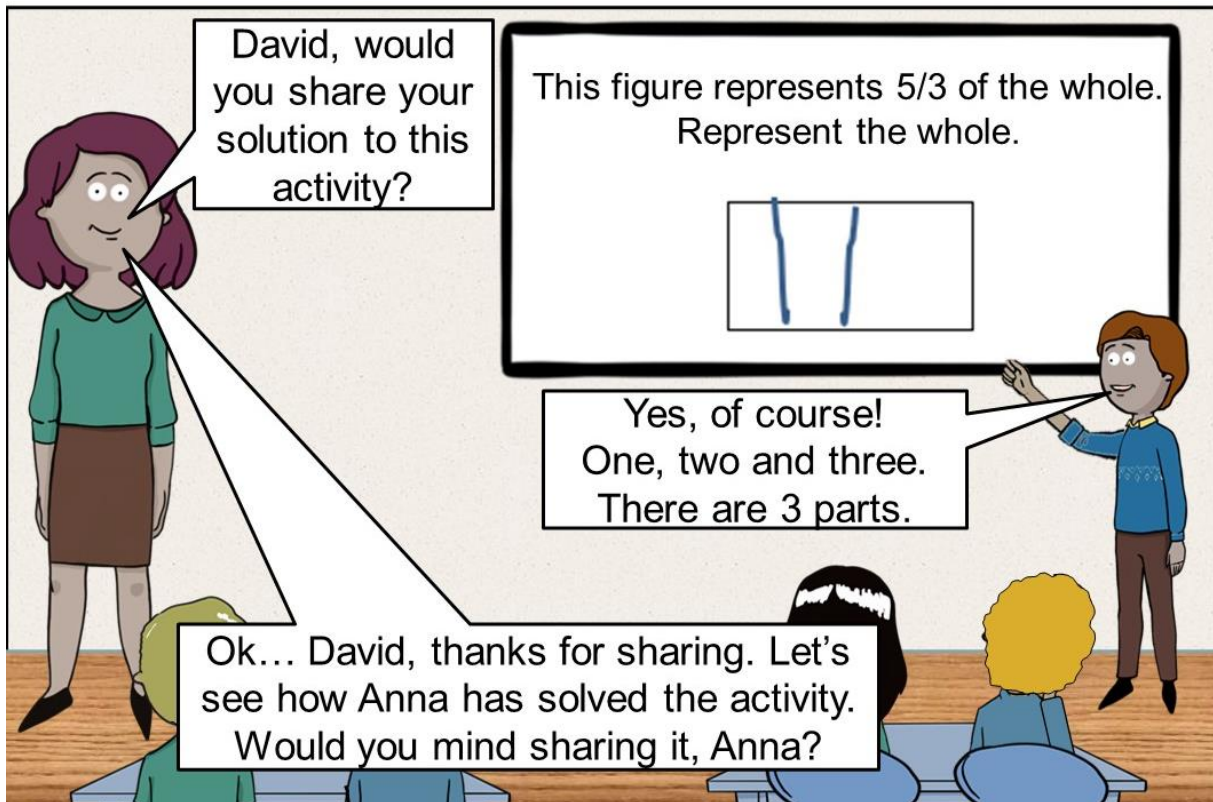
Well, I think that "A" and "B" do not have equal sized parts and do not represent $\frac{3}{8}$. But "C", "D", "E" and "F" represent $\frac{3}{8}$

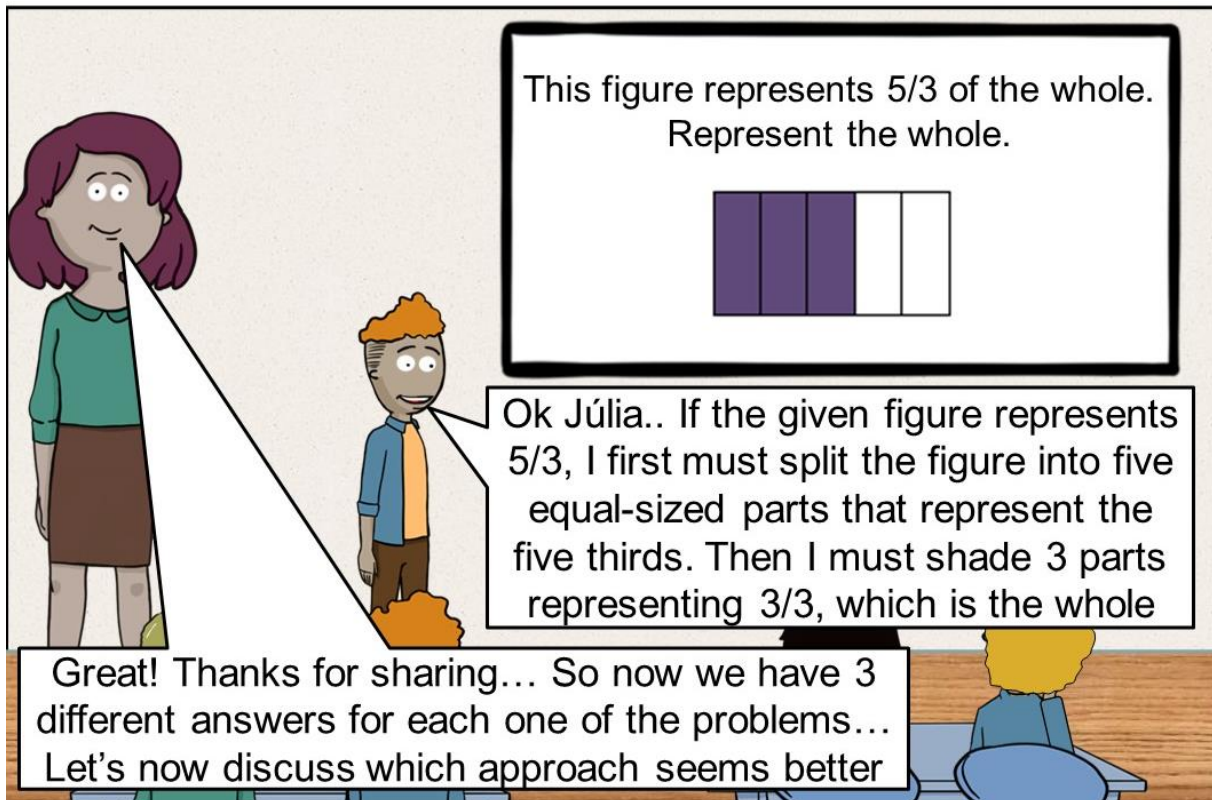
Ok! Thank you all for your answers

This figure represents $\frac{5}{3}$ of the whole. Represent the whole.



Now, you are going to solve another problem individually. As always, remember you have to explain your answer





THE CASE OF JULIA

PR-3 Identifying fractions and Reconstructing the whole

- **Q1-** Describe the activity being solved in the classroom considering the intended learning objective: what are the mathematical elements that the student needs to know to solve it?
- **Q2-** Describe how each student has solved the activities identifying how they have used *the mathematical elements* involved and their difficulties with them.
- **Q3-** At which level of the Learning Trajectory would you place each student? Justify your answer.
- **Q4-** Considering the level at which you have placed each student, Define a learning objective and propose an activity (or modify the one initially offered by Júlia) to help the students progress in their understanding of fractions according to the expected Learning Trajectory



References

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning*. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. *Int J of Sci and Math Educ* 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

The course has been designed by:

Pere Ivars, Ceneida Fernández and Salvador Llinares.
University of Alicante (Spain)



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes

in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Enhancing teachers' noticing of students'

mathematical thinking related to the limit

of a function at a point.



A Course Concept for

Enhancing teachers' noticing of students' mathematical thinking related to the limit of a function at a point.

What is the **target group** of the course?

Pre-service secondary school teachers (11th grade; 16-17 years old students)

What are the **aims** and the **learning goals** of the course?

Developing teachers' noticing of students' mathematical thinking

- Identifying mathematical elements and modes of representation linked to the limit of a function at a point concept in different activities from textbooks.
- Anticipating students' answers with different understanding of the limit of a function at a point concept.
- Interpreting students' understanding.
- Making instructional decisions based on students' understanding.

What is the **related theory**?

Mathematical elements and modes of representation involved in the concept of limit of a function at a point (dynamic conception of limit) (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls, & Llinares, 2012). Hypothetical learning Trajectory (HLT) of the limit of a function at a point concept (Pons, 2014).

How is the course **structured**?

Duration: 5 sessions of 2 hours (Total: 10 hours)

The course consists of two theoretical documents: a theoretical document with information regarding the mathematical elements and modes of representation involved in the limit of a function at a point concept and, a theoretical document with information related to the HLT of the limit of a function at a point concept (different student's levels of understanding of this concept). Furthermore, it consists of 4 vignettes: a vignette where pre-service teachers have to analyse different activities from a textbook, a vignette of anticipating student responses with different levels of understanding of the concept, and two vignettes where prospective teachers have to analyse student responses to interpret their understanding and propose activities to help students progress in their understanding.

What does the **course format** look like?

Session 1 (2 hours)

Vignette 1 consists of three activities (from textbooks) on the concept of the limit of a function at a point. Pre-service teachers have to solve the activities and identify the mathematical elements of the concept involved, as well as the modes of representation. To do so, they can use the theoretical document with information on the mathematical elements involved in the concept of the limit of a function at a point and the different modes of representation.

Session 2 (2 hours)

Vignette 2 consists of the same three activities as in vignette 1, but now the questions to be answered by the future teachers are focused on anticipating student answers to discuss possible levels of understanding of the concept of the limit of a function at a point. To do so, they can use the same theoretical document as in vignette 1.

Session 3 and 4 (4 hours)

Vignette 3 consists of three high school students' responses to three activities about the concept of the limit of a function at a point. Future teachers have to identify students' understanding and decide how to continue with the instruction so that students progress conceptually. For this purpose, they can use a theoretical document with information on a HLT of the concept of the limit of a function at a point (different students' levels of understanding of the concept).

Session 5 (2 hours)

Vignette 4 (assessment vignette) consists of three high school students' responses to six activities on the limit of a function at a point concept. Future teachers have to identify students' understanding and decide how to continue with the instruction so that students progress conceptually. For this purpose, they can use the same theoretical document as in vignette 3.

Each vignette is worked in small groups, and then it is discussed with the big group. With the exception of vignette 4 which is worked individually (assessment vignette).

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Each vignette (text/cartoon format) includes:

- Textbook pages /a classroom situation showing activities proposed by a teacher and different students' answers to the activities. Each student shows different characteristics of the limit of a function at a point concept understanding.
- Guide questions to focus pre-service teachers' attention on the situation given: identifying mathematical elements involved in the activities, anticipating students' answers, analysing student's answers to interpret students' understanding and proposing activities to help students progress in their understanding.

Future teachers have to use the information provided in the two theoretical documents.

A social interaction space for the discussion of the vignettes should be created: It can be onsite or online.

How many vignettes are part of course?

A set of 4 vignettes as we mentioned above.

Are the vignettes found, authentic, adapted or scripted?

The set of vignettes is authentic (vignettes built using real students' answers) or adapted and it has been specifically designed to provide rich discussion and to enhance pre-service teachers' noticing of students' mathematical thinking.

Is there **complementing text material** for the course participants?

Two theoretical documents:

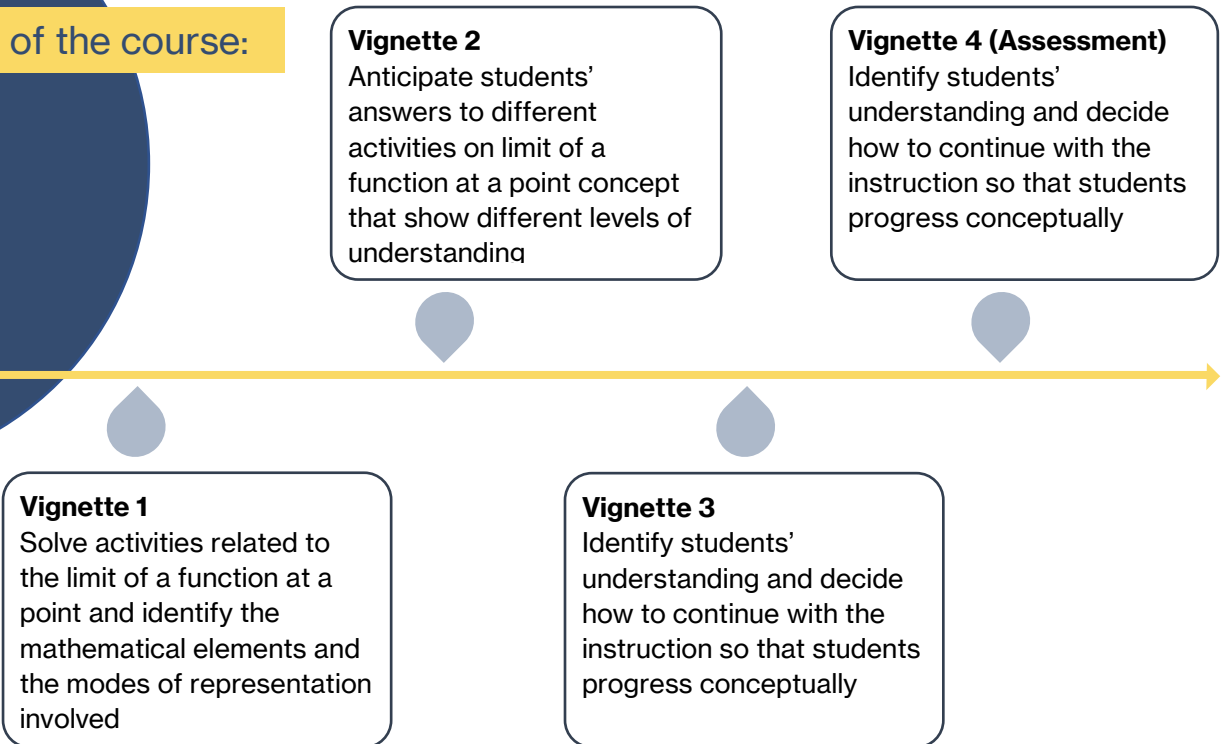
(i) a theoretical document with information regarding the mathematical elements and modes of representation involved in the limit of a function at a point concept (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls, & Llinares, 2012)

(ii) a theoretical document with information related to the HLT of the limit of a function at a point concept (different student's levels of understanding of this concept) (Pons,2014).



Timeline

of the course:



References

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 167–192.

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Doctoral Dissertation Thesis. University of Alicante. Spain.

Pons, J., Valls, J., & Llinares, S. (2012). La comprensión de la aproximación a un número en el acceso al significado de límite de una función en un punto. In A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García, & L. Ordóñez (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 435–445). Jaén: SEIEM.



Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Ceneida Fernández. University of Alicante (Spain)
ceneida.fernandez@ua.es

The course has been designed by:

Ceneida Fernández M. Mar Moreno, Julia Valls
University of Alicante (Spain)

Gloria Sánchez-Matamoros
University of Seville (Spain)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Interpreting students' understanding and

making instructional decisions on the basis

of students' understanding



A Vignette for

Interpreting students' understanding and making

instructional decisions on the basis of students' understanding

“Vignette 3”

What is the **target group** of the vignette?

Pre-service secondary school teachers (11th grade; 16-17 years old students)

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course: “**Enhancing teachers' noticing of students' mathematical thinking related to the limit of a function at a point**”.

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Developing teachers' noticing of students' mathematical thinking

- interpreting students' understanding
- making instructional decisions based on students' understanding

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Cartoon vignette format and consists of:

- Three high school students' answers to three activities on the concept of the limit of a function at a point (in different modes of representation: analytical, numerical and graphical). Each student shows different characteristics (level) of the concept understanding.
- Guiding questions to focus the future teachers' attention on the students' mathematical thinking: identifying, interpreting and deciding.

What is the related **theoretical framework**?

To answer the guiding questions, pre-service teacher should use the information provided in a theoretical document that is part of the course:

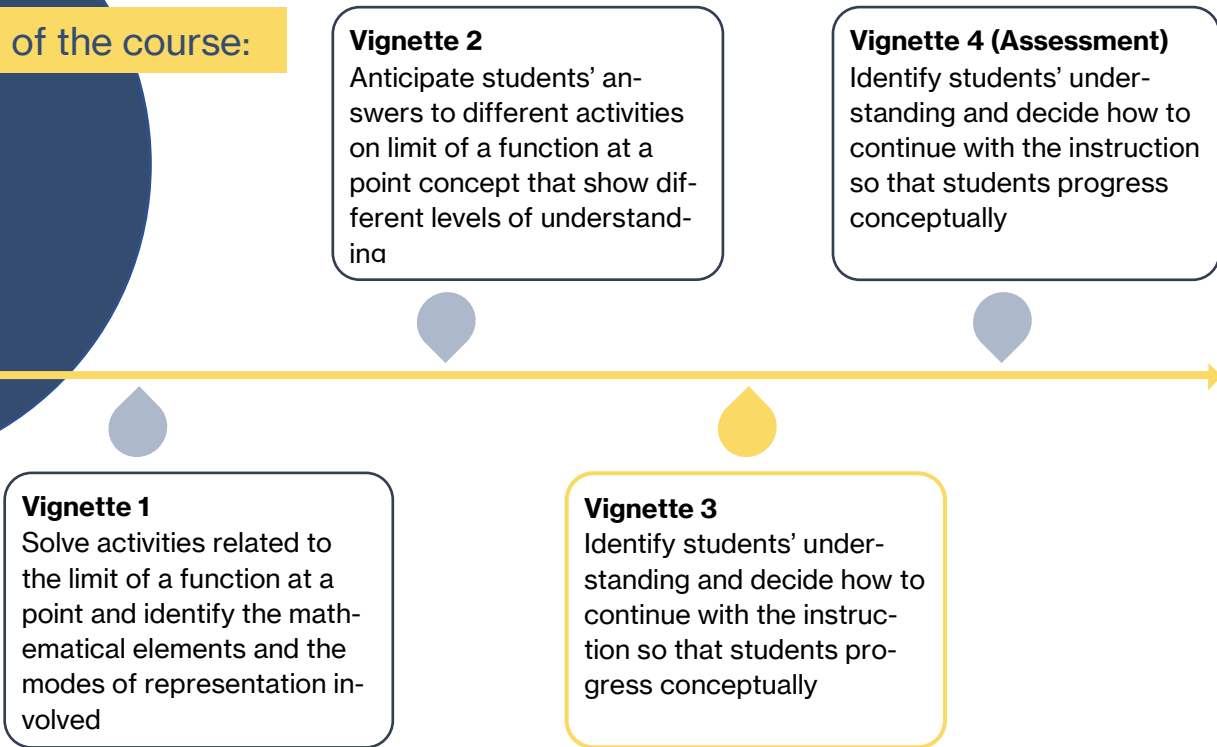
- HLT (levels of understanding) of the limit of a function at a point based on Pons (2014).

Further comments


The vignette is in Spanish, English, German and Czech.

Timeline

of the course:



Vignette 1

 <p>Vignette 3. Interpreting students' understanding and making instructional decisions on the basis of students' understanding</p>	<p>Context: Carlos is a secondary school teacher. As a class practice, he has proposed the following three activities on the concept of the limit of a function at a point. The resolutions of three students to the three activities are shown.</p>
---	---

Today's practice consists of solving the following three problems individually.

Problem 1
Consider the function:
 $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$

Calculate the limit of $f(x)$ when
 a) x approaches 1
 b) x approaches 2

Problem 2
Consider the next tables:

x_1	0.8	0.9	0.99	-	1
$g(x_1)$	1.64	1.81	1.9201	-	2

x_2	0	0.9	0.99	-	1
$g(x_2)$	0	0.99	0.9999	-	1

a) What is the value to which
 1. x_1 and x_2 are approaching from it
 2. The images of $f(x_i)$ are approach
 3. The images of $g(x_i)$ are approach

b) What is the value to which
 1. The images of $f(x_i)$ are approach
 2. The images of $g(x_i)$ are approach

Problem 3
Relate the following graphs with the statements a, b and c

a) The limit of the function in $x=2$ is 2
 b) The limit of the function in $x=2$ is 5
 c) There is not limit of the function in $x=2$

Sara: Problem 1 resolution

a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x+1 = 3$
 b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$

Sara: Problem 2 resolution

a) 1. x_1 from the left, is approaching to 0
 x_2 from the right, is approaching to 1
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x_1) = 2$
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x_2) = 1$
 2. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x_1) = 2$
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x_2) = 1$
 3. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x_1) = 2$
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x_2) = 1$
 b) 1. $x_1^- = 0$ $x_2^+ = 1$
 $f(x_1^-) = 1$ $f(x_2^+) = 2$
 2. $x_1^+ = 0$ $x_2^- = 1$
 $f(x_1^+) = 0$ $f(x_2^-) = 2$
 coincide

Sara: Problem 3 resolution

3
 a) Graph 3. The limit of the function in $x=2$ is 2 since the limit of the function in $x=2$ from the right and from the left is 2.
 b) Graph 2. The limit of the function in $x=2$ is 5 since the limit of the function in $x=2$ from the left and from the right is 5.
 c) Graph 1. The limit in $x=2$ does not exist since the limit in $x=2$ from the left is 2 and from the right is 5.

Luis: Problem 1 resolution

1
 a) The limit does not exist because
 b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

Luis: Problem 2 resolution

2
 a) What is the value to which
 1. x_1 and x_2 are approaching from the right and from the left?
 2. The images of $f(x_i)$ are approaching from the right and from the left?
 3. The images of $g(x_i)$ are approaching from the right and from the left?

b) What is the value to which
 1. The images of $f(x_i)$ are approaching in relation to the value that x_i approaches?
 2. The images of $g(x_i)$ are approaching in relation to the value that x_i approaches?

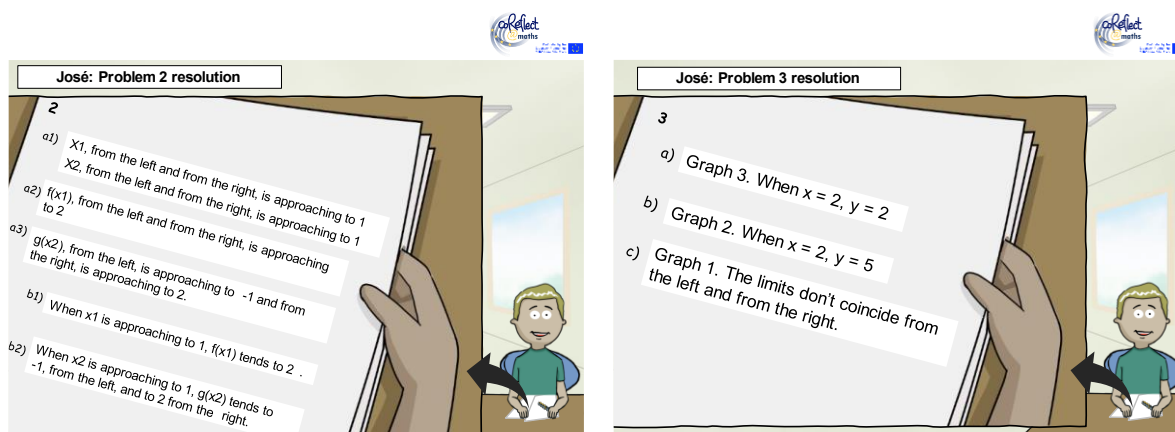
1. When x_1 is approaching to 1, images tend to 2. The relationship is that $f(x_1)$ is the double of x_1 .
 2. In the positives it is equal to $f(x_1)$ but in the negatives, the sign changes. When x_2 is approaching to 1, $g(x_2)$ tends to -1.

Luis: Problem 3 resolution

3
 a) Graph 3 because it is approaching to the same number from both sides.
 b) Graph 2 because it is approaching to the same number from both sides.
 c) Graph 1 because it does not exist the limit. The limit from the left and from the right is different.

José: Problem 1 resolution

1
 a) 3. We have to substitute 1 in $f(x) = 2x + 1$ because $x \leq 1$
 b) 4. We have to substitute 2 in $f(x) = 4$ because $1 < x \leq 2$



QUESTIONS

1. Describe, in each activity, the mathematical elements of the limit of a function at a point concept that each student (Sara/ Luís/José) has used to solve them and indicate if they have had difficulties.
2. From the descriptions of how each student has solved the three activities, is it possible to identify any characteristic of how each student understands the concept of limit of a function at a point? Justify your answer from the elements and modes of representation involved.
3. Considering the understanding of limit of a function at a point of each student shown in the resolution of the three activities, design a new activity to improve their understanding. Justify your answer.

References

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Doctoral Dissertation Thesis. University of Alicante. Spain.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Ceneida Fernández. University of Alicante (Spain)
ceneida.fernandez@ua.es

The course has been designed by:

Ceneida Fernández M. Mar Moreno, Julia Valls University of Alicante (Spain)

Gloria Sánchez-Matamoros
University of Seville (Spain)



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes

in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Enhancing noticing

of geometry teaching

in primary education



A Course Concept for

Enhancing noticing of geometry teaching

in primary education

What is the **target group** of the course?

Pre-service primary school teachers (grades 1-6)

What are the **learning goals** of the course?

Enhancing pre-service primary teachers' noticing of geometric teaching situations, with focus on:

- Students' geometrical thinking (Attending to, interpreting, decision making)
- Analysis of instructional task material and textbook pages (and interactive resources)
- Analysis of students-teacher interactions (language in classroom)
- Design of instructional tasks (lesson plan) to promote the development of students' geometrical thinking

What is the **related theory**?

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

How is the course **structured**?

Duration: 5 sessions of 2 hours (total: 10 hours)

Structure:

Introduction to the theory about primary school students' geometrical thinking (levels of sophistication/ development) and types of tasks. Using vignettes/narratives to illustrate theory



Each Session:

- Analysis of a vignette (small groups). The focus in each vignette is: analysing students' answers to geometrical activities, analysing geometrical activities from textbooks, anticipating students' answers, analysing interactions/dialogue in classroom.
- Pre-service teachers collect their peers' answers and provide feedback focused on the teaching, of geometry (considering the students' geometrical thinking).
- Group discussion

Resolution of Individual Vignette-based tasks, feedback, self-assessment of progress.

What is the **format of vignettes** in the course?

Format of vignettes: text and/or cartoon; video vignettes are also possible.

Description of the context

Representation of practice. For example,

- A set of students' answers to an activity/problem
- Students-teacher interaction solving an activity/problem
- Dialogue between several primary teachers about a teaching situation
- Examples of activities and lesson from textbooks

Prompts to focus preservice primary teachers' noticing on relevant aspects of geometrical teaching situations

How many vignettes are part of course?

5 vignettes to be solved in collaboratively (a vignette in each session)

What is represented in each vignette?

Vignette 1: Students' geometrical thinking: Recognizing and reasoning with attributes of figures (attending to, interpreting and decision making)

Vignette 2: Textbook pages and didactical/interactive resources (attending to, interpreting, and re-designing/ decision making)

Vignettes 3A and 3B: Anticipating students' answers (inclusive relationships among 2D/3D figures, respectively) (lesson plan, and interpreting)

Vignette 4: Classroom interaction/dialogues and teacher's language (attending to, interpreting and decision making)

Are the vignettes **found, authentic, adapted or scripted?**

The vignettes have been adapted from teaching situations and others are authentic. The set of vignettes have been designed to provide rich contexts to enhance preservice teachers' reflection and discussion, with the aim at developing the skill of professional noticing.

What does the **course format** look like?

Three types of formats are offered:

- Online,
- Hybrid, and
- Face-to-face

Is there **additional resources** to the participants in the course?

A theoretical document with features of students' geometrical thinking development and examples of activities (Battista, 2012).

Timeline

of the Course:

Illustrating theory and analysis of geometrical teaching situations by vignettes

Vignette 2:
Textbooks pages and didactical / interactive resources

Vignette 4:
Classroom interaction / dialogues

Vignette 1:
Students' geometrical thinking (Recognizing attributes of 2D/3D figures)

Vignette 3A – 3B:
Anticipating students' answers (Inclusive relationships among 2D/3D figures)

References

- Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.
- Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). Open-ended approach. Reston: NCTM.
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.
- Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante (Spain)
melania.bernabeu@ua.es

The course concept has been designed by:

Melania Bernabeu, Mar Moreno and Salvador Llinares. University of Alicante (Spain)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Recognizing and reasoning

with attributes of 2D-figures



A Vignette for

Recognizing and reasoning

with attributes of 2D-figures

“Recognizing and reasoning with attributes of 2D-figures”

What is the **target group** of the vignette?

Pre-service primary school teachers (grades 1st – 6th)

Is this vignette **part of a course**?

Course: **Enhancing noticing of geometry teaching in primary education**

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Enhancing pre-service teachers’ noticing of students’ geometrical thinking

- Analysis of how primary students recognize and reason with attributes of 2D/3D figures
- Recognizing and interpreting students’ understanding (using theoretical knowledge about the development of students’ geometrical thinking)
- Make instructional decisions on the basis of students’ understanding

What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

What is represented: Primary students’ answers to geometrical tasks

Format: text and/or cartoon; video vignettes are also possible:

- Task: transforming a polygon into another to fulfil certain conditions.
- Student’s answer: Characteristics of student’s answer. The student’s answer shows features of the students’ understanding of the polygons’ classes (In this case, the student reasons with the definition of equilateral triangle)
- Guiding questions: attending to, interpreting and deciding.

How long would the situation take in the classroom?

Total: 90'

- Analysis of the vignette in small groups: 30'
- Pre-service teachers' comments to their peers' answers (group discussion): 60'

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

Vignette is adapted from primary students' authentic answers.

What is the related **theoretical framework**?

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Further **comments**

The vignette is in Spanish, English, German and Czech.

Position of the vignette

in the Course:

Illustrating theory and analysis of geometrical teaching situations by vignettes

Vignette 2:
Textbooks pages and didactical / interactive resources

Vignette 4:
Classroom interaction / dialogues

Vignette 1:
Students' geometrical thinking (Recognizing attributes of 2D/3D figures)

Vignette 3A – 3B:
Anticipating students' answers (Inclusive relationships among 2D/3D figures)

Vignette 1 – “Recognizing and reasoning with the attributes of 2D figures”



VIGNETTE 1. RECOGNISING AND REASONING WITH THE ATTRIBUTES OF THE 2D FIGURES

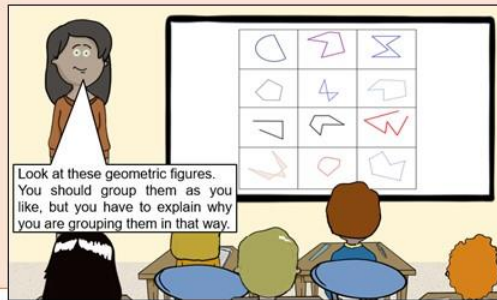
Designed by Melania Bernabeu, Mar Moreno and Salvador Llinares. Universidad de Alicante.

Ana is a primary school teacher in a 2nd grade classroom.

The goal of the lesson is “recognizing and reasoning with the attributes of geometrical figures to construct the polygon concept”

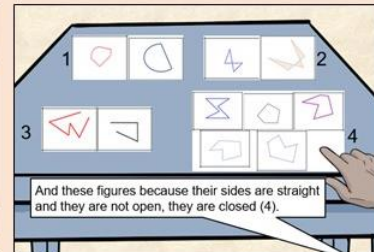
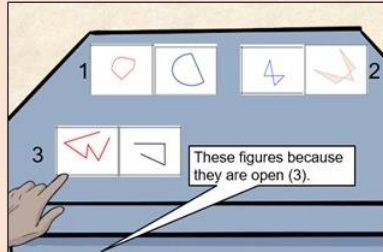
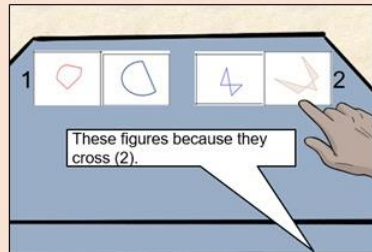
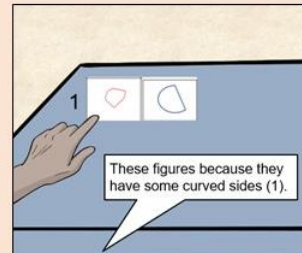
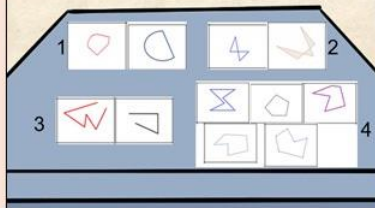
She proposes the following activity to her pupils to be solved in small groups.

Next, she checks how her students are solving the activity.



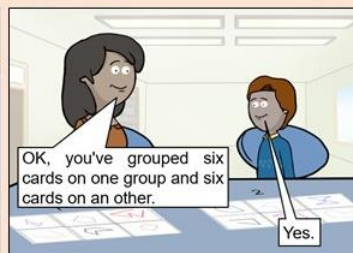
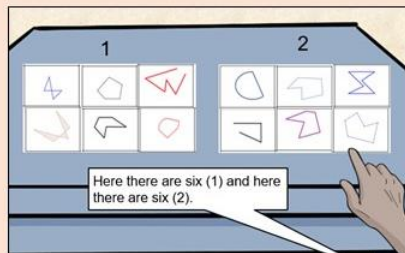
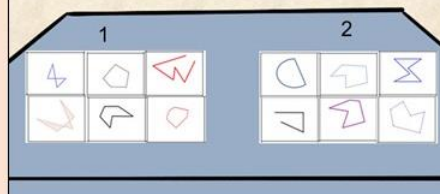
Student 1

The groups of student 1



Student 2

The groups of Student 2





Student 3

The groups of student 3

Explain to me, why have you grouped them in this way?

These figures are all polygons (1) and these are not (2).

Are all these figures polygons (1)?

Yes, because they are plane figures, whose sides do not cross and all sides are straight.

QUESTIONS

- **Q1- Describe the activity.** What are the geometrical elements and processes involved in the activity?
 - Identify the characteristics of the examples used by the teacher
- **Q2-** Describe how each student has solved the activity, identifying:
 - How has he/she used the *geometrical elements and processes*? which difficulties has he/she had?
 - At which level of geometrical thinking development would you place him/her? Explain your answer.
- **Q3-** Considering the level at which you have placed each child, define a learning objective for the next lesson and propose an activity (or modify the one initially proposed by Ana) to help the students progress in the development of geometric thinking.

References

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) *Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM)*, Sandbach: Millgate House Education.

Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). *Open-ended approach*. Reston: NCTM.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante (Spain)
melania.bernabeu@ua.es

The course concept has been designed by:

Melania Bernabeu, Mar Moreno and Salvador Llinares. University of Alicante (Spain)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Anticipating primary students' answers:

Defining polygons considering

inclusive relationships



A Vignette for

Anticipating primary students' answers:

Defining polygons considering inclusive relationships

“2D geometric figures (3A); geometric solids (3B)”

What is the **target group** of the vignette?

Pre-service primary school teachers (grades 1st – 6th)

Is this vignette **part of a course**?

Course: **Enhancing noticing of geometry teaching in primary education**

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Enhancing pre-service teachers' noticing of students' geometrical thinking

- Anticipating primary students' answers in different levels of understanding
- Making instructional decisions on the basis of students' understanding

What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

What is represented: Preservice primary teachers' answers

Format: text/comic

Guiding questions: attending to, interpreting and deciding.

How long would the situation take in the classroom?

Vignette **3A** (Total: 90')

- Analysis of the vignette in small groups: 30'
- Pre-service teachers' comments about their peers' answers (group discussion): 60'

Vignette **3B** (Total: 90')

- Analysis of the vignette in small groups: 30'
- Pre-service teachers' comments about their peers' answers (group discussion): 60'

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted?**

Vignette is adapted .

What is the related **theoretical framework?**

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Further **comments**

The vignette is in Spanish, English, German and Czech.

Position of the vignette

in the Course:

Illustrating theory and analysis of geometrical teaching situations by vignettes

Vignette 2:
Textbooks pages and didactical / interactive resources

Vignette 4:
Classroom interaction / dialogues

Vignette 1:
Students' geometrical thinking (Recognizing attributes of 2D/3D figures)

Vignette 3A – 3B:
Anticipating students' answers (Inclusive relationships among 2D/3D figures)



Vignette 3A – “Anticipating primary students’ answers (defining polygons considering inclusive relationships)”



VIGNETTE 3A. ANTICIPATING PRIMARY STUDENTS’ ANSWERS (DEFINING POLYGONS CONSIDERING INCLUSIVE RELATIONSHIPS)



Designed by Melania Bernabeu, Mar Moreno and Salvador Linares. Universidad de Alicante.

Hector is a teacher trainer.

The content of today’s lesson is to study the characteristics of primary school students’ geometrical thinking (in the context of defining polygons considering hierarchical relationships).

The aims in the lesson are:

- **To anticipate primary school students’ answers considering the different levels of geometrical thinking development** (particularly, in defining polygons considering hierarchical relationships), and
- **To design tasks** for primary school students related to define polygons considering hierarchical relationships.

Hector proposes the following activity to the preservice teachers

Activity: Define the three polygons shown in the diagram considering that “a square is an example of rhombus, and a rhombus is an example of rhomboid”

```

    graph TD
      RHOMBOLD[RHOMBOLD] --- RHOMBUS[RHOMBUS]
      RHOMBUS --- SQUARE[SQUARE]
  
```

Panel 1: Carla's response

Well...
Rhomboid is a figure with four sides that do not form right angles, and with equal opposite sides and unequal adjacent sides.
Rhombus is a geometrical figure with four equal sides that do not form right angles.
Square is a figure with four equal sides and four right angles.

Panel 2: Alicia's response

I think a student would define them differently, I would say that...
 The **rhomboid** is a parallelogram with opposite equal angles and sides.
 The **rhombus** is a rhomboid with 4 equal sides.
 The **square** is a rhombus with 4 right angles.

Panel 3: Iker's response

The student would say that all of them are quadrilaterals because they have 4 edges and 4 vertices, but
 the **rhomboid** has opposite equal sides and angles
 the **rhombus** has 4 equal sides and the opposite equal angles are different
 the **square** has equal sides and angles

QUESTIONS

- **Q1- IDENTIFY AND INTERPRET.** Considering the answers of Carla, Alicia and Iker.
 - Which of the preservice primary school teachers’ answers is correct? **Justify** your answer indicating how their answers show the specialization of the definitions and the transitivity of inclusive relationships.
- **Q2- DECIDE.** In the cases in which the answers do not show the **specialization of the definitions and the transitivity of inclusive relationships**, design a sequence of activities to help primary school students understand and use the characteristics of polygons when they are defining them

Vignette 3B – “Anticipating primary students’ answers (defining geometric solids considering inclusive relationships)”



VIGNETTE 3B. ANTICIPATING PRIMARY STUDENTS' ANSWERS (DEFINING GEOMETRICAL SOLIDS CONSIDERING INCLUSIVE RELATIONSHIPS)



Designed by Melania Bernabeu, Mar Moreno and Salvador Llinares. Universidad de Alicante.

Hector is a teacher trainer.

The content of today's lesson is to study the characteristics of primary school students' geometrical thinking (in the context of defining geometric solids considering hierarchical relationships).

The **aims** of the lesson are:

- **To anticipate primary school students' answers considering the different levels of geometrical thinking development** (particularly, in **defining geometric solids considering hierarchical relationships**), and
- **To design tasks** for primary school students related to define geometric solids considering hierarchical relationships.

Hector proposes the following activity to the preservice primary school teaches.

Activity: Define the three geometrical solids showed in the diagram considering that "cube is an example of parallelepiped, and the parallelepiped is an example of prism"

```

    graph TD
      PRISM --- PARALLELEPIPED
      PARALLELEPIPED --- CUBE
    
```

Panel 1: Activity Introduction

Anticipate a primary student's correct answer to this activity that shows characteristics of the level 3 in the development of geometrical thinking

Activity: Define the three geometrical solids shown in the diagram considering that "a cube is an example of parallelepiped, and a parallelepiped is an example of prism"

Panel 2: Carlos's Response

Carlos, how have you answered the activity?

I think the student would provide the following definitions:

- Prism is an irregular polyhedron that consists of two equal and parallel faces called bases, and lateral faces that are parallelograms;
- the parallelepiped is a six-sided polyhedron, in which all faces are parallelograms with opposite parallel and equal faces
- the cube is a type of regular parallelepiped. It is a polyhedron limited by six congruent square faces.

Panel 3: Fernando's Response

And you, Fernando, what do you think?

Well, I think the student would provide definitions from the bottom to the top.

- the cube is a regular prism with square faces;
- the parallelepiped is a prism in which the bases and the lateral faces are parallel; and
- the prism is a polyhedron with two parallel and equal faces, formed by base and lateral faces.

Panel 4: Rosa's Response

And you, Rosa?

I think the student would say that

- the cube is a parallelepiped whose faces are squares
- the parallelepiped is a prism whose faces are parallelograms
- the prism is a polyhedron with two parallel and equal faces (bases) and with lateral sides formed by parallelograms.

QUESTIONS

- **Q1- IDENTIFY AND INTERPRET.** Considering the answers of Carlos, Fernando and Rosa.
 - Which of the preservice primary school teachers' answers is correct? **Justify** your answer indicating how their answers show the specialization of the definitions and the transitivity of inclusive relationships.
- **Q2- DECIDE.** In the cases in which the answers do not show the **specialization of the definitions and the transitivity of inclusive relationships**, design a sequence of activities to help primary school students understand and use the characteristics of geometric solids when they are defining them

References

- Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.
- Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). Open-ended approach. Reston: NCTM.
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.
- Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante (Spain)
melania.bernabeu@ua.es

The course concept has been designed by:

Melania Bernabeu, Mar Moreno and Salvador Llinares. University of Alicante (Spain)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Reflecting about dialogues and interaction

in the classroom. Primary school teachers'

mathematics language



A Vignette for

Reflecting about dialogues and interaction in the classroom.

Primary school teachers' mathematics language

“Dialogues and interaction in the classroom”

What is the **target group** of the vignette?

Pre-service primary school teachers (grades 1st – 6th)

Is this vignette **part of a course**?

Course: **Enhancing noticing of geometry teaching in primary education**

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Enhancing pre-service teachers' noticing of primary school teacher's mathematical language (attending to, interpreting and decision making): vocabulary, examples and explications

Learning to make instructional decisions on the basis of students' understanding

What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

What is represented: Preservice primary school teachers' language in the classroom

Format: text/comic

Guiding questions: attending to, interpreting and deciding.

How long would the situation take in the classroom?

Total: 90'

- Analysis of the vignette in small groups: 30'
- Pre-service teachers' comments to their peers' answers (group discussion): 60'

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

Vignette is adapted.



What is the related
theoretical framework?

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Further **comments**

The vignette is in Spanish, English, German and Czech.

Position of the vignette

in the Course:

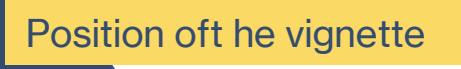
Illustrating theory and analysis of geometrical teaching situations by vignettes

Vignette 2:
Textbooks pages and didactical / interactive resources

Vignette 4:
Classroom interaction / dialogues

Vignette 1:
Students' geometrical thinking (Recognizing attributes of 2D/3D figures)

Vignette 3A – 3B:
Anticipating students' answers (Inclusive relationships among 2D/3D figures)



Vignette 4 – “Dialogues and interaction in the classroom. Primary teacher’s mathematics language”



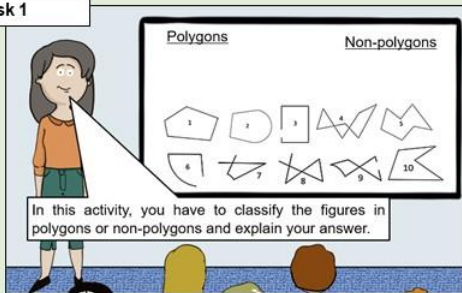
VIGNETTE 4. DIALOGUES AND INTERACTION IN THE CLASSROOM. PRIMARY TEACHER’S MATHEMATICS LANGUAGE



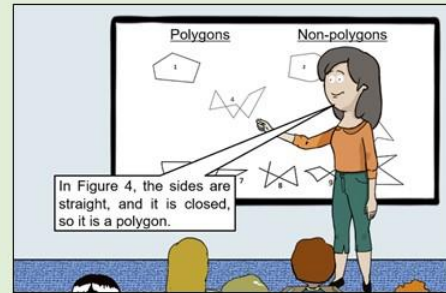
Designed by Melania Bernabeu, Mar Moreno, Juan Manuel González-Forte and Salvador Linares. University of Alicante.

Alicia is a primary school teacher in 2nd grade. The learning goal of the lesson is to “recognize and reason with attributes of 2D figures to construct the polygon concept. Alicia has designed three activities.

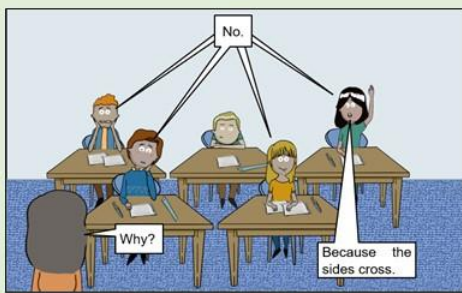
Task 1



In this activity, you have to classify the figures in polygons or non-polygons and explain your answer.

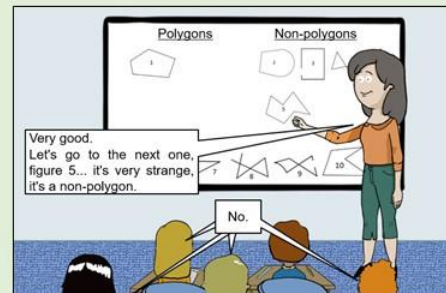


In Figure 4, the sides are straight, and it is closed, so it is a polygon.



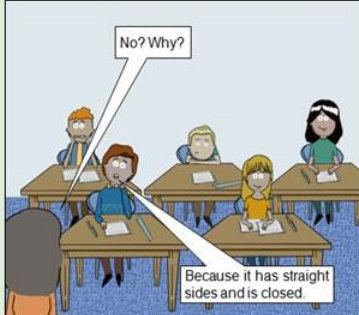
Why?

No. Because the sides cross.



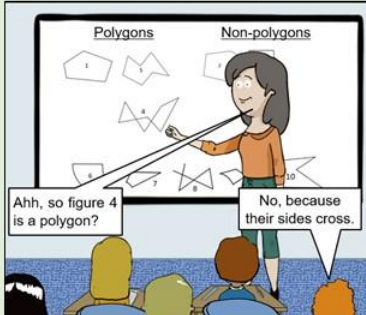
Very good. Let's go to the next one, figure 5... it's very strange, it's a non-polygon.

No.



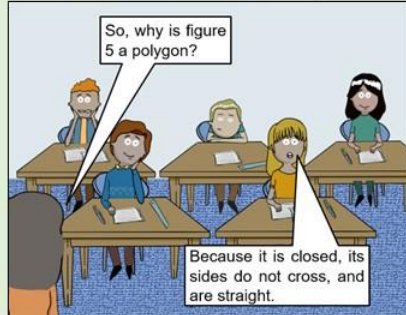
No? Why?

Because it has straight sides and is closed.



Ahh, so figure 4 is a polygon?

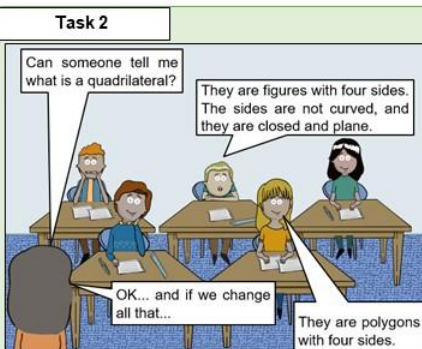
No, because their sides cross.



So, why is figure 5 a polygon?

Because it is closed, its sides do not cross, and are straight.

Task 2

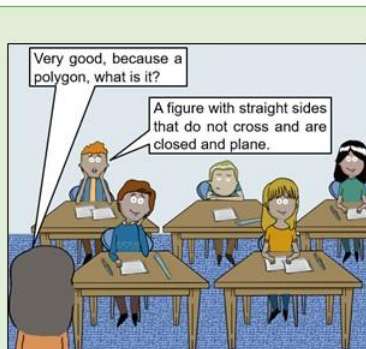


Can someone tell me what is a quadrilateral?

They are figures with four sides. The sides are not curved, and they are closed and plane.

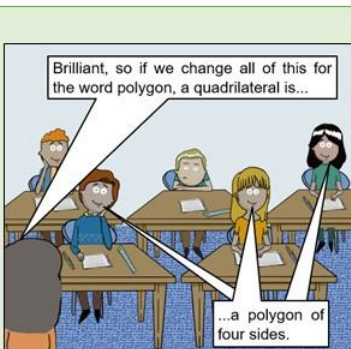
OK... and if we change all that...

They are polygons with four sides.



Very good, because a polygon, what is it?

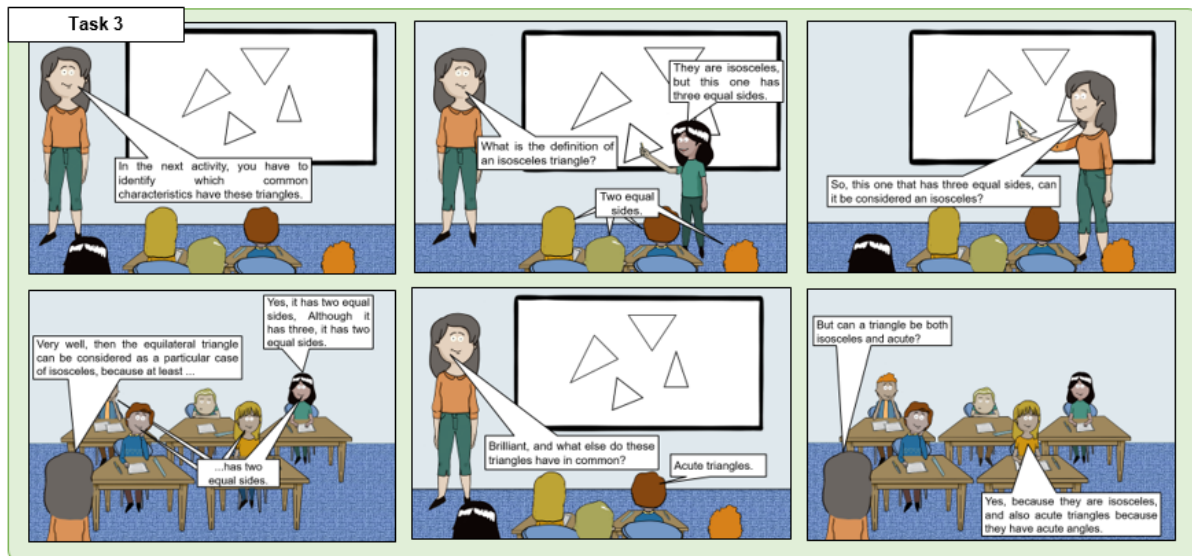
A figure with straight sides that do not cross and are closed and plane.



Brilliant, so if we change all of this for the word polygon, a quadrilateral is...

...a polygon of four sides.

Designed by Melania Bernabeu, Mar Moreno, Juan Manuel González-Forte and Salvador Linares. University of Alicante.



QUESTIONS

- C1-** What mathematically relevant names, explanations, and examples are used by Alicia in each situation?
- C2-** (1) What learning challenges may Alicia's discourse help to reduce by means of these names?
(2) What learning challenges may Alicia's discourse help to reduce by means of these explanations?
(3) What learning challenges may Alicia's discourse help to reduce by means of these examples?
- C3-** Drawing on your previous answers
(1) Would you make some changes in the names, explanations or examples in each situation?
(2) Propose the changes. Why do you think would these change support students' learning?

References

- Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) *Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM)*, Sandbach: Millgate House Education.
- Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). *Open-ended approach*. Reston: NCTM.
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante (Spain)
melania.bernabeu@ua.es

The course concept has been designed by:

Melania Bernabeu, Mar Moreno and Salvador Llinares. University of Alicante (Spain)



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Developing pre-service teachers' professional
knowledge and analysing of students' solving
of (non-routine) word problems



A Course Concept for

Developing pre-service teachers' professional knowledge and
analysing of students' solving of (non-routine) word problems

What is the **target group** of the course?

Primary Mathematics pre-service teachers;
Primary level: grades 1-4, ages 6-10

What are the **aims** and the **learning goals** of the course?

Develop professional knowledge and analysing about students' solving of non-routine word problems, in particular:

- How is problem solving embedded in the curriculum?
- What is mathematical problem solving?
- What are the characteristics of a problem-solving task?
- What strategies do children in primary school use?
- What obstacles do they experience?
- How can students be supported?

What is the **related theory**?

Mathematical problem solving (e.g., Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Bruder & Collet, 2001; van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Liljedahl et al., 2016; Verschaffel et al., 1999)

How is the course **structured**?

Vignettes addressing different aspects of the course content are used as learning material and for course evaluation:

- vignette-based pre-test
- vignette-based learning material
- vignette-based evaluation

What does the **course format** look like? (organisation of sessions, online/offline/hybrid, duration, ...)

Duration: 4 weeks (part of an introductory course for primary pre-service teachers); each week consists of a live session (90 minutes) + self study material

sessions can be delivered online or face-to-face

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Representation of classroom scenarios around problem-solving in primary school;
Cartoon with text + additional open ended questions

How many vignettes are part of course?

16 short vignettes for building knowledge about different problem-solving strategies
3 more complex vignettes for developing the competence to analyse classroom situations regarding problem solving
2 vignettes for course evaluation

Are the vignettes found, authentic, adapted or scripted?

They are based on literature or on authentic lesson transcripts.

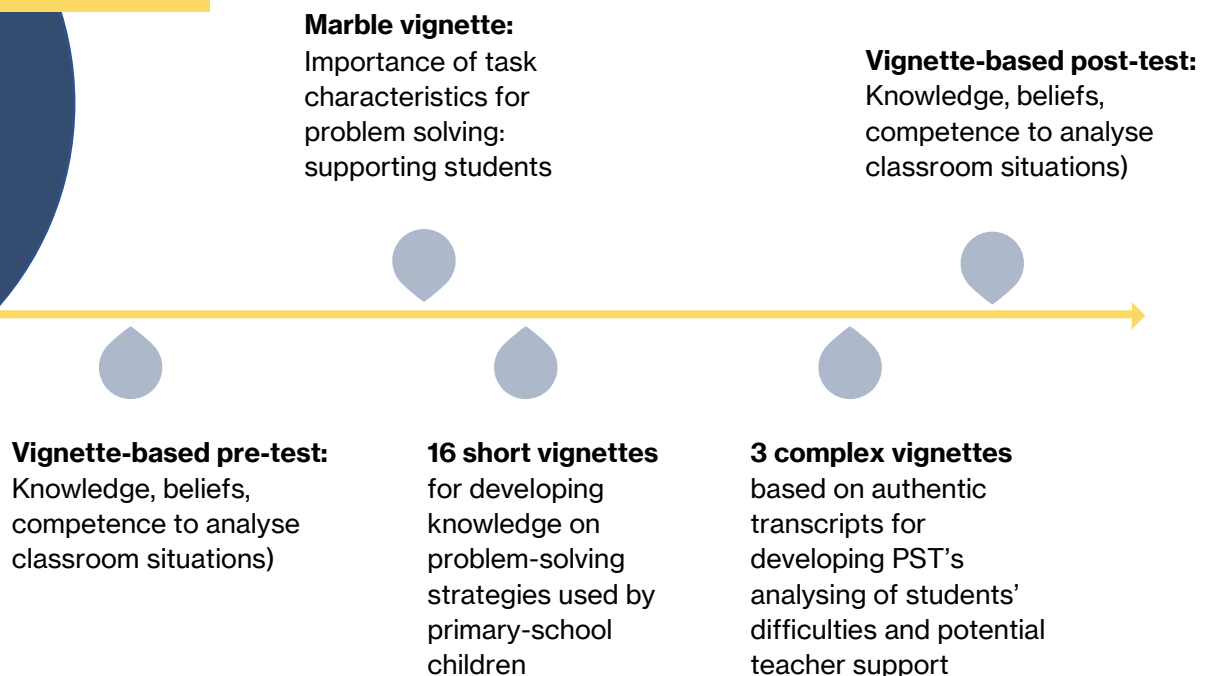
Further comments

The course concept and its evaluation are described in a CERME paper:

Friesen, M. & Knox, A. (accepted). Pre-service teachers learn to analyse students' problem-solving strategies with cartoons. CERME12 proceedings.

Timeline

of the course:





References

- Carlson, M., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 45–75.
- Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1992). How to evaluate progress in problem solving. Reston, VA: NCTM.
- Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41, 605–618.
- Friesen, M. & Kuntze, S. (2020). The role of professional knowledge for teachers' analysing of classroom situations regarding the use of multiple representations. *Research in Mathematics Education* 22(2), 117–134.
- Häring, G. (2016). Problemlösen lernen [Learning to solve problems]. *GS Mathematik* 50, 32–35.
- Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). Problem solving in mathematics education. Cham: Springer.
- Rasch, R. (2016). Textaufgaben für Grundschul Kinder zum Denken und Knobeln [Word problems for primary school children. Solve mathematical problems - develop strategies.] Seelze: Klett.
- Schoenfeld, A. H. (1983). The wild, wild, wild, wild, wild world of problem solving: A review of sorts. *For the Learning of Mathematics*, 3, 40–47.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. *Math. Thinking & Learning*, 1(3), 195–229.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Eliciting pre-service teachers' beliefs

related to the use of non-routine

word problems in the mathematics classroom



A Vignette for

Eliciting pre-service teachers' beliefs related to the use

of non-routine word problems in the mathematics classroom

“Beliefs”

What is the **target group** of the vignette?

Primary Mathematics pre-service teachers;
Primary level: grades 1-4, ages 6-10

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course “**Developing pre-service teachers’ professional knowledge and analysing of students’ solving of (non-routine) word problems**”

What is the **context** in which the vignette is used?

The vignette is used as starting activity at the very beginning of the course to elicit the participants beliefs related to the use of non-routing text problems in the mathematics classroom.

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

- Make beliefs visible and accessible in order to build on them in the course on problem-solving.
- Make participants aware of the fact that they hold beliefs and that beliefs can inform how they act and make decisions when teaching mathematics.
- Showcase typical and also opposing beliefs mathematics teachers hold towards the use of non-routing word problems (based on literature).
- Facilitate discussion around typical beliefs standing for affordances and challenges when working with non-routine word problems in class.
- Overcome limited / imbalanced views related to the use of non-routing word problems.
- Encourage and prepare the use of non-routine work problems as essential part of teaching and learning mathematics in the pre-service teachers’ own teaching.

What is represented and in which format (video, text, cartoon or combination)?

Seven cartoon characters (peer student teachers) representing different (typical) teachers' beliefs towards the use of a given non-routine word problem in class.

Is the vignette found, authentic, adapted, or scripted?

The beliefs represented in the seven individual speech bubbles are derived from literature (Anderson, 2004).

Is there complementing text material (for the course participants)?

No: the vignette is used as a starting activity at the very beginning of the course.

What is the related **theoretical framework**?

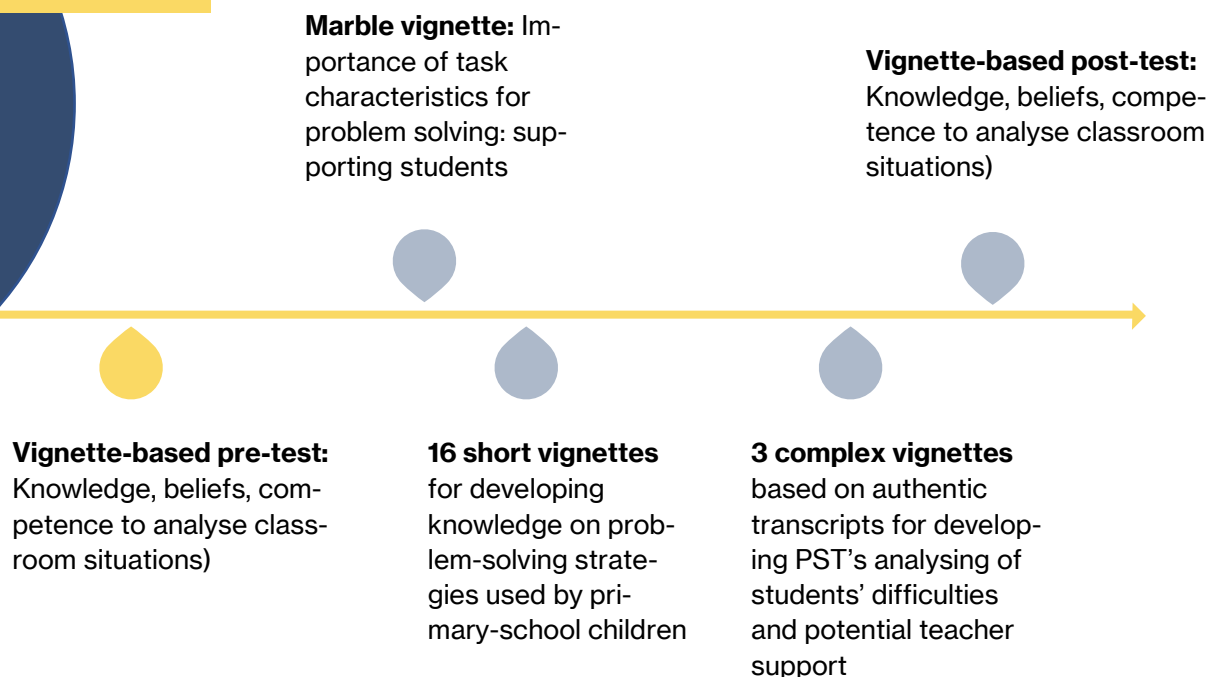
links between the use of problem-solving teaching approaches in primary mathematics classrooms and teachers' beliefs about the role of problem solving in learning mathematics (e.g., Anderson, 2004; Thompson, 1992; Schoenfeld, 1999; Raymond, 1997)

Further comments

The vignette including the questionnaire can be delivered online.

Timeline

of the course:





Vignette - Beliefs

The vignette (including questionnaire) as used in the course:

Now please look at the cartoon which reveals comments about problem-solving by several of your co trainee teachers (A-G). Please indicate **to which extent** you agree or disagree with each of their comments and provide a **belief explanation** for your decision. Then please **make a comment** based on your beliefs about the purpose of problem solving.

Mathematics lessons should focus on problems like this, rather than just practicing algorithms.

Solving problems like this is a good way to challenge high achieving students.

Solving problems like this takes a lot of class time.

It can be quite challenging to plan and organise lessons with such problems.

Students can try their own strategies for solving, before being guided by the teacher.

Students can draw on their mathematical knowledge to solve problems like this one.

Problems like this are best left to the end of the topic in mathematics.

When delivering eggs to a local store, an egg vendor had an accident, and all of the eggs were broken. The vendor could not remember how many eggs were in the delivery but recalled that when trying to pack them in lots of 2,3,4,5, and 6 there was always one left over. However, when packed in lots of 7, there were none left over. What is the smallest number of eggs that could have been in the delivery?

What do you believe? YOU

Trainee teacher (A-G)	Response options					Please provide a belief explanation for each of your decisions. <i>Use as much space as needed for each of the explanations.</i>
	Strongly disagree	Disagree	Partly agree/disagree	Agree	Strongly agree	
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
E	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
G	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<p>What do you believe?</p>						<p><i>Please make a comment on your beliefs on the purpose of problem solving. Use as much space as needed.</i></p>



References

Anderson, J., Sullivan, P., White, P. (2004). The Influence Of Perceived Constraints On Teachers' Problem-Solving Beliefs and Practices. *Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010*.

Schoenfeld, A.H. (1999). Models of the teaching process. *Journal of Mathematical Behaviour*, 18(3), 243-261.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws

(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York.

Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 550-76.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Marita Friesen & Karen Skilling:

- friesen@ph-heidelberg.de
- karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Developing pre-service teachers' knowledge

related to primary students' strategies

in the solving of word problems



A Vignette for

Developing pre-service teachers' knowledge related to

primary students' strategies in the solving of word problems

“work backward”

What is the **target group** of the vignette?

Primary Mathematics pre-service teachers;
Primary level: grades 1-4, ages 6-10

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course “**Developing pre-service teachers' professional knowledge and analysing of students' solving of (non-routine) word problems**”

What is the **context** in which the vignette is used?

The vignette is used as learning material to illustrate “work backwards” as a typical strategy for solving problems.

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

develop professional knowledge about a variety of problem-solving strategies already used by primary-school children (here: example vignette for the strategy “work backwards”

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Very short classroom scenario with a teacher (setting the task) and a student (solving the task using a particular strategy; here: work backward)

Is the vignette found, authentic, adapted, or scripted?

The situation represented in the vignette is scripted based on the literature (strategies for problem-solving used by primary-school children) (based on Häring, 2016).

Is there complementing text material (for the course participants)?

Yes, since this vignette is part of the course concept “Developing pre-service teachers' professional knowledge and analysing of students' solving of (non-routine) word problems”, there are related journal articles and textbook chapters in the course.



What is the related **theo-
retical framework?**

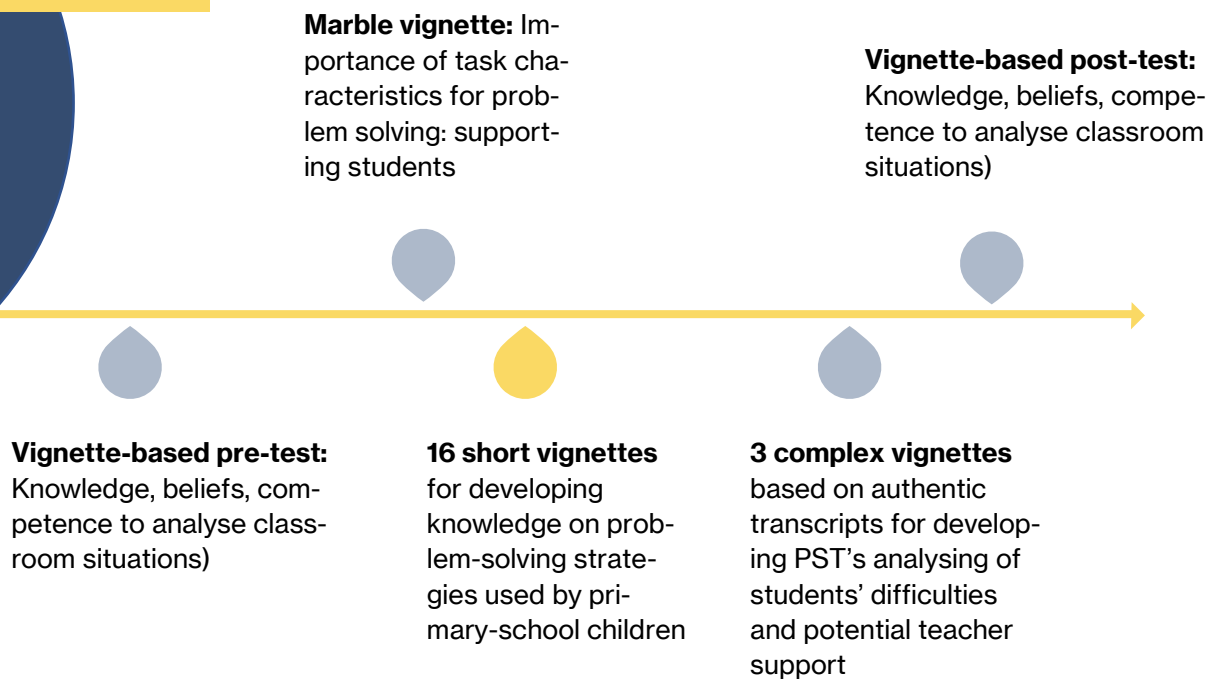
Mathematical problem solving on primary level:
Non-routine word problems and what strategies are
used by primary children to solve them (e.g., Häring,
2016)

Further comments

Throughout the course, 16 of such short vignettes
were used to illustrate the variety of problem-solving
strategies already used by primary-school children
(e.g., make a table, draw a picture or look for a pat-
tern, etc.)

Timeline

of the course:

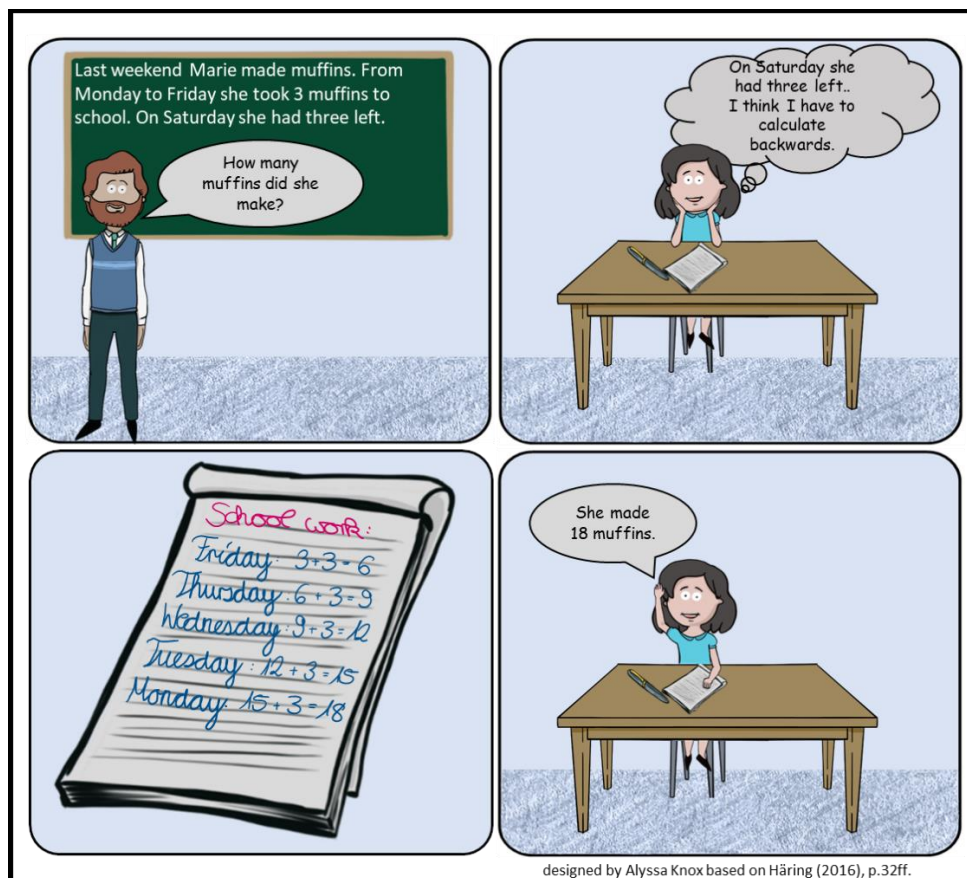




Vignette – “work backward”

The vignette (including questionnaire) as used in the course:

- Please describe: What does the strategy “work backward” involve and how does the girl solve the task using this strategy?
- What task characteristics make the use of this strategy appropriate and effective?
- Is there another problem-solving strategy that would have been suitable here and why?



References

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen [Learning to solve problems]. GS Mathematik 50, 32–35.

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Evaluating pre-service teachers' knowledge, analysing

and decision-making related to primary students'

difficulties in the solving of word problems



A Vignette for

Evaluating pre-service teachers' knowledge, analysing and decision-making

related to primary students' difficulties in the solving of word problems

“Marble vignette”

What is the **target group** of the vignette?

Primary Mathematics pre-service teachers;
Primary level: grades 1-4, ages 6-10

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course “**Developing pre-service teachers' professional knowledge and analysing of students' solving of (non-routine) word problems**”

What is the **context** in which the vignette is used?

The vignette is used as revision and evaluation of pre-service teachers' learning progress regarding characteristics of problem tasks. It is also the starting point for discussions around various approaches to students' difficulties in understanding.

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

- revise knowledge about students' difficulties in problem solving and typical task characteristics of non-routine tasks
- discuss different approaches for supporting primary students in their solving of word problems
- develop competence to analyse classroom situations around problem solving (analyse students' solutions, reason about possible reasons for difficulties or mistakes, etc.)
- develop and reflect different approaches for decision-making in specific classroom situations, in particular ways of supporting primary students in using different strategies

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Short classroom scenario with two students and a teacher; students struggle with a given word problem; pre-service teachers are asked to continue the situation in the role of the teacher and give reasons for their decision



Is the vignette found, authentic, adapted, or scripted?

The situation represented in the vignette is scripted based on the literature (task and students' difficulties) (Stern, 1998; Hasemann & Gasteiger, 2020).

Is there complementing text material (for the course participants)?

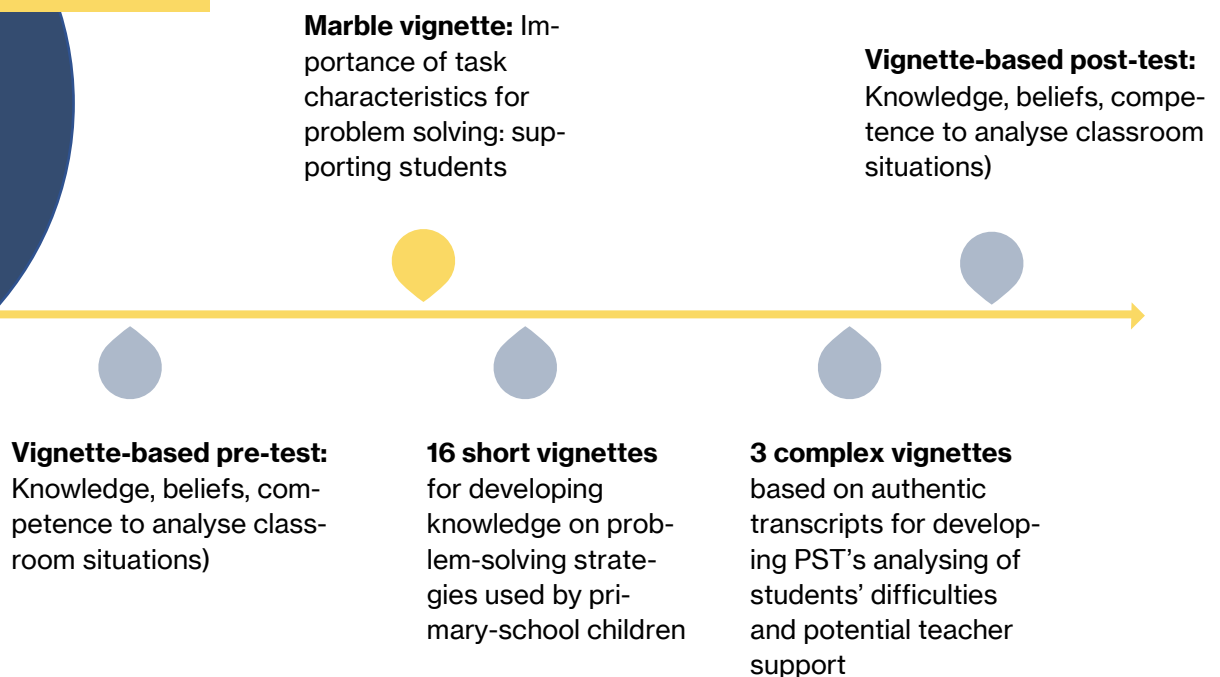
Yes, since this vignette is part of the course concept "Developing pre-service teachers' professional knowledge and analysing of students' solving of (non-routine) word problems".

What is the related **theoretical framework**?

Mathematical problem solving on primary level: Non-routine word problems; task characteristics that make easy-looking tasks difficult (Stern, 1998; Hasemann & Gasteiger, 2020)

Timeline

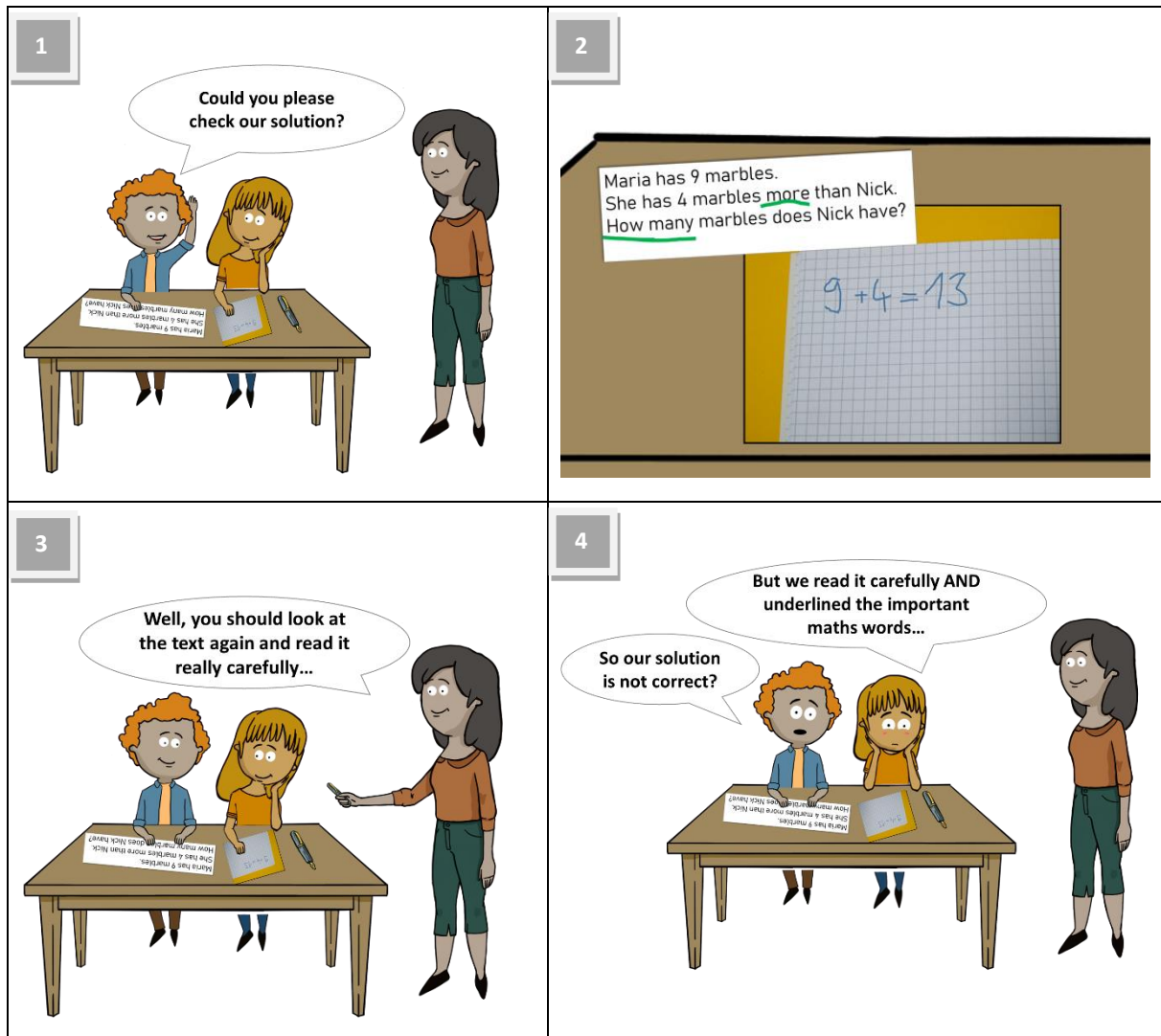
of the course:





Vignette – “Marbles”

The vignette (including questionnaire) as used in the course:



How would you proceed and why?

- Take over the role of the teacher and write a student-teacher dialogue to show how the students' solving of the word problem could be supported in the given situation.
- Please give detailed reasons for your decisions.



References

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen [Learning to solve problems]. GS Mathematik 50, 32–35.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Evaluating pre-service teachers' analysing

and decision-making related to

primary students' problem-solving



A Vignette for

Evaluating pre-service teachers' analysing and decision-making

related to primary students' problem-solving

What is the **target group** of the vignette?

Primary Mathematics pre-service teachers;
Primary level: grades 1-4, ages 6-10

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course “**Developing pre-service teachers' professional knowledge and analysing of students' solving of (non-routine) word problems**”

What is the **context** in which the vignette is used?

The vignette is used as posttest / course evaluation of pre-service teachers' learning progress regarding primary-school children's problem-solving strategies, what makes them struggle and how they can be supported.

Two similar complex vignettes were used during the course as starting point for discussions around various strategies used by children, potential difficulties and different approaches to support the students' understanding.

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

assess pre-service teachers' analysing and decision-making regarding primary-school children's solving of non-routine word problems at the end of a corresponding university course

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Cartoon-based classroom scenario with one student and a teacher:

student struggles with a given word problem, teacher tries to support; pre-service teachers are asked to analyse the difficulties and the teachers' support; they are asked for possible alternative ways of acting to facilitate the student in solving the non-routine word problem on his own

Is the vignette found, authentic, adapted, or scripted?

The situation represented in the vignette is scripted based on the literature (Rasch, 2016: transcript of authentic student-teacher interaction including dialogues, material and student's notes)



Is there complementing text material (for the course participants)?

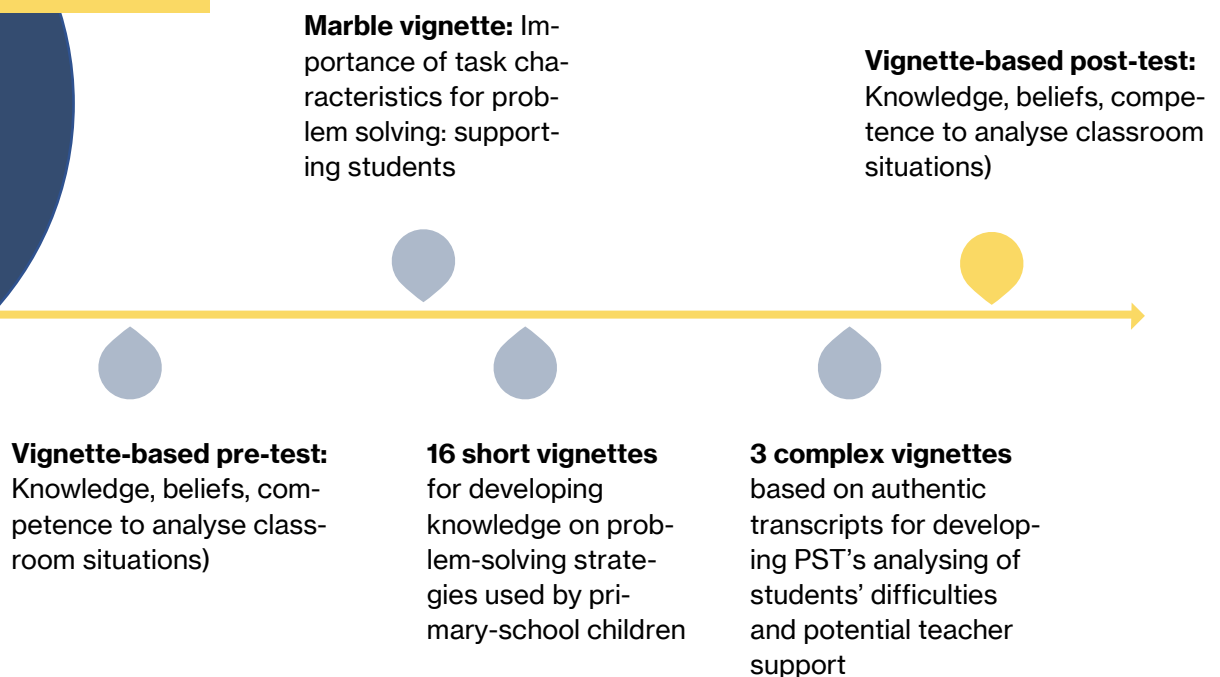
Yes, since this vignette is part of the course concept “Developing pre-service teachers’ professional knowledge and analysing of students’ solving of (non-routine) word problems” there are journal articles and textbook chapters provided in the course.

What is the related **theoretical framework**?

Mathematical problem solving on primary level: Solving of non-routine word problems and related student-teacher interaction, student difficulties and teacher support (Rasch, 2016)

Timeline

of the course:

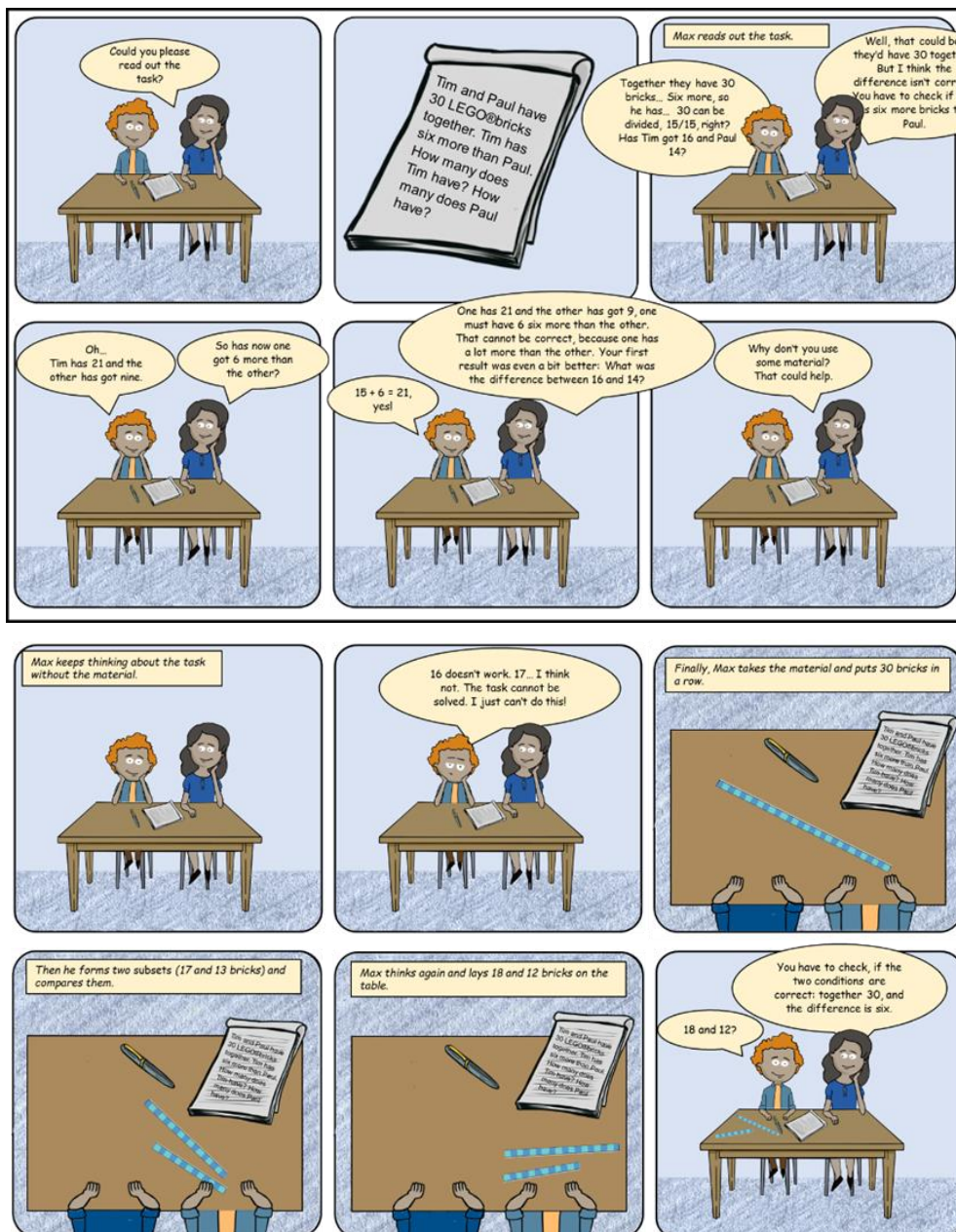


Vignette

The vignette (including questionnaire) as used in the course:

In the presented situation from a second grade classroom, Max is working out the solution to a problem-solving task while his teacher is trying to support him. Please read through the situation and answer the following questions:

- What problem-solving strategies does Max use to solve the task?
- What other problem-solving strategies could he have used to find a solution?
- How does the teacher support Max in finding a solution?
- Take the teacher's perspective: How would you have acted? Why?
- Prepare a cartoon to finish the situation in an alternative way.





References

Rasch, R. (2016). Textaufgaben für Grundschul Kinder zum Denken und Knobeln [Word problems for primary school children. Solve mathematical problems - develop strategies.] Klett.

Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes

in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Developing pre-service teachers' content

knowledge and argumentation in arithmetic:

the example of divisibility



A Course Concept for

Developing pre-service teachers' content knowledge

and argumentation in arithmetic: the example of divisibility

What is the **target group** of the course?

Primary and lower secondary Mathematics pre-service teachers;
Primary level (grades 1-4), ages 6-10;
Lower secondary level (grades 5-8), ages 10-13

What are the **aims** and the **learning goals** of the course?

- Activate and assess mathematical content knowledge / pre-knowledge from high-school
- Develop future teachers' content knowledge in arithmetic/basic number theory (here: focus on the topic of divisibility) => develop school-related content knowledge as background to teaching mathematics on primary and lower secondary level
- Learn about and reflect on typical mistakes and misconceptions in own professional learning
- Improve subject-based argumentation with peer students

Concept Cartoons are used as learning material and tool for formative assessment during the course.

What is the **related theory**?

- Future mathematics teacher development of school-related content knowledge (e.g., Dreher et al., 2018)
- Mistake-handling / learning from mistakes in the mathematics classroom (e.g., Heinze, 2005)
- Argumentation in mathematics education (e.g., Sriraman & Umland, 2014)
- Concept cartoons as educational tools in mathematics pre-service teacher education (e.g., Samkova, submitted)

How is the course **structured and organised**?

Duration: one semester (about 12-14 weeks with one course meeting per week for 90 minutes online or in presence)

- weekly sessions are complemented by self-study material including tasks that have to be

submitted weekly and are marked by student assistants (e.g., respond to topic-related vignettes in the form of concept cartoons or perform a proof using different fundamental proof techniques)

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Group of future mathematics teachers, each responding to a mathematical statement, task or question (e.g., Is 1764 divisible by 18?)

Selection of typical correct, well-justified, ill-justified, incomplete and incorrect answers presented in speech bubbles provided by different cartoon characters

How many vignettes are part of course?

3 concept cartoons on different course-related topics addressing mathematical content knowledge on divisibility:

- Is 1764 divisible by 18?
- $256 \cdot 333 \cdot 546 \cdot 1113$
- The last digit of this number is 0.
- How many two-digit integers have exactly five divisors?

Are the vignettes found, authentic, adapted or scripted?

The content cartoons are mainly scripted based on literature and also partly found based on teaching experience; they each address typical correct, well-justified, ill-justified, incomplete and incorrect answers by future mathematics teachers learning about arithmetic and basic number theory.

Further comments

We suggest using comparable Concept Cartoons related to other aspects of divisibility covered in the course also for assessing future teachers' professional development at the end of the course and for course evaluation. The Concept Cartoons could be used in written and oral exams on the course topic.



Timeline

of the course:

Divisibility (first topic in the course on arithmetic), **weeks 1-3** (3 live sessions including tasks)

further course topics:
weeks 4-12

week 1

Concept Cartoon
(1) "Divisibility by 18": seminar work; activate and assess pre-knowledge from high school; get to know Concept Cartoons

week 2

Concept Cartoon
(2) "Last digit": homework / formative assessment

week 3

Concept Cartoon
(3) "Integers": homework / formative assessment

written exam

(could also include a concept cartoon)

(also: seminar evaluation)

References

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). *Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I.* [Arithmetic and number theory for primary and lower secondary schools]. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? *JMD* 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (accepted). "Helping learners" – Pre-service Mathematics teachers' conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Research Report submitted for Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.



Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. [Basic number theory]. Springer.

Samková, L. (accepted). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. Paper accepted for presentation at the 12th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12).

Samková, L. (submitted). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Samková, L. & Friesen, M. (accepted). Concept Cartoons in a future mathematics content course: Future teachers' reflections. Paper accepted for presentation. Prague.

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Contact information

For further information on the course concept, contact:

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de

Dr. Ralf Erens, ralf.eren@ph-freiburg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Developing and assessing pre-service

teachers' content knowledge and argumentation

in arithmetic: the example of divisibility



A Vignette for

Developing and assessing pre-service teachers' content knowledge

and argumentation in arithmetic: the example of divisibility

“Vignette 1”

What is the **target group** of the vignette?

Primary and lower secondary Mathematics pre-service teachers; Primary level (grades 1-4), ages 6-10; Lower secondary level (grades 5-8), ages 10-13

Is this vignette **part of a course**?

They are part of the course “**Developing pre-service teachers' content knowledge and argumentation in arithmetic: the example of divisibility**”

What is the **context** in which the vignette is used?

The vignettes are used as learning opportunity and also for formative assessment; to evaluate and to evaluate the pre-service teachers' learning related to the topic “divisibility”, a subtopic in the course on arithmetic / basic number theory.

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

- At the beginning of the course: activate and revise content knowledge about divisibility as learned at high school => gain insight into pre-knowledge that can be built on in the university course
- evaluate what has been learned about divisibility during the weeks dealing with this topic (formative assessment)
- learn about typical mistakes and misconceptions related to own professional learning
- challenge and strengthen subject-related argumentation
- reflect on learning with concept cartoons in future teachers' professional learning

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

- Group of future mathematics teachers, each individual responding to a mathematical statement, task or question (e.g., **Is 1764 divisible by 18?**)
- Selection of typical correct, well-justified, ill-justified, incomplete and incorrect answers

presented in speech bubbles provided by **different cartoon characters**

- four open-ended questions for guiding the pre-service teachers' analysis and reflection

Is the vignette found, authentic, adapted, or scripted?

The content cartoons are mainly scripted based on literature and also partly found based on teaching experience; they each address typical correct, well-justified, ill-justified, incomplete and incorrect answers by future mathematics teachers learning about divisibility in an arithmetic course.

What is the related **theoretical framework**?

- Future mathematics teacher development of **school-related content knowledge** (e.g., Dreher et al., 2018)
- Mistake-handling / learning from mistakes in the mathematics classroom (e.g., Heinze, 2005)
- **Argumentation** in mathematics education (e.g., Sriraman & Umland, 2014)
- Concept cartoons as **educational tools** in mathematics pre-service teacher education (e.g., Samkova, submitted)

Further comments

Engaging with the vignettes as learning material works best in small groups (1) to facilitate discussion on the different approaches represented by the cartoon characters and (2) for enhancing the future teachers' subject-related argumentation during their exchange.

Responding to the vignettes for evaluating the pre-service teachers' learning progress can also be in written format.

Sample answers from pre-service teachers engaging with the concept cartoons and their analysis can be found in:

Samková, L. (submitted). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Samková, L. & Friesen, M. (accepted). Concept Cartoons in a future mathematics content course: Future teachers' reflections. Paper accepted for presentation. Prague.

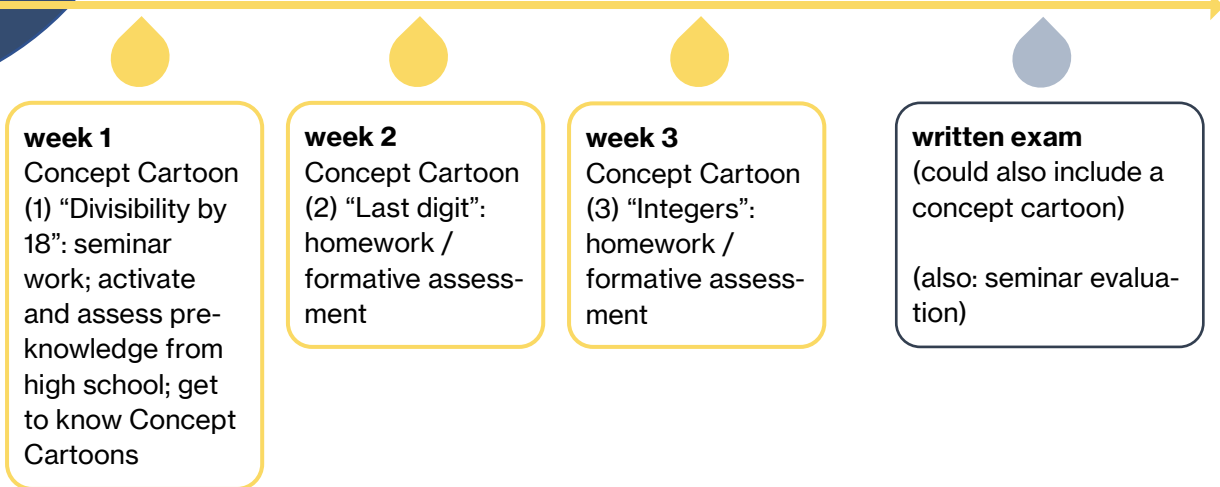


Position of the vignette

in the course:

Divisibility (first topic in the course on arithmetic), **weeks 1-3** (3 live sessions including tasks)

further course topics:
weeks 4-12



References

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). *Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I*. [Arithmetic and number theory for primary and lower secondary schools]. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? *JMD* 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (accepted). "Helping learners" – Pre-service Mathematics teachers' conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Research Report submitted for *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). *Elementare Zahlentheorie*. [Basic number theory]. Springer.



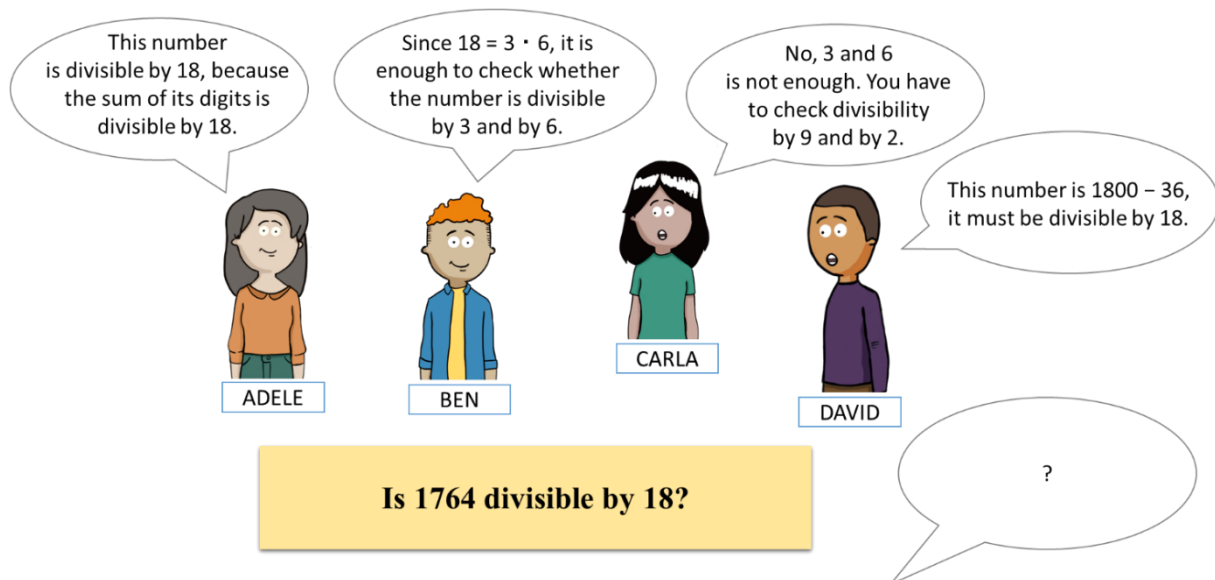
Samková, L. (accepted). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. Paper accepted for presentation at the 12th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12).

Samková, L. (submitted). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Samková, L. & Friesen, M. (accepted). Concept Cartoons in a future mathematics content course: Future teachers' reflections. Paper accepted for presentation. Prague.

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Concept cartoon 1 (as used in the course)



Concept cartoon 2 (as used in the course)

We know that 2 is a divisor, so the last digit must be even.

It is true!
 $2 \times 3 \times 5 \times 11 = 330$

We could enter the number into the calculator to check the last digit.

This number is divisible by 5, so the last digit is 0 or 5.

$2^{56} \cdot 3^{33} \cdot 5^{46} \cdot 11^{13}$
The last digit of this number is 0.

?

Concept cartoon 3 (as used in the course)

I think 16 is an example where we can start from.

Any prime number to the power of four has exactly five divisors.

I think this works only for one-digit integers: two-digit integers have often more divisors.

5 is a prime number, that means we only have to check all two-digit integers smaller than 5^2 .

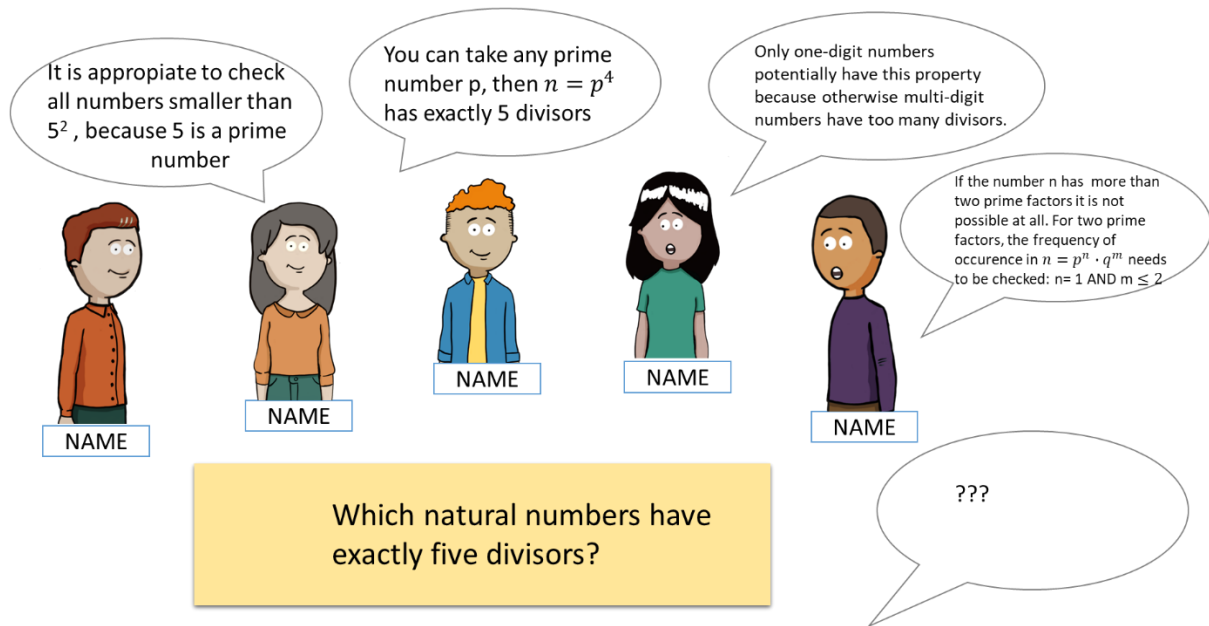
We can use prime factorization to find out which two-digit integers have five divisors.

How many two-digit integers have exactly five divisors?

???



Concept cartoon 3 variation (as used in the course)



Guiding questions (for each of the concept cartoons 1-3)

Here you can see a group of mathematics student teachers discussing the statement in the yellow box. Read through their comments and answer the following questions:

- What thoughts could be behind the student teachers' comments? Write down your ideas for each of the student teachers.
- How could you help the student teachers (1) to correct their answers or (2) to improve their argumentation?
- Write YOUR solution into the empty speech bubble.
- What do you think: How can working with concept cartoons help you to improve your learning related to divisibility?



Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de

Ralf Erens

ralf.erens@ph-freiburg.de

Libuse Samkova

lsamkova@pf.jcu.cz

Ceneida Fernandez

ceneida.fernandez@gcloud.ua.es

Pere Ivars

pere.ivars@gcloud.ua.es



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Course Concept for

Developing pre-service teachers' professional

knowledge & seeking beliefs about approaches to

teaching non-routine tasks for deep learning.



A Course Concept for

Developing pre-service teachers' professional knowledge & seeking

beliefs about approaches to teaching non-routine tasks for deep learning

What is the **target group** of the course?

Secondary Mathematics pre-service teachers;
Grades 7-10, ages 12-15

What are the **aims** and the **learning goals** of the course?

Develop professional knowledge (subject and pedagogical) and approaches to instruction for promoting deep learning. Includes:

- How are problem solving and non-routine tasks embedded in the curriculum?
- What is mathematical problem solving?
- What are the characteristics of problem solving and non-routine tasks
- How can strategies be modeled and used?
- How can self-regulation and metacognitive processes be promoted
- What obstacles are anticipated? (for teaching and for students).
- How can teachers support students problem solving and non-routine tasks experiences?

What is the **related theory**?

Mathematical problem solving (e.g., Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Stigler, J. W., & Hiebert, J., 1999); Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014); Verschaffel et al., 1999).

How is the course **structured**?

Vignettes addressing different aspects of the course content are used as learning material and for course evaluation:

- vignette-based pre-discussion
- vignette-based learning material (individual responses)
- vignette-based post group discussion

What does the **course format** look like?

Duration: The Mathematics PGCE course runs for 10 months. One third of this time is spent attending university seminars and classes and the rest is spent in schools. The university sessions mainly take place in the first 4 months of the course and cover a variety of teaching material. The vignettes are used in some of the

teaching sessions to fit with topic and pedagogic matters.

Sessions can be delivered **online** or **face-to-face (preferred)**

What is **represented** and in which **format** (video, text, cartoon or combination)?

Representation of classroom scenarios around problem-solving and non-routine tasks;

Cartoon with text + additional open ended questions

How many vignettes are part of course?

3 to 4 short vignettes for building knowledge, eliciting PST's beliefs and analysing classroom situations

Are the vignettes **found, authentic, adapted or scripted?**

They are based on literature or on authentic lesson transcripts and experiences

Further **comments:**

The vignette are constcuted for proactical use and for research purposes. This is guided by the Vignette Framework outline in this paper:
<https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

References

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem- solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics. Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 33, pp. 8-29.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. *Math. Thinking & Learning*, 1(3), 195–229.



Contact information

For further information on the course concept,
contact:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Evaluating pre-service teachers' subject and

pedagogic knowledge; eliciting beliefs about

approaches to instruction -secondary classrooms



A Vignette for

Evaluating pre-service teachers' subject and pedagogic knowledge;

Eliciting beliefs about approaches to instruction in secondary classrooms

“Area & Perimeter vignette” (secondary)

What is the **target group** of the vignette?

Secondary Mathematics pre-service teachers;
Secondary level: Grades 7-10, ages 12-15

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course
“Developing pre-service teachers' professional knowledge (subject and pedagogic) and beliefs about approaching instruction using non-routine tasks/problems.

What is the **context** in which the vignette is used?

The vignette is used as stimulus and evaluation of pre-service teachers' learning progress regarding characteristics of non-routine type tasks. It is also the starting point for discussions around various affordances and challenges for using routine versus non-routine tasks.

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

- Ask the pre-service teachers (PST's) to read the vignette conversation.
- Ask the PST's what they discern as the cognitive demands of the two different types of tasks presented.
- Ask the PST's to comment on the depth of thinking the different task types might provoke for student learning
- Reflect on the different approaches for decision-making in specific classroom situations, the affordance and challenges of using non-routine problems and in particular ways of supporting students in persisting and using different strategies

What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

Two scene vignettes. One set of 'procedural' or routine type tasks are presented by the novice teacher. Another set of non-routine tasks are presented by a more experienced teacher. Questions are asked of the PST's to deliberately provoke their beliefs, what student might think, what the fictitious teachers think.

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

This vignettes was scripted

Is there **complementing text material** for the course participants?

No, this vignette stands alone but is part of the development of pre-service teachers' professional knowledge and using different task types (routine and non-routine).

What is the related **theoretical framework**?

Subject and pedagogic knowledge

Routine and Non-routine word problems; approaches to instruction teacher beliefs

Using Vignette methods and framing

References

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

For further information on the course concept, contact:

Karen Skilling, karen.skilling@education.ox.ac.uk



“Area & perimeter vignette” (secondary)

Hi – I have chosen these questions with perimeter and area for my Year 8 class. What do you think?

Calculate the area and perimeter of each shape.

(1) 9 cm 7 cm
Perimeter: _____
Area: _____

(2) 4 cm 6 cm 8 cm
Perimeter: _____
Area: _____

(3) 4 m 2 m 2 m 5 m
Perimeter: _____
Area: _____

(4) 8 mm 5 mm
Perimeter: _____
Area: _____

Hmm...I think they will practice applying formula that they should be familiar with, but what will this tell you about what they understand?

Now I think about it, Miss Blue makes a good point!

For instance, I might use these as a way to see what the students know, connect & develop.

The area of the path is 32 m^2 and the perimeter of the grey area is 28 m . How wide is the path?

What can you say about this shape?

How can I work out the area now?

Thanks, I had not thought of these aspects, but I can see they offer different opportunities.

Please respond to the following questions:

- Q1.** Explain some of the ways that which the two sets of teacher examples are different.
- Q2.** Choose one from the second set of examples, and explain how students might approach it?
- Q3.** What might you infer about the beliefs of the two teachers regarding student understandings given their discussion?



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Evaluating pre-service teachers' subject and

pedagogic knowledge; eliciting beliefs about

approaches to instruction -secondary classrooms



A Vignette for

Evaluating pre-service teachers' subject and pedagogic knowledge;

Eliciting beliefs about approaches to instruction in secondary classrooms

“Congruent triangle vignette” (secondary)

What is the **target group** of the vignette?

Secondary Mathematics pre-service teachers;
Secondary level: Grades 8-10, ages 13-15

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course
“Developing pre-service teachers' professional knowledge (subject and pedagogic) and beliefs about non routine approaching of instruction.

What is the **context** in which the vignette is used?

The vignette is used as stimulus and evaluation of pre-service teachers' learning progress regarding characteristics of non-routine type tasks. It is also the starting point for discussions around various affordances and challenges for using routine versus non-routine tasks and deep learning.

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

- Ask the pre-service teachers (PST's) to read the vignette conversation.
- Ask the PST's what they discern as the cognitive demands of the task.
- Ask the PST's to comment on the depth of thinking the different task types might provoke for student learning
- Reflect on the different approaches for decision-making in specific classroom situations, the affordance and challenges of using non-routine problems and in particular ways of supporting students in persisting and using different strategies

What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

One scene vignette. A problem is posed by the teacher for the students to replicate her hidden triangle. The students discuss between them what they know and then ask a clarifying question. The teacher provides some further information about conditions. The PST's are asked to respond to four questions from their perspective, the students and the teacher.

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

This vignettes were adapted from classroom expirences and textbook representations.

Is there **complementing text material** for the course participants?

No, this vignette stands alone but is part of the development of pre-service teachers' professional knowledge and using different task types (routine and non-routine) and promoting deep learning

What is the related **theoretical framework**?

Subject and pedagogic knowledge

Deep learning; approaches to instruction teacher beliefs

Using Vignette methods and framing

References

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Sawyer, R.K. (2014, Eds.). *The Cambridge handbook of the learning sciences*. Cambridge: Cambridge University Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

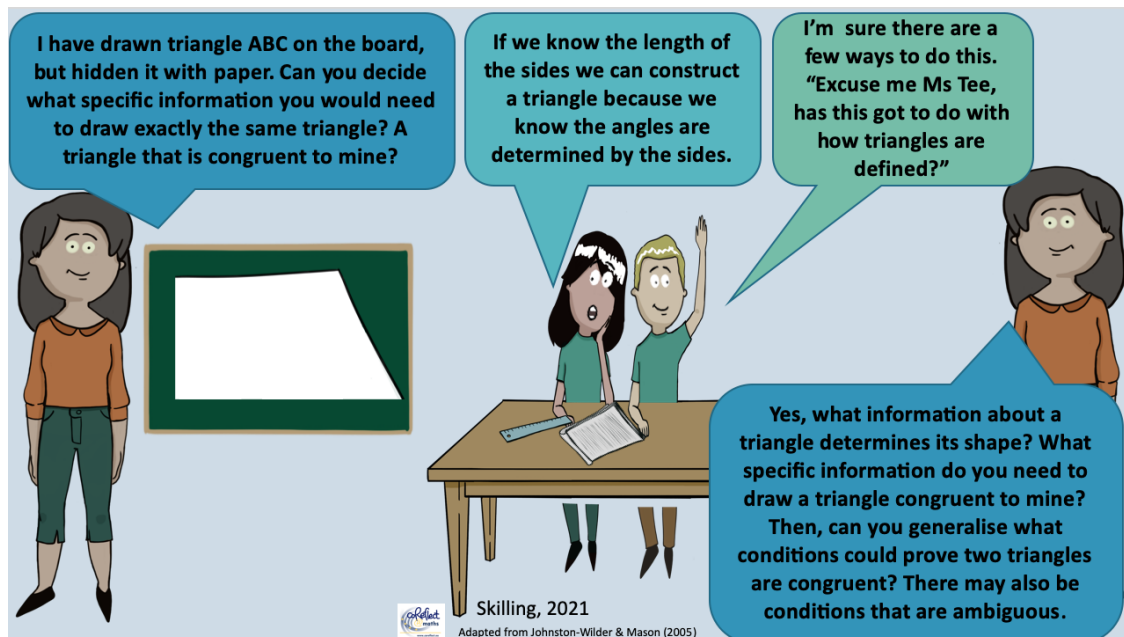
Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.

Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>



“Congruent triangle vignette” (secondary)



PST's are asked to respond to questions 1-4

Questions for the 'Congruent Triangle' vignette	Foci – used for coding
1. What specific information might the students need to draw Ms Tee's triangle?	Subject knowledge
2. What conditions do you think the students might establish first...then second and so on? Please explain why you think this.	Subject knowledge Pedagogic knowledge
3. What ambiguous condition might the students identify and how would you explain this if it was raised in a lesson you were teaching?	Subject knowledge Pedagogic knowledge
4. Rather than stating the conditions for establishing congruent triangles, Ms Tee asked the students to identify what information they needed about triangles and to prove congruence. By taking this approach what type of thinking processes do you think Ms Tee was aiming to promote which are important in the context of geometry	Deep learning

For further information on the course concept, contact:

Karen Skilling, karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignettes
in pre-service teacher education and
in-service teacher professional development

A Vignette for

Evaluating pre-service teachers' knowledge,

and decision-making related to teaching

problem solving in secondary classrooms



A Vignette for

Evaluating pre-service teachers' knowledge, and decision-making

related to teaching Problem solving in english secondary classrooms

“Egg vendor vignette” (secondary)

What is the **target group** of the vignette?

Secondary Mathematics pre-service teachers;
Secondary level: Grades 7-10, ages 12-15

Is this vignette **part of a course**?

It is part of the course
“Developing pre-service teachers' professional knowledge and analysing of students' solving of (non-routine) word problems”

What is the **context** in which the vignette is used?

The vignette is used as stimulus and evaluation of pre-service teachers' learning progress regarding characteristics of problem tasks. It is also the starting point for discussions around various affordances and challenges for using problem solving

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

- Ask the pre-service teachers (PST's) to solve the problem and identify typical task characteristics of non-routine tasks
- Ask the PST's about their subject knowledge needed for solving the problem, and the strategies they used (cognitive engagement)
- Ask the PST's how they would model solving this problem for a specific year group
- Ask the PST's to read the comments of the 7 fictitious PST's and respond to the likert scale reflecting the strength of their agreement.
- Reflect on the different approaches for decision-making in specific classroom situations, the affordance and challenges of using non-routine problems and in particular ways of supporting students in persisting and using different strategies



What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

Single scene vignettes. The worded problem is centred around the 7 fictitious PST's comments. The comments deliberately provoke notions about PS beliefs.

Is the vignette **found, authentic, adapted, or scripted**?

The comments deliberately provoke notions about PS being suitable for certain students (e.g. high achieving), when to use PS (e.g. end of the topic), trying strategies, and also challenges (taking time to plan, organise and taking lesson time). These were drawn from previous research that have raised these (Anderson, Sullivan & White, 2004). The participants were also asked to provide their own beliefs.

Is there **complementing text material** for the course participants?

No, this vignette stand alone but is part of the development of pre-service teachers' professional knowledge and analysing of students' solving of (non-routine) word problems".

What is the related **theoretical framework**?

- Mathematical problem solving:
- Non-routine word problems; noticing; task characteristics
- Using Vignettes methods and framing

References

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 33, pp. 8-29.



“Egg vendor vignette” (secondary)

The purpose of problem solving activities is being discussed in your teacher training course. In light of this can you please solve the problem-solving task below and then answer the following questions. *There is space below the problem for your working however, if you would prefer to do your working on a separate piece of paper please feel free and upload it to your folder..*

When delivering eggs to a local store, an egg vendor had an accident, and all of the eggs were broken. The vendor could not remember how many eggs were in the delivery but recalled that when trying to pack them in lots of 2,3,4,5, and 6 there was always one left over. However, when packed in lots of 7, there were none left over. What is the smallest number of eggs that could have been in the delivery?

- What **mathematical knowledge** did you use to solve the problem?
- What **strategies** did you use to solve the problem?
- Thinking of specific Year level, how might you model solving the problem?

Mathematics lessons should focus on problems like this, rather than just practicing algorithms.

Solving problems like this is a good way to challenge high achieving students.

Solving problems like this takes a lot of class time.

It can be quite challenging to plan and organise lessons with such problems.

Students can try their own strategies for solving, before being guided by the teacher.

Students can draw on their mathematical knowledge to solve problems like this one.

Problems like this are best left to end of the topic in mathematics

When delivering eggs to a local store, an egg vendor had an accident, and all of the eggs were broken. The vendor could not remember how many eggs were in the delivery but recalled that when trying to pack them in lots of 2,3,4,5, and 6 there was always one left over. However, when packed in lots of 7, there were none left over. What is the smallest number of eggs that could have been in the delivery?

What do you believe?

YOU

Now please look at the cartoon which reveals comments about problem-solving by several of your co trainee teachers (A-G). Please indicate **to which extent** you agree or disagree with each of their comments and provide a **belief explanation** for your decision. Then please **make a comment** based on your beliefs about the purpose of problem solving.

For further information on the course concept, contact:

Karen Skilling,
karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der Ausbildung
und Fortbildung von
Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Mit vielfältigen Darstellungen

mathematischer Objekte

im Mathematikunterricht umgehen



Ein Kurskonzept

Mit vielfältigen Darstellungen mathematischer Objekte

im Mathematikunterricht umgehen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende
im Primar- und Sekundarbereich (Klassen 1-12/13)

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz zur
Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen
mathematischer Objekte bei den
Lehramtsstudierenden, mit flexiblem Analysefokus:

- Analyse von Aufgabenmaterial und Schulbuchseiten
- Analyse von Interaktion und Dialogen im Klassenraum
- Analyse von Schwierigkeiten der Lernenden

Aufbau relevanten professionellen Wissens, von
Sichtweisen und von spezifischer Awareness

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Repräsentationen mathematischer Objekte (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); Analysekompetenz zur Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte in Unterrichtssituationen bei den Lehramtsstudierenden (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); professionelles Wissen, Awareness und Analyse von Lehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Wie ist der Kurs
strukturiert?

Dauer:

Ein Semester mit wöchentlichen 90-Minuten-Seminarsitzungen

Struktur:

- Vortest (vignettenbasiert)
- Einführung in die Theorie der Darstellungen mathematischer Objekte mit Bearbeitung von Beispielen
- Exemplarische Analyse einer Videovignette mit Beispiellösung



- Vignettenbasierte Arbeit mit kombinierten Material- und Unterrichtssituationsvignetten:
 - Lehramtsstudierende bereiten Seminarsitzungen, Analysefragen und Aktivitäten für ihre Peers vor, planen Reflektionsanlässe und moderieren Diskussion
 - Lehramtsstudierende sammeln Analysen ihrer Peers ein und geben kriteriengeleitetes Feedback
 - Lehramtsstudierende die die Sitzung vorbereitet haben, sollen eigene Analyse und verbesserte Dialoge zur Unterrichtssituation, sowie verbessertes schüler/innen/zentriertes Lernmaterial zum Vignettenthema vorbereitet haben
 - Lehramtsstudierende sollen Ergebnisse der Seminarsitzungen in einem Portfolio dokumentieren
- Nachtest (vignettenbasiert), Feedback, Selbst-Assessment des eigenen Lernfortschritts

Wie sieht das **Kursformat** aus? (Ablauf der Sitzungen, online/offline/hybrid, zeitlicher Umfang, ...)

Online (infolge der Pandemiesituation) und Offline-Formate sind möglich/verfügbar (Siehe auch Beschreibung der Kursstruktur oben)

Was ist in den Vignetten **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Kombinierte Material- und Klassenraumsituations-Vignetten: Darstellungen von Lernmaterial und Unterrichtssituationen, in denen diese Materialien (ggf. zum Teil) eine Rolle spielen; Formate: Text und/oder Cartoon; Videovignetten sind ebenfalls möglich

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

Mehr als 20 kombinierte Material- und Klassenraumsituations-Vignetten stehen den Teilnehmenden zur Auswahl zur Verfügung; der Kurs ist ferner offen für das Einbringen von Vignetten, die von den Lehramtsstudierenden selbst erstellt oder gefunden wurden

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Das oben erwähnte Set von mehr als 20 Vignetten wurde speziell konzipiert, um ein reichhaltiges Potential für Reflektieren, Diskussion und das Entwickeln von Verbesserungsmöglichkeiten bereitzuhalten

Gibt es ergänzende
Unterlagen für die
Teilnehmenden des
Kurses?

Siehe oben in der Zeile zur theoretischen Rahmung;
es gibt ein Textdokument zur Einführung in den
theoretischen Hintergrund zu Repräsentationen
mathematischer Objekte, auf der Basis ausgewählter
Veröffentlichungen

Weitere Kommentare / Vorschläge

Theoriebasierte Arbeit an Vignetten ist ein Schlüssel
zum Aufbau von Analysekompetenz durch die
Teilnehmenden

Beschreibung des Kurses

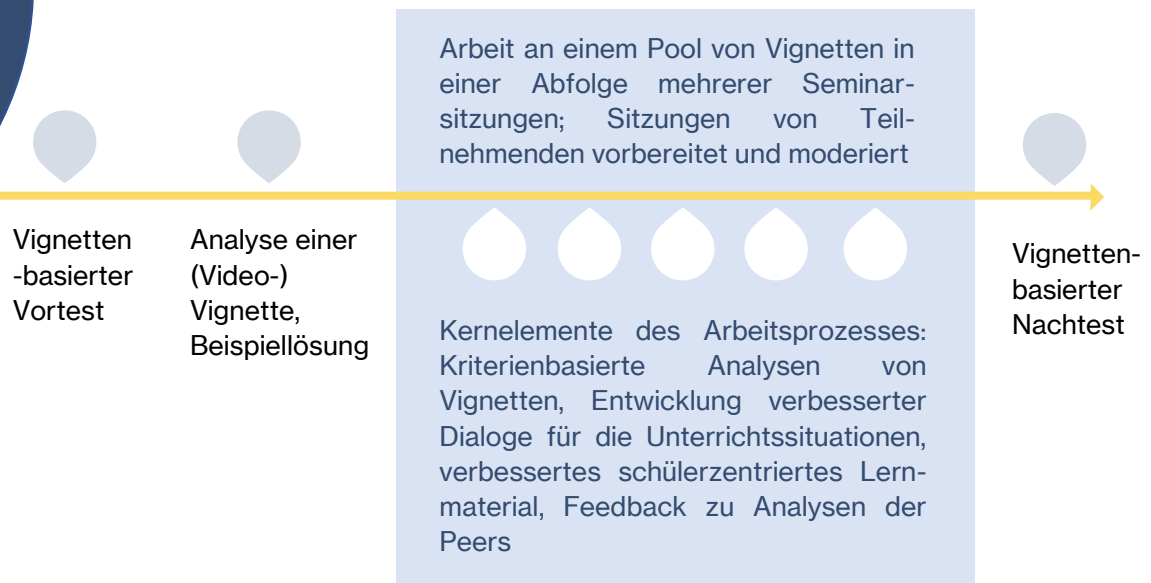
Der Kurs beginnt mit einem Vortest, der auch der forschungsbasierten Evaluierung des Fortschritts der Teilnehmenden dient – außerdem kann er zu einer Selbstevaluierung der Teilnehmenden genutzt werden. Nach einer Einführung in die Theorie zu Repräsentationen mathematischer Objekte und in Arten des Umgangs mit vielfältigen Darstellungen im Mathematikunterricht werden kriterienbasierte Analysefragen gemeinsam mit den Teilnehmenden entwickelt. Diese werden genutzt, um eine Beispielvignette zusammen mit den Teilnehmenden zu analysieren. Die teilnehmenden Lehramtsstudierenden haben nachfolgend den Auftrag, Analysen zu Vignetten vorzubereiten, die sie aus einem Set von mehr als 20 Vignetten auswählen können. Alle diese Vignetten haben die Struktur einer Kombination aus Lernmaterial und der Darstellung einer Unterrichtssituation, in der am Lernmaterial gearbeitet wird. Dieses Vignettenformat besteht also – abgesehen vom dargestellten Lernmaterial – aus Text- und/oder Cartoonelementen, eine Video-Darstellung ist ebenfalls möglich.

Die Teilnehmenden haben die Aufgabe, einen Seminarsitzungstermin vorzubereiten, Analysefragen und Aktivitäten für ihre Peers zu erstellen, Anlässe für das Reflektieren ihrer Peers und die zugehörigen Diskussionen zu moderieren, die Analysen der Peers zu sammeln, und anschließend auf diese Analysen ein individuelles kriteriengeleitetes Feedback zu geben. Diejenigen Lehramtsstudierenden, die eine Sitzung vorbereitet haben, sollen außerdem Beispielanalysen, verbesserte Unterrichts-Dialoge und verbessertes Schüler/innen/zentriertes Lernmaterial ausgearbeitet haben, das mit dem in der Vignette gegebenen Material korrespondiert. Auf diese Weise müssen Situationselemente ausgearbeitet werden, die entsprechend der Theorie des Umgangs mit vielfältigen Darstellungen mathematischer Objekte verbessert sind.

Insgesamt führen die Teilnehmenden ein Portfolio, in dem sie die Ergebnisse aller Seminarsitzungen festhalten. Nach dem Ausfüllen des (vignettenbasierten) Nachtests werden die Teilnehmenden gebeten, Feedback zum Kurs zu geben, und auf der Basis ihrer Antworten zum Vor- und Nachtest, werden sie auch nach einer Selbsteinschätzung zu ihrem Fortschritt und Lernergebnissen gefragt.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

Innerhalb des Kurses



Literaturangaben

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPM* (Vol. 2, pp. 259–266). Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 435-442). Umeå, Sweden: PME.



Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu diesem
Kurskonzept:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der Ausbildung
und Fortbildung von
Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Reflektieren über den Umgang

mit Repräsentationen

mathematischer Objekte



Eine Vignette

Reflektieren über den Umgang mit

Repräsentationen mathematischer Objekte

„Baumdiagramm“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende
im Primar- und Sekundarbereich (Klassen 1-12/13)
Hier: Fokus vor allem auf einen Sekundarkontext

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, sie gehört zum Kurs:
Mit vielfältigen Darstellungen mathematischer Objekte im Mathematikunterricht umgehen

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Diese Vignette ist eine von mehr als 20 Vignetten, an denen die Teilnehmenden selbstständig arbeiten können (siehe Kurskonzept)

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz zur Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte bei den Lehramtsstudierenden, mit flexiblem Analysefokus:

- Analyse von Aufgabenmaterial und Schulbuchseiten
- Analyse von Interaktion und Dialogen im Klassenraum
- Analyse von Schwierigkeiten der Lernenden

Aufbau relevanten professionellen Wissens, von Sichtweisen und von spezifischer Awareness

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Kombinierte Material- und Unterrichtssituationsvignette: Repräsentation von Lernmaterial und Unterrichtssituation bezogen auf die Arbeit mit (Teilen von) diesem Material;

Format: Text und/oder Cartoon; Videovignetten sind ebenfalls möglich

Wie lange würde die Situation im Unterricht dauern?

Unterrichtssituation aus dieser Vignette: ca. 5-10 Min.



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Welche **Theorie** steht dahinter?

Diese Vignette wurde speziell dazu gestaltet, reichhaltiges Potential für Reflektieren, Diskussion und das Entwickeln von Verbesserungen bereitzustellen

Repräsentationen mathematischer Objekte (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); Analysekompetenz zur Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte in Unterrichtssituationen bei den Lehramtsstudierenden (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); professionelles Wissen, Awareness und Analyse von Lehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Vignetten-
basierter
Vortest

Analyse einer
(Video-)
Vignette,
Beispiellösung

Arbeit an einem Pool von Vignetten in einer Abfolge mehrerer Seminarsitzungen; Sitzungen von Teilnehmenden vorbereitet und moderiert

Kernelemente des Arbeitsprozesses:
Kriterienbasierte Analysen von Vignetten, Entwicklung verbesserter Dialoge für die Unterrichtssituationen, verbessertes schülerzentriertes Lernmaterial, Feedback zu Analysen der Peers

Vignetten-
basierter
Nachtest

Vignette 1

Das Unterrichtsthema ist die Nutzung von Baumdiagrammen bei der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten. Unten ist eine Schulbuchseite zu sehen, die in dieses Thema einführt und eine Übungsaufgabe, an der die Schüler*innen in einer Distance-Learning-Situation arbeiten sollen. Die Schüler*innen haben die Möglichkeit, die Lehrerin online zu kontaktieren.

[Das (fiktive) Schulbuchmaterial unten ist von einem Ausschnitt aus einem authentischen deutschen Schulbuch angeregt, siehe Brandt, D. et al. (2006). *Lambacher Schweizer 4. Mathematik für Gymnasien. BW.* Stuttgart: Klett. S. 162-163.]

Wie man Baumdiagramme richtig verwendet

Max soll die Wahrscheinlichkeit herausfinden, dass bei 5maligem Würfeln zumindest einmal ein Sechser gewürfelt wird. Er hat begonnen, ein Baumdiagramm zu zeichnen.

Nadja schaut sich die Skizze von Max an und sagt: „Da wirst Du nie fertig mit allen diesen Ästen.“

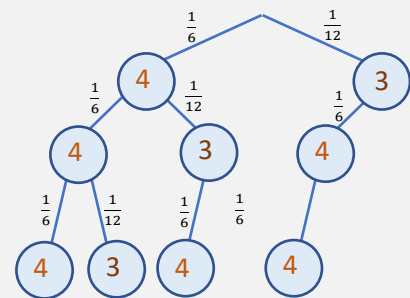
Manchmal werden Baumdiagramme zu groß. Du kannst Zeit sparen, wenn du nur denjenigen Teil des Baumes zeichnest, der wirklich notwendig für das Berechnen der gesuchten Wahrscheinlichkeit ist.



Du stößt den rotierenden Zeiger links dreimal an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für eine Punktesumme von mindestens 11? Das Baumdiagramm zeigt nur die Äste die zu Summen größer als 10 führen.

Nach den Rechenregeln in Baumdiagrammen ist die Wahrscheinlichkeit

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{432} \approx 1\%$$



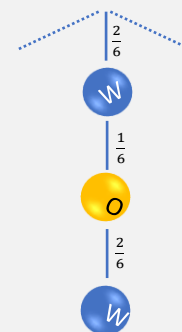
Um Wahrscheinlichkeiten in mehrstufigen Zufallsexperimenten zu bestimmen, wird nur der Teil des Baumdiagramms genutzt, der die benötigten Pfade enthält.

Beispiel 1: Einen Pfad auswählen

Eine Urne enthält Kugeln mit Buchstaben darauf. Dreimal wird zufällig eine Kugel gezogen, der Buchstabe wird aufgeschrieben und die Kugel wird in die Urne zurückgelegt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt bei dem Experiment das Wort WOW heraus?



Lösung: Die Wahrscheinlichkeit für das Wort WOW ist $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$
(Pfad in der Abbildung rechts)



Eine der Übungsaufgaben:

Die Polizei hat neun Verdächtige identifiziert, unter ihnen sind vier Einbrecher, nach denen die Polizei bereits lange gesucht hat. Die Kriminalistin Anna R. befragt sie, sie verhaftet danach drei dieser Verdächtigen, und alle davon stellen sich wirklich als Einbrecher heraus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hätte die Kriminalistin Anna ein genauso gutes Ergebnis erhalten, wenn sie die drei zufällig herausgegriffen hätte?

Die Schüler*innen arbeiten infolge der Pandemie einzeln zuhause. Eine Schülerin stellt ihrer Lehrerin in einer Video-Konferenz eine Frage.

Wir sollten ja zu der Einführung auf Seite 154 die Aufgaben machen, auch die Aufgabe 3. Aber die Aufgabe verstehe ich nicht.

Was verstehst du daran nicht?



Also, die Kriminalistin hat neun Leute verhört. Dabei hat sie festgestellt, dass vier davon Einbrecher sind. Und drei davon nimmt sie fest.



Naja, dass die drei wirklich die gesuchten Einbrecher sind, kommt erst danach heraus, es heißt ja „und alle stellen sich wirklich als Einbrecher heraus“. Aber auf jeden Fall musst du hier ja einen Baum zeichnen.

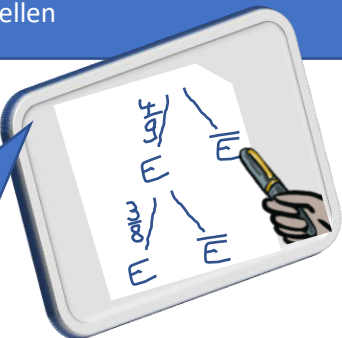
Ja, das habe ich auch schon versucht, aber da bin ich nicht weitergekommen. Es gibt ja 9 Äste, und dann immer 8, Das wird zu viel.

Klar... Also, mein Baum hat nur zwei Äste in der ersten Etage und dann habe ich nur einen Zweig weiterverfolgt, wieder mit 2 Ästen. Betrachtet habe ich die Ausgänge „Einbrecher“ und „Nicht-Einbrecher“, also E und E quer. Du kannst es dir auch als Urne mit zwei Sorten Kugeln vorstellen



Die dritte Stufe müsstest du jetzt selbst machen und es dann ausrechnen. Bekommst du das hin?

Warte mal, ich zeichne dir mal meinen Baum für die ersten zwei Stufen auf und halte ihn dann vor die Kamera.



Literaturangaben

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkós et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2)*, pp. 259–266. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2)*, pp. 435–442. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273–292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Kraimer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkós, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3)*, pp. 139–146. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3)*, pp. 275–282. Umeå, Sweden: PME.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Fehler im Mathematikunterricht

als Lerngelegenheiten nutzen



Ein Kurskonzept

Fehler im Mathematikunterricht

als Lerngelegenheiten nutzen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende (Mathematik)
Sekundarschulbereich (Klassenstufen 5-12/13)

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz von
Lehramtsstudierenden bezogen auf:

- Fehler (mathematische Analyse)
- das Denken der Lernenden „hinter“ dem Fehler
- das fehlerbezogene Lernpotential (für den Fehler machende/n Lernende/n individuell und für alle Schüler/innen im Klassenraum)
- wie mit dem Fehler im Klassenraum umgegangen wird
- was verschiedene Möglichkeiten der Reaktion/des Umgangs mit dem Fehler bezogen auf das Lernen der Schüler/innen bieten können

Aufbau von spezifischem professionellem Wissen,
von Sichtweisen und von Awareness

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Theorie des Negativen Wissens (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); Aspekte und Möglichkeiten zum Umgang mit Fehlern (Guldemann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); Analysekompetenz (Kuntze & Friesen, 2016); professionelles Wissen und Awareness (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); Sichtweisen von Lehrkräften zum Umgang mit Fehlern und Analyse von Fehlersituationen (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992)

Wie ist der Kurs strukturiert?

Dauer: Ein Semester mit wöchentlichen 90-Minuten
Seminarsitzungen

Struktur:

- Vortest (vignettenbasiert)
- Einführung verschiedener Theorieansätze zur Rolle von Fehlern für das Lernen (e.g. Weimer, 1925; Skinner, 1958; Oser, et al., 1998), zu Negativem Wissen (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005), und zum lernproduktiven Umgang mit Fehlern (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005)
- Analyse erster Video- und/oder Cartoonvignetten mit einer Diskussion theorie-basierter Beobachtungen; einschließlich der mathematikbezogenen Analyse von Fehlern
- Einführung eines vertieften theoretischen Hintergrunds zu einer gemäßigt-konstruktivistischen Perspektive auf Lernprozesse (z.B. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Klein & Oettinger, 2000), zu Metakognition (z.B. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003), und zu motivationalen Aspekten des Umgangs mit Fehlern (z.B. Dweck, 1986)
- Nochmalige Betrachtung von Vignetten bezüglich alternativer Reaktionsmöglichkeiten auf der Basis des vertieften theoretischen Hintergrunds; Systematisierung der Analyse durch ein Analyseschrittmodell (Zurverfügungstellung analysebezogenen Metawissens für Teilnehmende)
- Teilnehmenezentrierte Analyse weiterer Video- und/oder Cartoonvignetten mit Diskussion theoriebezogener Beobachtungen und Analysen von Reaktionsmöglichkeiten:
 - Lehramtsstudierende bereiten Seminartermine und Aktivitäten für Peers vor und moderieren Diskussions- und Reflektionsprozesse
 - Lehramtsstudierende sammeln Analysen ihrer Peers und geben Feedback bezogen auf das Analyseschrittmodell (Feedback ob Analyseschritte durch substanzielle kriterienbasierte Überlegungen abgedeckt sind)
 - Lehramtsstudierende die Seminartermine vorbereitet haben



arbeiten Analysen zu „ihrer“ Vignette aus

- Befragte Lehramtsstudierende dokumentieren Ergebnisse der Seminarsitzungen in einem Portfolio

- Nachtest (vignettenbasiert), Feedback, Selbsteinschätzung des eigenen Fortschritts

Wie sieht das **Kursformat** aus? (Ablauf der Sitzungen, online/offline/hybrid, zeitlicher Umfang, ...)

Online- und Präsenzformate sind möglich; der Kurs ist so geplant, dass ein ganzes Semester abgedeckt wird (ca. 14 Termine á 90 Minuten), kürzere Kursmodule sind ebenfalls möglich (z.B. zur Integration in Seminaren zu anderen Themen, beispielsweise als Kursteil)

Was ist in den Vignetten **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Vignetten zu Klassenraumsituationen zusammen mit der Fehlersituation zugrundeliegenden Aufgaben: Repräsentationen des Aufgabenmaterials und der Klassenraumsituation; Formate: Text-, Cartoon- und/oder Videovignetten

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

Ca. 15 Vignetten zu Klassenraumsituationen zur Auswahl durch Teilnehmende, Seminkurse ist im Allgemeinen offen für durch Teilnehmende selbst eingebrachte/selbst erstellte Vignetten; außerdem: Einführungsvignetten

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Sowohl Vignetten, die von authentischen Klassenraumsituationen abgeleitet sind, als auch speziell konzipierte Vignetten gehören zum Kurs, so dass reichhaltige Lernpotentiale für Reflektion, Diskussion und Überlegungen zu Reaktionsmöglichkeiten auf Fehlersituationen entstehen

Gibt es ergänzende Unterlagen für die Teilnehmenden des Kurses?

Siehe oben in der Zeile zur theoretischen Rahmung; es gibt ein Textdokument, das den onlinegestützten Kurs und seine Reflexionsanlässe begleitet

Beschreibung des Kurses

Ein vignettenbasierter Vortest eröffnet den Kurs. Er erfüllt sowohl die Funktion, den Kurs dadurch zu eröffnen, dass die Relevanz des Themas für die Unterrichtspraxis verdeutlicht wird, als auch die Funktion, den Fortschritt der Teilnehmenden zu evaluieren. Die (aus mehreren Bestandteilen zusammengesetzte) Theorie zum Umgang mit Fehlern wird in einem zweischrittigen Verfahren eingeführt, das durch vignettenbasierte Arbeit unterbrochen wird. Auf diese Weise wird eine Anhäufung theoretischer Inhalte vermieden, die ggf. dazu geführt hätte, dass die theoriebasierten Kriterien von der Analyse von Klassenraumsituationen getrennt erlernt worden wären. Zunächst werden Beschreibungen des Fehlerbegriffs zusammen mit den diesen Definitionen zugrundeliegenden theoretischen Modellen eingeführt. Die kontrastierenden Theorien tragen zur Gegensätzlichkeit der im Kurs thematisierten Perspektiven bei: Einerseits stellen Fehler nach einer behaviouristischen Sichtweise (z.B. Skinner, 1958; vgl. Weimer, 1925) gewissermaßen „Ausrutscher“ dar, die vermieden werden sollten und daher lieber wenig Aufmerksamkeit erhalten sollten, damit kein „falsches“ Wissen erlernt wird. Andererseits betonen Ansätze zum „Negativen Wissen“ den besonderen Wert von Fehlern für das Lernen und insbesondere zum Aufbau sogenannten Negativen Wissens (z.B. Oser et al., 1998).

Dieser theoretische Hintergrund soll dann mit Praxiskontexten durch die Analyse von Beispielvignetten verbunden werden. Sowohl Cartoonvignetten als auch authentische Unterrichtsvideovignetten können für diese Analyseaktivitäten genutzt werden.

In einem zweiten Schritt, werden weitere Elemente relevanter Hintergrundtheorie eingeführt, so dass die Teilnehmenden dies mit Klassenraumsituationen verbinden lernen können: Dieser zweite Schritt trägt der hohen Komplexität von Fehlersituationen Rechnung, die sich aus deren multikriterialer Relevanz ergibt. Die Theorieansätze, die in diesem zweiten Schritt eingeführt werden, decken gemäßigt-konstruktivistische Modellvorstellungen vom Lernen ab (z.B. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Klein & Oettinger, 2000), die Rolle von Metakognition für das Lernen an Fehlern (z.B. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003), die vor allem durch diskursive Elemente im Unterrichtsgespräch gefördert werden kann, sowie die Rolle motivationaler Aspekte des Umgangs mit Fehlern (z.B. Dweck, 1986). Nachfolgend wird nochmals auf ausgewählte Vignetten zurückgekommen und weitere Vignetten werden mit Hilfe des vollen Kriterienspektrums analysiert.

Die Einführung eines Analyseschrittmodells soll eine Strukturierungshilfe für den Analyseprozess bereitstellen und die Teilnehmenden durch entsprechendes analysebezogenes Metawissen stärken.

Die teilnehmenden Lehramtsstudierenden werden dann gebeten, Analysen zu selbst gewählten Vignetten vorzubereiten, die sie aus etwa 15 Vignetten auswählen können. Diese Vignetten bestehen in Darstellungen von Unterrichtssituationen und



den Aufgaben, die in ihnen vorkommen. Die Vignettenformate variieren zwischen Text, Cartoon und Video (letzteres Format in Abhängigkeit von Einschränkungen aufgrund von Datenschutzrestriktionen bei einigen Vignetten). Die teilnehmenden Mathematik-Lehramtsstudierenden sollen eine Seminarsitzung vorbereiten, mit Analysefragen und Lernaktivitäten für ihre Peers, Diskussion und Reflektion anregen, moderieren und gestalten, die Analysen der Mitstudierenden sammeln und durch Feedback bezogen auf das Analyseschrittmodell kommentieren. Die Lehramtsstudierenden, die die Seminarsitzung vorbereitet haben, sollen außerdem exemplarische Analysen zu „ihrer“ Vignette vorbereiten.

Insgesamt müssen die teilnehmenden Lehramtsstudierenden die Ergebnisse aller Sitzungen in einem Portfolio dokumentieren.

Nach der Bearbeitung des (vignettenbasierten) Nachttests, sollen die Teilnehmenden Feedback zum Kurs geben, und sie werden gebeten, auf der Basis ihrer Antworten in Vor- und Nachttest eine Selbsteinschätzung ihres Lernfortschritts vorzunehmen.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses

Vignetten-
basierter
Vortest



Theorie
Teil I

Theorie
Teil II

Analyse von Vignetten mit
Theorie-Kriterien



Vignetten-
basierter
Nachttest



Arbeit an Vignetten in einer Sequenz
von Seminarsitzungen, vorbereitet und
durchgeführt von Lehramts-
studierenden

Merkmale des Arbeitsprozesses:
Kriterienbasierte Analyse der
Vignetten.



Literaturangaben

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41 (10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].



Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proceedings of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.



Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 71-88). Opladen: Leske+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2009 (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73-94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). *Psychologie der Fehler*. Leipzig: Klinkhardt.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu diesem Kurskonzept:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Reflektieren über Lehrer/innen/handeln

zum Anregen von Schüler/innen/interaktion

rund um Fehler



Eine Vignette

Reflektieren über Lehrer/innen/handeln zum Anregen

von Schüler/innen/interaktion rund um Fehler

„Beweisen und Widerlegen“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende (Mathematik)
Sekundarschulbereich (Klassenstufen 5-12/13)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, sie gehört zum Kurs:
Fehler im Mathematikunterricht als Lerngelegenheiten nutzen

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Diese Vignette ist eine der Vignetten, anhand derer im Kursplenum auf der Basis der neu eingeführten theoriebasierten Kriterien Unterrichtssituationen analysiert und diskutiert werden sollen (siehe Kurskonzept)

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz von Lehramtsstudierenden bezogen auf:

- Fehler (mathematische Analyse)
- Denken der Lernenden „hinter“ dem Fehler
- das fehlerbezogene Lernpotential (für den Fehler machende/n Lernende/n individuell und für alle Schüler/innen im Klassenraum)
- wie mit dem Fehler im Klassenraum umgegangen wird
- was Möglichkeiten der Reaktion/des Umgangs mit dem Fehler bezogen auf das Lernen der Schüler/innen bieten können

Aufbau von spezifischem professionellem Wissen, von Sichtweisen und von Awareness

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Diese Vignette zeigt eine authentische Unterrichtssituation, sie wurde entsprechend des Unterrichtsvideos gestaltet. Dies führt zu speziellen Beobachtungsmöglichkeiten, z.B. die Beobachtung von Schwierigkeiten im Unterrichtsdiskurs, unvollständige Sätze in den Äußerungen von Schüler/innen, etc. . In der Unterrichtssituation lokalisiert eine Schülerin einen Fehler – dies war sehr selten in der Video- stichprobe zu beobachten, aus der die Vignetten-



situation stammt – nur ein Aspekt von vielen weiteren möglichen Beobachtungen

Wie lange würde die Situation im Unterricht dauern?

Die Unterrichtssituation zu dieser Vignette hätte ca. 5-10 Min. Dauer.

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Siehe oben, diese Vignette war nach einer authentischen Unterrichtssituation gestaltet worden.

Welche **Theorie** steht dahinter?

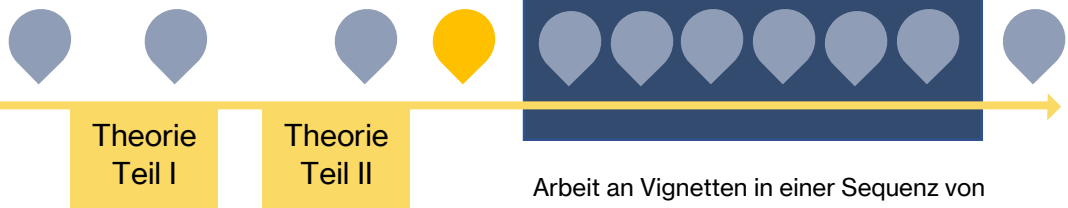
Theorie des Negativen Wissens (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); Aspekte und Möglichkeiten zum Umgang mit Fehlern (Guldimann & Zuttavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); Analysekompetenz (Kuntze & Friesen, 2016); professionelles Wissen und Awareness (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); Sichtweisen von Lehrkräften zum Umgang mit Fehlern und Analyse von Fehlersituationen (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Vignetten-
basierter
Vortest

Vignetten-
basierter
Nachtest



Analyse von Vignetten mit Theorie-
Kriterien

Arbeit an Vignetten in einer Sequenz von
Seminarsitzungen, vorbereitet und durch-
geführt von Lehramts-studierenden

Merkmale des Arbeitsprozesses:
Kriterienbasierte Analyse der Vignetten,
Analyse-Rückmeldungen durch Peers

Beweisen und Widerlegen

1

Ein gleichseitiges Dreieck ist nicht rechtwinklig.

- Eine Unterrichtssituation, die (in etwa so) tatsächlich stattgefunden hat -

Einige Informationen:

- Geometrieunterricht in der 8. Jahrgangsstufe
- Die Schüler/innen hatten unmittelbar vorher in Partnerarbeit (ca. 10 Min. lang) Argumentationsaufgaben bearbeitet, die nun besprochen werden
- Argumentationen zur Aussage „Ein gleichseitiges Dreieck ist nicht rechtwinklig“ werden nun besprochen

2



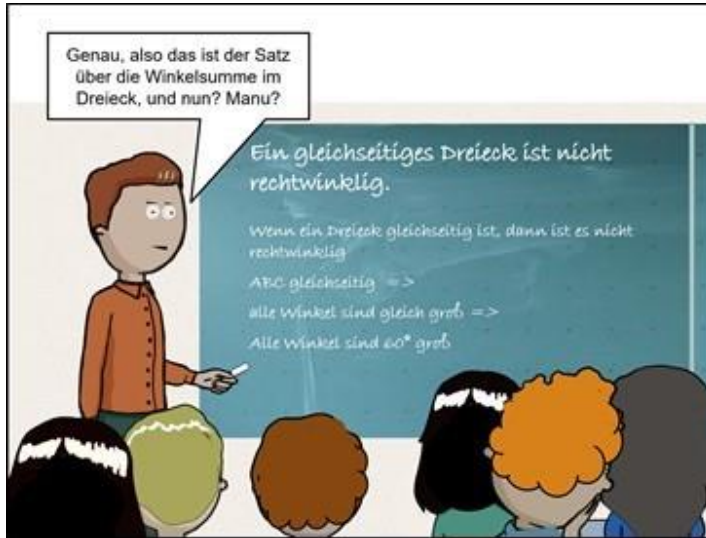
3

Kurz danach – der Lehrer hat in der Zwischenzeit an der Tafel wortlos mitgeschrieben, was ein Schüler („Paul“) als Lösung vorgestellt hat. Er geht die Schritte mit allen durch:





4



5



6



7



8



9





10



Literaturangaben

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41(10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerinnen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Bei-träge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) *Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spsychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.

Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 71-88). Opladen: Leske+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [Staatsexamensarbeit]. LMU München.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern*.



Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). Beliefs: a hidden variable in mathematics education? (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). Psychologie der Fehler. Leipzig: Klinkhardt.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung von
Mathematik Lehrkräften

Ein Kurskonzept:

Argumentieren Fördern

im Mathematikunterricht



Ein Kurskonzept

Argumentieren Fördern

im Mathematikunterricht

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende im Sekundarbereich (Klassen
5-12/13), mit spezifischem Fokus auf das Gymnasium

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz mit
flexiblem Analysefokus:

- Analyse mathematischer Inhalte zum Identifizieren von Lerngelegenheiten zum Argumentieren
- Analyse von Argumentationen von Lernenden
- Analyse von Klassenraumsituationen bezüglich darin enthaltener Argumentationsanlässe
- Analyse inwiefern verschiedene Reaktionen von Lehrkräften geeignet sind, ein Argumentieren von Lernenden anzuregen

Aufbau relevanten professionellen Wissens, von
Sichtweisen und von spezifischer Awareness

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Beweisen und Argumentieren im Mathematikunterricht sowie diesbezügliche empirische Forschungsergebnisse (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); Aspekte und Möglichkeiten Diskursivität und Argumentation im Unterricht zufördern (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); Analysekompetenzaspekte (Kuntze & Friesen, 2016); professionelles Wissen, Awareness und Analyse von Lehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); argumentationsbezogene Sichtweisen von Lehrkräften (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

Wie ist der Kurs
strukturiert?

Dauer: (Bis zu) ein(em) Semester mit wöchentlichen
90-Minuten-Seminarsitzungen

Struktur:

- Vortest (vignettenbasiert)
- Teil I: Einführung in die Rolle des Beweisens und Argumentierens in der mathematischen Fachdisziplin, unter Verwendung der Themenstudienmethode (Kuntze, 2006)
- Teil II: Einführung in verschiedene mathematikdidaktische Ansätze zum Beweisen und Argumentieren (z.B. Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); insbesondere zur potentiell verhängnisvollen Rolle von Mustern des kleinschrittigen fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahrens für das Argumentieren und Diskursivität im Unterrichtsgespräch; vignettenbasierte Arbeit
- Teil III: Strategien der Argumentationsförderung im Klassenraum: Diskursivitätsorientierte Zugänge zur Interaktion im Unterricht (z.B., Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021): vignettenbasierte Arbeit
- Nachtest (vignettenbasiert), Feedback, Selbst-Assessment des eigenen Lernfortschritts

Wie sieht das **Kursformat**
aus? (Ablauf der Sitzungen,
online/offline/hybrid,
zeitlicher Umfang, ...)

Online (infolge der Pandemiesituation) und Offline-Formate sind möglich/verfügbar. Der Kurs ist für eine einsemestrige Veranstaltung geplant (14 Sitzungen à 90 Minuten), kürzere Kursmodule sind ebenfalls möglich (z.B. integriert in andere Seminare, z.B. als Seminarabschnitt) (Siehe auch Beschreibung der Kursstruktur oben)

Was ist in den Vignetten
dargestellt und in welchem
Format (Video, Text,
Cartoon oder kombiniert)?

Darstellungen von Lernmaterial und Unterrichtssituationen, in denen diese Materialien (ggf. zum Teil) eine Rolle spielen;

Formate: Text und/oder Cartoon; Videovignetten sind ebenfalls fallweise möglich jedoch ist der Einsatz datenschutzbedingten Einschränkungen unterworfen

Wie viele Vignetten sind
Teil des Kurses?

Abhängig von der zur Verfügung stehenden Zeit sind 6-10 Unterrichtssituationen in Vignetten Teil des Kurses; generell ist der Kurs offen für von den



Teilnehmenden eingebrachte Vignetten
(Vorbesprechung mit Teilnehmenden sinnvoll zur
optimalen Passung zu den Kursinhalten in Teil II und
III)

Sind die Vignetten aus einer
anderen Quelle entlehnt,
authentisch, adaptiert, oder
speziell theoriegeleitet
konzipiert?

Sowohl aus Mitschnitten von authentischen
Unterrichtssituationen abgeleitete Vignetten als auch
speziell theoriegeleitet konzipierte Vignetten sind Teil
des Kurses, um ein reichhaltiges Potential für
Reflektieren, Diskussion und fachdidaktische
Argumentation über Argumentationsanlässe im
Unterrichtsgespräch zu bieten

Gibt es ergänzende
Unterlagen für die
Teilnehmenden des
Kurses?

Teil I: Set von Themenstudienmaterialien (vgl. Kuntze,
2006); Teile II und III: Auszüge aus Literaturquellen
(Siehe oben in der Zeile zur theoretischen Rahmung)
zur Unterstützung der Theorie-Input-Phasen

Beschreibung des Kurses

Der Kurs beginnt mit einem vignettengestützten Vortest, der auch eine Erhebung zu den argumentationsbezogenen Sichtweisen der Teilnehmenden einschließt. Diese Befragung eröffnet das Kursthema und dient der Evaluation des Lernfortschritts der Teilnehmenden am Kurs.

Teil I des Kurses führt in die Rolle des Beweisens und Argumentierens in der mathematischen Fachdisziplin ein. Hier wird die Themenstudienmethode eingesetzt (Kuntze, 2006). Die Teilnehmenden verfassen in diesem Kursteil einen das Thema „Beweisen und Argumentieren“ zusammenfassenden Essay.

Auf dieser Basis fokussiert Teil II des Kurses auf Schlüsselaspekte mathematikdidaktischen Theoriewissens und Ergebnisse empirischer Forschung zur Argumentation im Mathematikunterricht; insbesondere wird die potentiell verhängnisvolle Rolle von Mustern des kleinschrittigen fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahrens für das Argumentieren und für Diskursivität im Unterrichtsgespräch betont. Dieser Teil des Kurses wird von intermittierenden vignettenbasierten Arbeitsphasen geprägt. Der theoretische Hintergrund wird also weitmöglichst durch die Analyse von Vignetten mit Praxiskontexten verbunden. Sowohl Cartoonvignetten als auch Unterrichtsvideo-Vignetten können für diese Analyseanlässe eingesetzt werden.

Teil III des Kurses hat zum Ziel, das Wissen der Teilnehmenden zu Strategien zur Argumentations- und Diskursivitätsförderung im Unterrichtsgespräch zu stärken: Diskursorientierte Zugänge zur Interaktion im Unterricht (z.B. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021) sind ein Beispiel für die Unterstützung

dieser Professionalisierungsziele – diese Zugänge werden mit Unterrichtspraxis-Kontexten verknüpft, dies geschieht durch vignettenbasierte Arbeit.

Nach dem Ausfüllen des (vignettenbasierten) Nachtests werden die Teilnehmenden gebeten, Feedback zum Kurs zu geben, und auf der Basis ihrer Antworten zum Vor- und Nachtest, werden sie auch nach einer Selbsteinschätzung zu ihrem Fortschritt und Lernergebnissen gefragt.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses

Vignetten-
basierter
Vortest

Teil II und III: Vignettenbasierte Arbeit im
Wechsel mit kurzen Theorie-Input-Phasen

Vignetten-
basierter
Nachtest



Teil I:
Themenstudien-
arbeit über
Beweisen und
Argumentieren

Teil II:
Argumentieren im
Mathematikunter-
richt: Mathematik-
didaktische
Forschungs-
ergebnisse

Teil III:
Stärkung von
Strategien zur
Förderung von
Diskursivität

Literaturangaben

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.
- Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.
- Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.
- Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.
- Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.
- Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Healy, L. & Hoyles, C. (1998). *Justifying and Proving in School Mathematics*. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.
- Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.
- Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education* , 5, 61-88.
- Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.
- Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].
- Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.
- Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografiertter Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes. New York: Routledge.



Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu diesem
Kurskonzept:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Reflektieren über das Argumentieren

im Unterrichtsgespräch



Eine Vignette

Reflektieren über Lehrer/innen/handeln zum Anregen

von Schüler/innen/interaktion rund um Fehler

„Beweisen und Widerlegen“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende (Mathematik)
Sekundarschulbereich (Klassenstufen 5-12/13)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, sie ist Teil des Kurses:
Argumentieren Fördern im Mathematikunterricht

Anmerkung: Gleichzeitig ist die Vignette (unter anderer Perspektive) auch Teil des Kurses:

Fehler im Mathematikunterricht als Lerngelegenheiten nutzen

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Diese Vignette ist eine der Vignetten in Teil III des Kurses, um zu reflektieren und diskutieren, wie Argumentation im Unterrichtsgespräch gefördert werden kann (siehe Kurskonzept)

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz von Lehramtsstudierenden bezogen auf:

- Wie Argumentation im Unterrichtsgespräch in Erscheinung treten kann
- Mögliche Hindernisse für das Argumentieren im Unterrichtsgespräch
- Strategien des Organisierens und Strukturierens von Interaktion beim Argumentieren
- Die Rolle von Fehlern als Argumentationsgelegenheiten

Aufbau von spezifischem professionellem Wissen, von Sichtweisen und von Awareness

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Diese Vignette zeigt eine authentische Unterrichtssituation, sie wurde entsprechend des Unterrichtsvideos gestaltet. Dies führt zu speziellen Beobachtungsmöglichkeiten, z.B. die Beobachtung von Schwierigkeiten im Unterrichtsdiskurs, unvollständige Sätze in den Äußerungen von Schüler/inne/n, etc.

Wie lange würde die Situation im Unterricht dauern?

Die Unterrichtssituation zu dieser Vignette hätte ca. 5-10 Min. Dauer.

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Welche **Theorie** steht dahinter?

Siehe oben, diese Vignette war nach einer authentischen Unterrichtssituation gestaltet worden.

Beweisen und Argumentieren im Mathematikunterricht sowie diesbezügliche empirische Forschungsergebnisse (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); Aspekte und Möglichkeiten Diskursivität und Argumentation im Unterricht zufördern (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); Analysekompetenzaspekte (Kuntze & Friesen, 2016); professionelles Wissen, Awareness und Analyse von Lehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); argumentationsbezogene Sichtweisen von Lehrkräften (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Vignetten-
basierter
Vortest

Teil II und III: Vignettenbasierte Arbeit im
Wechsel mit kurzen Theorie-Input-Phasen

Vignetten-
basierter



Teil I: Themen-
studienarbeit
über Beweisen
und Argumentie-
ren

Teil II: Argumentie-
ren im Mathematik-
unterricht: Mathe-
matik-didaktische
Forschungsergeb-
nisse

Teil III: Stärkung
von Strategien
zur Förderung
von Diskursivität

Beweisen und Widerlegen

1

Ein gleichseitiges Dreieck ist nicht rechtwinklig.

- Eine Unterrichtssituation, die (in etwa so) tatsächlich stattgefunden hat -

Einige Informationen:

- Geometrieunterricht in der 8. Jahrgangsstufe
- Die Schüler/innen hatten unmittelbar vorher in Partnerarbeit (ca. 10 Min. lang) Argumentationsaufgaben bearbeitet, die nun besprochen werden
- Argumentationen zur Aussage „Ein gleichseitiges Dreieck ist nicht rechtwinklig“ werden nun besprochen

2

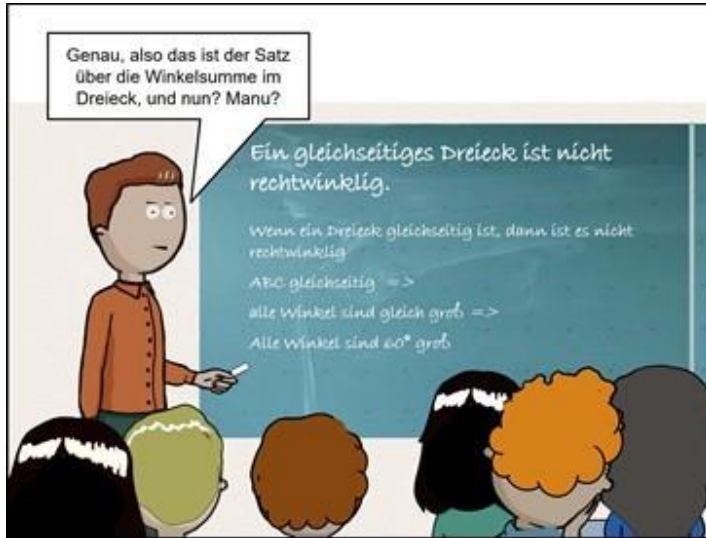


3

Kurz danach – der Lehrer hat in der Zwischenzeit an der Tafel wortlos mitgeschrieben, was ein Schüler („Paul“) als Lösung vorgestellt hat. Er geht die Schritte mit allen durch:



4



5



6



7



8



9



10



Literaturangaben

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.

Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.

Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). *Justifying and Proving in School Mathematics*. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.

- Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.
- Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.
- Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.
- Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].
- Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.
- Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.
- Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografiertter Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.
- Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. Journal for Research in Mathematics Education, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. MNU-Journal 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. Review of Educational Research, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. Journal of Teacher Education, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15 (2), 4–14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). Beliefs: a hidden variable in mathematics education? (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Mit heterogenen Lernvoraussetzungen

von Schüler/inne/n

im Mathematikunterricht umgehen



Ein Kurskonzept

Mit heterogenen Lernvoraussetzungen von

Schüler/inne/n im Mathematikunterricht umgehen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende im Sekundarstufenbereich
(Klassen 5 – 12/13)

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Teilnehmende lernen Ziele kennen, die einen
heterogenitätsgerechten Unterricht ausmachen:

- Unterricht, der an individuelles Vorwissen und individuelle Vorstellungen anknüpft
- Unterricht, der schwächere Schüler(innen) nicht ausbremst
- Unterricht, der Herausforderungen und Vertiefungen für stärkere Schüler(innen) bereithält
- Unterricht, der passende Impulse und Lernhilfen zur Verfügung stellt
- Unterricht, der vielfältige Lernanlässe anbietet
- Unterricht, der Raum für individuelle und gemeinsame Lernprozesse schafft

Teilnehmende werden dabei unterstützt, damit
verbundene Analysekompetenzen aufzubauen:

- Analysieren des Denkens von Schüler/inne/n, deren Lernvoraussetzungen und Schwierigkeiten
- Analyse von Aufgaben und Inhalten bezogen auf Möglichkeiten, Lerngelegenheiten und Lernunterstützung auf vielen Komplexitätsebenen zu konzipieren
- Analyse zum adaptiven Anknüpfen an Lernvoraussetzungen und -bedarfe

Außerdem sollen die Teilnehmenden dabei
unterstützt werden, mit diesen Aspekten und Zielen
verbundenes professionelles Wissen, Sichtweisen
und Awareness (Kuntze et al, 2018) aufzubauen

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Theorien zu individueller Lernunterstützung (e.g.
Krammer, 2009; Schnebel, 2013) sowie damit
verbundenen Inhalten der Mathematikdidaktik sind
die Basis für eine Noticing-Kompetenz, die mehrere

verschiedene theoriebasierte Kriterien umfasst: Ein diesbezügliches Konstrukt eines „multi-criterion noticing“, das notwendig ist, kontextbezogen mit heterogenen Lernvoraussetzungen umzugehen, wurde in Kuntze et al. (2021) beschrieben. Das Analysieren von Lehrkräften im Sinne dieses Multi-Criterion Noticing konzentriert sich unter anderem auf Merkmale von Aufgaben und Lernangeboten, auf die Fähigkeit von Lehrkräften, adaptiv und flexibel auf individuelle Lernbedarfe von Schüler/inne/n zuzugehen, sowie angepasst an das Denken der Lernenden zu reagieren.

Als Analyserahmen für das Diagnostizieren individueller Lernbedarfe, wird auch auf den Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte fokussiert (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006, siehe auch das Kurskonzept zum „Umgehen mit Repräsentationen mathematischer Objekte“), so dass die Kompetenz von Lehrkräften zum Analysieren des Umgangs mit Repräsentationen durch die Schüler/innen sowie in Aufgaben ebenfalls im Vordergrund steht (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016); Der zugrundegelegte theoretische Hintergrund stützt sich auch allgemein auf Theorie zum professionellen Wissen, zur Awareness und zur Analysekompetenz von Mathematiklehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012).

Betrachtungen zur Rolle sprachlicher Kompetenzen von Schüler/inne/n basieren auf Reinhold, Oppelt und Reiss (2018) sowie auf Prediger (2017).

Wie ist der Kurs strukturiert?

Kursdauer:

Ein Semester mit wöchentlichen, 90minütigen Seminarsitzungen

Struktur:

Der Kurs beginnt mit einem vignettenbasierten Vortest. Die Kursinhalte sind in Themeneinheiten/Kapitel gegliedert, die die folgenden Themen abdecken: +

- Lernvoraussetzungen und Lernprozesse von Schüler(innen) analysieren
- Lernvoraussetzungen – eine Videoanalyse
- Lernvoraussetzungen – eine Vignette
- Lernvoraussetzungen – Sprache
- Lernvoraussetzungen – Kompetenzraster, Lernstand 5 & Co.
- Die Rolle von Aufgaben
- Öffnen von Aufgaben, selbstdifferenzierende Aufgaben



Ein Posttest ist ebenfalls vignettenbasiert; Sichtweisen, Feedback und eine Selbst-Evaluierung der Lernenden wird ebenfalls erhoben.

Wie sieht das **Kursformat** aus? (Ablauf der Sitzungen, online/offline/hybrid, zeitlicher Umfang, ...)

Online-Kursformat (infolge der Pandemiesituation) und Offline-Kurs-Format sind beide möglich

(Siehe auch Beschreibung der Kursstruktur oben)

Was ist in den Vignetten **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Die Klassenraumsituationen werden in den Vignetten meist in Text und/oder Cartoon-Format dargestellt. Es gibt auch eine Videovignette im Kurs (öffentlich zugängliche Videosequenz mit kurs-spezifischer Analysefragestellung), die in den Kurs implementiert ist.

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

Etwa 10 Vignetten sind im Kursmaterial implementiert. Der Kurs ist grundsätzlich auch offen für Vignetten, die von den Teilnehmenden eingebracht werden.

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die o.g. Vignetten wurden spezifisch passend zu den jeweiligen Zielen der jeweiligen Themeneinheiten/Kapitel des Kurses gestaltet worden, damit durch das Material gezielt Theorie und Praxis verknüpft werden können, sowie praxisbezogene Reflexion und Diskussion angeregt werden kann.

Gibt es ergänzende Unterlagen für die Teilnehmenden des Kurses?

Siehe oben in der Zeile zur theoretischen Rahmung; es gibt ein Textdokument, das den onlinegestützten Kurs und seine Reflexionsanlässe begleitet

Weitere Kommentare / Vorschläge

Die Entwicklung des sogenannten „Multi-Criterion Noticing“ der Teilnehmenden (Kuntze et al., 2021) wurde empirisch untersucht und dokumentiert. Jedoch sollten vor dem Hintergrund von Befunden zu Schwierigkeiten von Lehramtsstudierenden spezifische Hilfsangebote denjenigen Lehramtsstudierenden zur Verfügung gestellt werden, denen Multi-Criterion Noticing schwerfällt, hierfür wäre eine Zwischenevaluation während des Kurses hilfreich.



Beschreibung des Kurses

Der Kurs beginnt mit einem Vortest, der sich auf eine Vignette und einen Fragebogen zu den Sichtweisen der Lehramtsstudierenden zum Umgang mit heterogenen Lernvoraussetzungen konzentriert. Das Testinstrument ermöglicht eine Evaluierung des Lernfortschritts der Teilnehmenden, auch durch deren Selbst-Evaluation.

Der Kurs gliedert sich in acht Themeneinheiten bzw. Kapitel, die jeweils fallbasierte Arbeitsformen umsetzen, wie sie durch Vignetten auf der einen Seite und fallübergreifende Gesichtspunkte wie auch Theorieinhalte geprägt werden. Auch die Sichtweisen der Lehramtsstudierenden stehen stets im Vordergrund, da Lehrkräfte in Praxiskontexten mit einem Spektrum an komplexen pädagogischen und fachdidaktischen Dilemmata konfrontiert sind, insbesondere wenn sie mit heterogenen Lernvoraussetzungen umgehen müssen und ihre Sichtweisen hier eine entscheidende Rolle spielen können. Expertise in diesem Bereich bedeutet auch, dass Mathematiklehrkräftemit solchen Dilemmasituationen umgehen können müssen, in dem Sinne, dass sie kritisch überlegen und fachdidaktische Argumente zu klassenraumbezogenen Entscheidungen abwägen können müssen.

Die acht Themeneinheiten/Kapitel sind die Folgenden:

- (1) Lernvoraussetzungen und Lernprozesse von Schüler(innen) analysieren
- (2) Lernvoraussetzungen – eine Videoanalyse
- (3) Lernvoraussetzungen – eine Vignette
- (4) Lernvoraussetzungen – Sprache
- (5) Lernvoraussetzungen – Kompetenzraster, Lernstand 5 & Co.
- (6) Die Rolle von Aufgaben
- (7) Öffnen von Aufgaben, selbstdifferenzierende Aufgaben

Auf diese Weise werden mehrere bedeutsame Interessensbereiche adressiert. Nach einer einführenden Orientierung in theoretischen Rahmungen wird ein Spektrum an Aspekten zum Diagnostizieren und zum Umgang mit Lernvoraussetzungen in den Mittelpunkt gestellt, einschließlich des wichtigen Aspekts der sprachlichen Kompetenzen der Lernenden (und der dort ggf. vorhandenen Heterogenität). Ein Fokus auf Aufgabenmaterial fügt ein zum Blick auf die Seite der Lernenden komplementäres Wissen hinzu, indem hierbei die Seite der Lerngelegenheiten und deren Design in den Mittelpunkt gestellt werden.



Nach dem Ausfüllen des (vignettenbasierten) Nachtests werden die Teilnehmenden gebeten, Feedback zum Kurs zu geben, und auf der Basis ihrer Antworten zum Vor- und Nachtest, werden sie auch nach einer Selbsteinschätzung zu ihrem Fortschritt und Lernergebnissen gefragt.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

Innerhalb des Kurses



Schlüsselemente des Arbeitsprozesses: Theoriebasierte Wissens Elemente und Kriterien zum Umgang mit heterogenen Lernvoraussetzungen, Kriterienbasierte Analyse von Vignetten, gemeinsames Reflektieren im Kurs

Literaturangaben

Krammer, K. (2009). Individuelle Lernunterstützung in Schülerarbeitsphasen. Eine videobasierte Analyse des Unterstützungsverhaltens von Lehrpersonen im Mathematikunterricht. [Individual learning support during student work. A video-based analysis of support by teachers in mathematics classrooms]. Münster: Waxmann.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkós, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPM (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPM (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S., Friesen, M., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L. & Healy, L. (2021). Multi-criterion noticing: Pre-service teachers' difficulties in analysing classroom vignettes. In Inprasitha, M., Changsri, N., Boonsena (Eds.). Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3 (pp. 173-183). Khon Kaen, Thailand: PME.

Prediger, S. (2017). Auf sprachliche Heterogenität im Mathematikunterricht vorbereiten – Fokussierte Problemdiagnose und Förderansätze. In J. Leuders et al. (Hrsg.), Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen, Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik (S. 29-39). Wiesbaden: Springer. doi 10.1007/978-3-658-16903-9_3.

Reinhold, F., Oppelt, S., Reiss, K. (2018). DaZ-Methoden im Fachunterricht Mathematik. MNU-Journal, (5), 297-302.

Schnebel, S. (2013). Lernberatung, Lernbegleitung, Lerncoaching – neue Handlungsformen in der Allgemeinen Didaktik? Jahrbuch für Allgemeine Didaktik, 3, 278-296.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu diesem Kurskonzept:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Diskussionen anregen über Themen des

Mathematikunterrichts in der Grundschule –

Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben



Ein Kurskonzept

Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts

in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für
die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Der Kurs umfasst ein Set von 10 Vignetten (in Form von Concept Cartoons) zu verschiedenen Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule. Das mit den Vignetten verbundene Anliegen besteht darin, Diskussionen bei angehenden Lehrkräften über wichtige Aspekte der Unterrichtspraxis anzuregen, speziell über Aspekte des Problemlösens und des Bewertens offener Aufgaben:

- mehrere Lösungsmöglichkeiten,
- mehrere mögliche Ergebnisse,
- verschiedene Interpretationen der Aufgabenstellung,
- verschiedene Interpretationen von Ergebnissen,
- korrekte vs. inkorrekte Lösungswege,
- mehrschrittige Lösungswege,
- Bewerten von Antworten von Schüler*innen (Bewerten von Ergebnissen vs. Bewerten des Lösungsprozesses), etc.

Die Vignetten sollen dazu dienen, bei den Teilnehmenden professionelles Wissen aufzubauen, insbesondere zu:

- Wissen über Aufgaben (verschiedene Wege, sie zu lösen),
- Wissen von Schüler*innen (verschiedene Lösungsideen),
- didaktisches Wissen (bzgl. des Bewertens).

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), Open-Ended Approach (Nohda, Becker & Shimada), Pedagogical Content Knowledge (Kleickmann et al.)

Wie ist der Kurs **strukturiert**?

Einführung

- Struktur der Concept Cartoons
- Impulsfragen zu den Concept Cartoons

Arbeit mit Vignetten

- Individuelles (schriftliches) Arbeiten an den Vignetten: die Teilnehmenden beantworten zunächst in Einzelarbeit zu jeder Vignette die Impulsfragen
- Zwischenanalyse: [optional] der/die Dozierende analysiert die Antworten der Teilnehmenden, um die nachfolgende Diskussion optimal gestalten zu können
- Gruppendiskussion

Schlussfolgerungen

- offene Aufgaben
- Lösen von offenen Aufgaben
- Bewerten von Lösungen zu offenen Aufgaben

Das Set an Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Wie sieht das **Kursformat** aus?

Dauer: 6 Einheiten á 45 Minuten

1. Einheit: Einführung
2. Einheit: Einzelarbeit an den Vignetten (Vignetten Nr. 1 bis 5)
3. Einheit: Diskussion (Vignetten Nr. 1 bis 5)
4. Einheit: Einzelarbeit an den Vignetten (Vignetten Nr. 6 bis 10)
5. Einheit: Diskussion (Vignetten Nr. 6 bis 10)
6. Einheit: Zusammenfassung/Abschluss

Präsenzformat:

Durchführung innerhalb von 3 Wochen (2 Einheiten pro Woche) oder innerhalb von 6 Wochen (eine Einheit pro Woche)

Anpassungen für eine **Online-Durchführung:**

- Einzelarbeit an den Vignetten als vorbereitende Hausaufgabe
- Einführung, Diskussionen und Zusammenfassung/Abschluss als Online-Veranstaltungen



Was ist in den Vignetten **dargestellt** und **in welchem Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Dargestellt sind:

- Unterrichtssituationen
- verschiedene Möglichkeiten, die in den Vignetten enthaltenen Aufgaben zu interpretieren und zu lösen

Format: Set von Cartoon-Vignetten (Concept Cartoons)

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

10 Vignetten:

- Nr. 1 – Würfel in einer Schachtel
- Nr. 2 – Fläche eines Dreiecks
- Nr. 3 – fehlende Stellenwerte
- Nr. 4 – Tabletten
- Nr. 5 – Millgate-Schule
- Nr. 6 – Zitronen
- Nr. 7 – Balkenwaagen
- Nr. 8 – Rennen
- Nr. 9 – Städte und ihre Temperaturen
- Nr. 10 – Äpfel

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Vignetten aus der Literatur (Nr. 1, 2, 8, 9)

Adaptierte Vignetten aus der Literatur (Nr. 3, 4, 5, 10)

Theoriegeleitet konzipierte Vignetten (Nr. 6, 7)

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Die Analyse der Antworten der Teilnehmenden vor der Gruppendiskussion ist optional, jedoch sehr zu empfehlen.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). Open-ended approach. Reston: NCTM.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Hrsg.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten
Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Würfel und Schachteln“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 1** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie Gruppendiskussion über die Vignette

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zum Volumen von Quadern. Das Ziel dieser Vignette ist es, Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen zur Diskussion über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen (z.B. die Bedeutung grundlegender mathematischer Konzepte). Die Vignette ist darauf ausgerichtet, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell ihr Wissen über Aufgaben (wichtige mathematische Konzepte, die hinter Aufgaben stehen), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte sowie inkorrekte Lösungsideen, mehr oder weniger verbreitete Fehlvorstellungen von Lernenden) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe zum Konzept des Volumens (Vergleich der Volumina zweier Quader)
- eine korrekte Lösung der gegebenen Aufgabe
- drei verschiedene Fehlvorstellungen von Lernenden zum Konzept des Volumens

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette ist aus einer anderen Quelle entlehnt und wurde grafisch angepasst. Quelle: Roubíček, 2014. Graphische Elemente: coReflect@maths

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

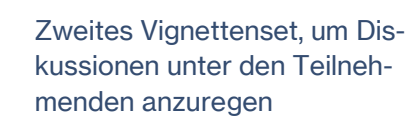
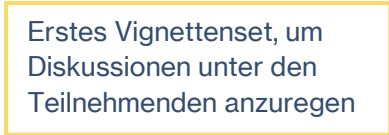
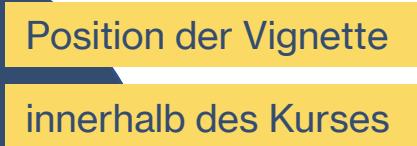
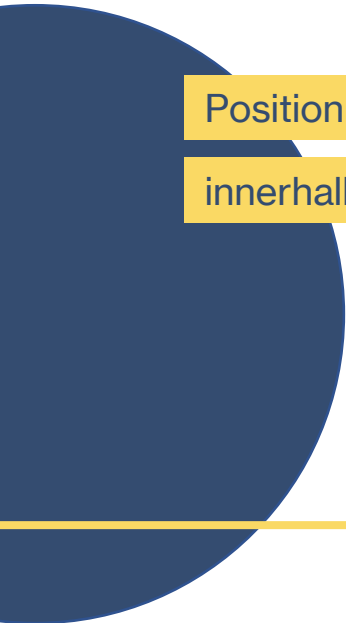
innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

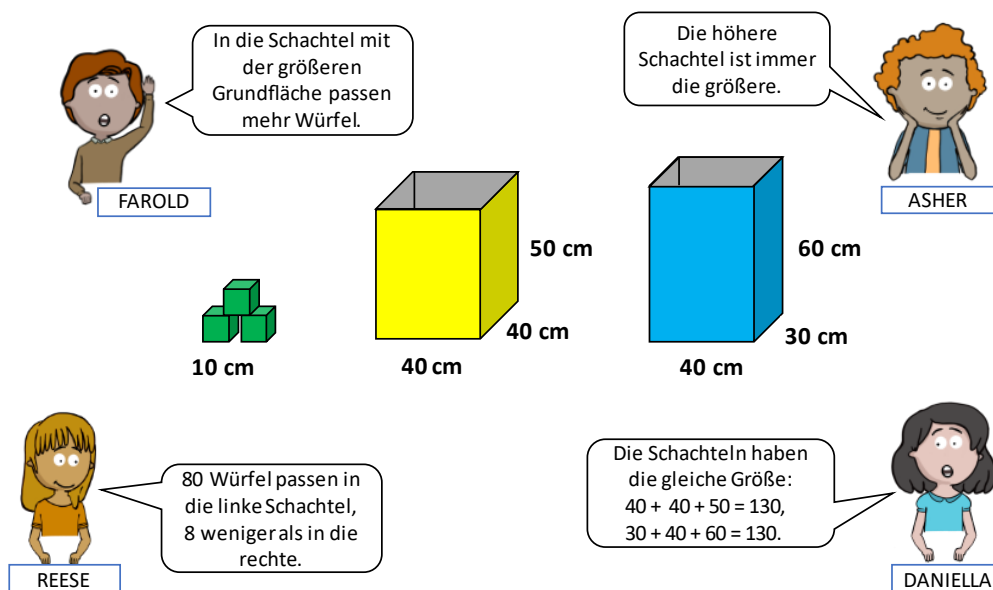
Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets



Vignette – „Würfel und Schachteln“



Quelle der Aufgabe und des Sprechblaseninhalts: Roubíček (2014); grafische Elemente: DIVER

Literaturangaben

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Hrsg.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Fläche eines Dreiecks“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 2** des Kurses **„Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben“**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zum Thema *Flächeninhalt von Dreiecken*. Ziel dieser Vignette ist es, eine Diskussion der Lehramtsstudierenden / Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und Beurteilens von offenen Aufgaben (die z.B. mehrere richtige Lösungswege haben). Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen, Wissen über Aufgaben (verschiedene Lösungswege), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungs-ideen, mehr oder weniger übliche Fehlvorstellungen von Lernenden) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden) bei den Kursteilnehmenden aufzubauen.

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit einem Ergebnis, aber mehreren möglichen Lösungswegen
- drei verschiedene richtige Lösungswege
- zwei verschiedene Fehlvorstellungen

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette ist aus einer anderen Quelle entlehnt und wurde grafisch angepasst. Quelle: Roubíček, 2014. Graphische Elemente: coReflect@maths

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

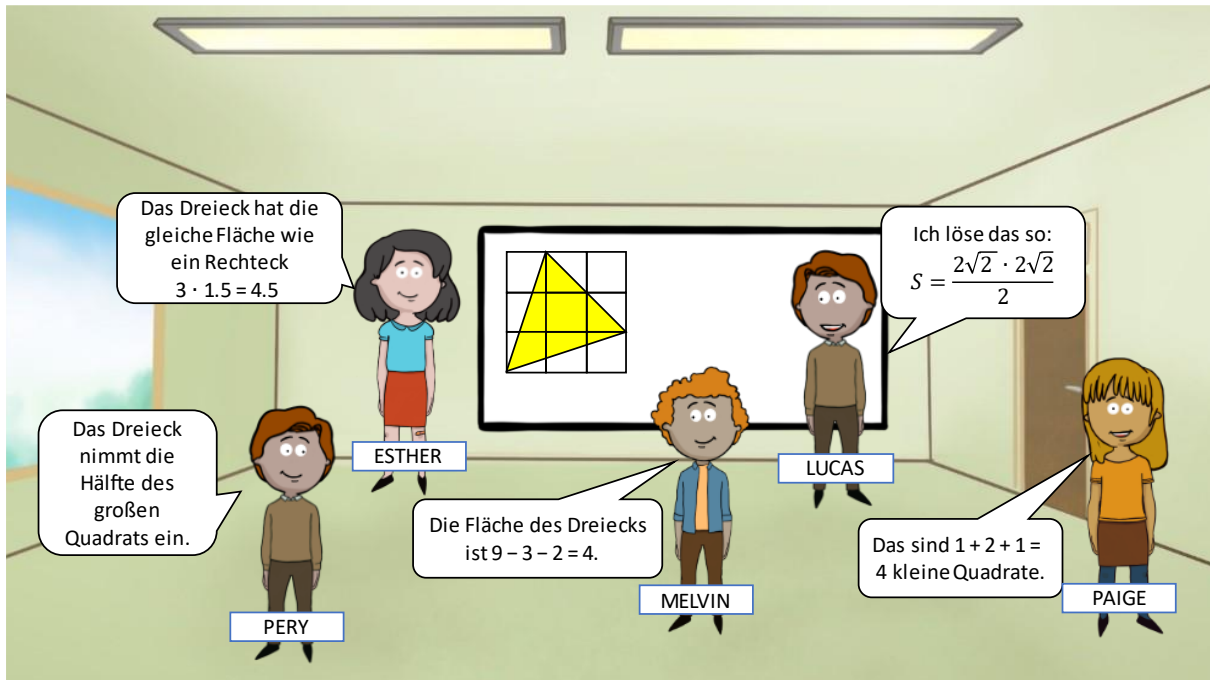
Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Fläche eines Dreiecks“



Quelle der Aufgabe und des Sprechblaseninhalts: Roubíček (2014); grafische Elemente: DIVER

Literaturangaben

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Hrsg.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Fehlende Ziffern“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 3** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zur schriftlichen Subtraktion. Ziel dieser Vignette ist es, eine Diskussion der Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und Beurteilens offener Aufgaben (zu denen es z.B. mehrere korrekte Lösungswege und mehrere korrekte Schreibweisen gibt). Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (mit mehreren korrekten Ergebnissen sowie deren systematische Suche), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (mit verschiedenen korrekten und inkorrekten Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit zwei verschiedenen Lösungen (Ergebnissen); jedes Ergebnis besteht aus drei Zahlen, die unterschiedlich angeordnet sein können (nach Größe, nach der Reihenfolge im endgültigen Schema, nach der Reihenfolge des Auftretens während des Lösungsprozesses)

- eines der richtigen Ergebnisse, in zwei verschiedenen Reihenfolgen
- zwei verschiedene falsche Ergebnisse
- ein Hinweis auf die Möglichkeit der Existenz eines weiteren richtigen Ergebnisses

Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Anpassung: Dabell et al., 2008: 2_10. Adaptiert wurden: die Aufgabe, der Inhalt der Sprechblasen und die Grafiken. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2022.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

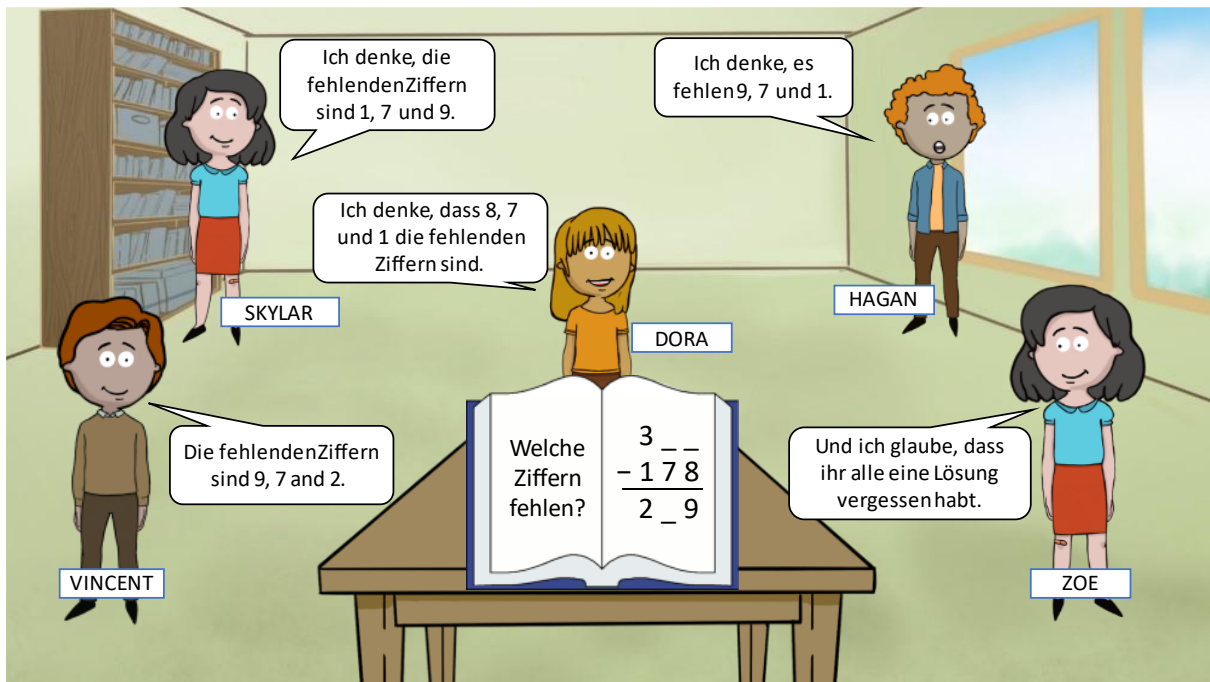
Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Fehlende Ziffern“



Erstellt durch eine Anpassung der Grafiken, der Aufgabe und des Inhalts der Sprechblasen in Dabell et al., 2008: 2_10; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2022.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). Opened book with empty pages. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/opened-book-with-empty-pages_21302874.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 9(2), 37–44.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Tabletten“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 4** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zu Anwendungsaufgaben der Multiplikation im Mathematikunterricht der Grundschule. Ziel dieser Vignette ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, speziell über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und Beurteilens offener Aufgaben (die z.B. mehrere korrekte Lösungswege und mehrere korrekte Schreibweisen besitzen können). Die Vignette zielt außerdem darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (mit mehreren korrekten Ergebnissen und deren systematische Suche), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (mit verschiedenen korrekten und inkorrekten Lösungs-ideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit einer Lösung (Ergebnis) und mehreren Interpretationen des Ergebnisses (mindestens drei verschiedene Interpretationen)
- drei verschiedene Interpretationen des korrekten Ergebnisses
- zwei verschiedene inkorrekte Ergebnisse



Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Anpassung: Dabell et al., 2008: 3_12. Adaptiert wurden: die Aufgabe, der Inhalt der Sprechblasen und die Grafiken. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

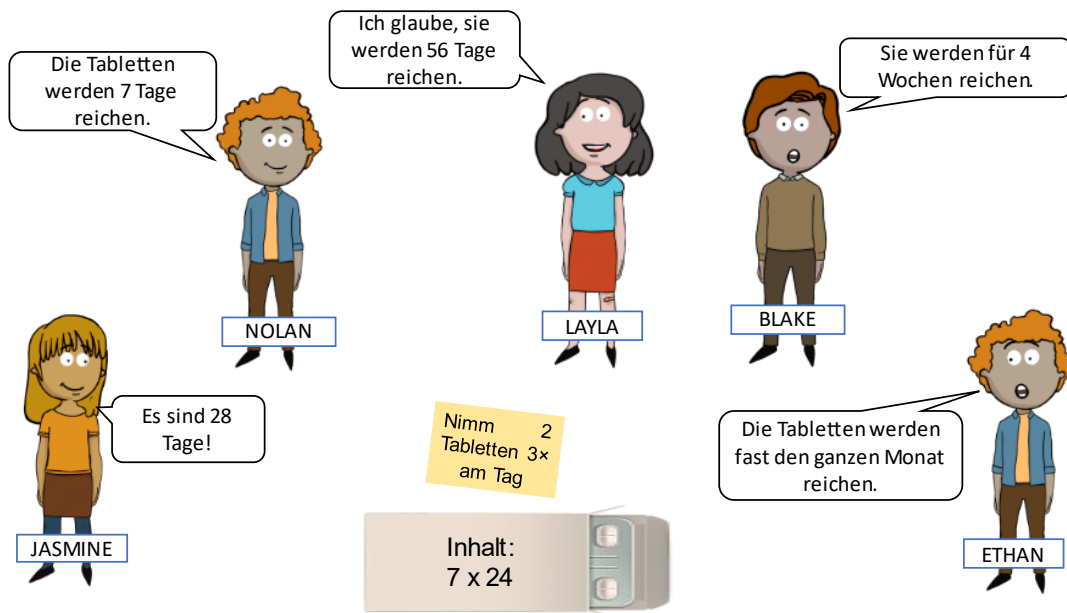
Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Tabletten“



Erstellt durch eine Anpassung der Grafiken und des Inhalts der Sprechblasen in Dabell et al., 2008: 3_12; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Blisters. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/realistic-set-opened-paper-packaging-with-blisters-medicine-pills-capsules_7437909.htm#page=1&query=pills% 20blister&position=3&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/realistic-set-opened-paper-packaging-with-blisters-medicine-pills-capsules_7437909.htm#page=1&query=pills%20blister&position=3&from_view=search) [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 9(2), 37–44.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Millgate-Schule“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 5** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zu einer problemhaltigen Aufgabe. Ziel der Vignette ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösens und Beurteilens von Problemstellungen, die für Lernende schwierig zu sein scheinen.

Die Vignette zielt außerdem darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, und zwar Wissen über Aufgaben (ungleiche Teilungsprobleme und deren Lösung; Überprüfung der Ergebnisse solcher Probleme), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene inkorrekte Lösungen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden). Zu der Aufgabe im Concept Cartoon existieren mehrere Lösungsmöglichkeiten, jedoch wird keine Lösungsmöglichkeit in den Sprechblasen explizit dargestellt.

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit einer Lösung und mehreren Lösungsverfahren
- ein korrektes Ergebnis



- vier verschiedene inkorrekte Ergebnisse, die auf den vier häufigen Missverständnissen beruhen

Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Anpassung: Dabell et al., 2008: 1_14. Adaptiert wurden: der Inhalt der Sprechblasen und die Grafiken. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2022a, 2022b, 2022c.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), ungleiche Teilungsprobleme (MacGregor & Stacey, 1998; Samková & Tichá, 2015), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al., 2013).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Millgate-Schule“



Erstellt durch eine Anpassung der Grafiken und des Inhalts der Sprechblasen in Dabell et al., 2008: 1_14; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2022a, 2022b, 2022c.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022a). Bush game template gui kit. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/bush-game-template-gui-kit_17628784.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Cartoon clouds collection. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/cartoon-clouds-collection_15783479.htm [29 August 2022].

Freepik (2022c). School building educational institution, college. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/school-building-educational-institution-college_7101629.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

MacGregor, M. & Stacey, K. (1998). Cognitive models underlying algebraic and non-algebraic solutions to unequal partition problems. *Mathematics Education Research Journal*, 10, 46-60.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2015). Investigating future primary teachers' grasping of situations related to unequal partition word problems. In *Proceedings CIEAEM 67* (295-303), Palermo, Italy: G.R.I.M.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Würfel in einer Box“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 6** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf die Einführung in das Thema *Gleichungen* und auf das Thema *Verhältnisse* im Mathematikunterricht in der Grundschule bezieht. Ziel dieser Vignette ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, speziell zu Aspekten im Zusammenhang mit dem Lösen und Beurteilen offener Aufgaben (z. B. mehrere korrekte Interpretationen der Aufgabe, mehrere korrekte Verfahren).

Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, nämlich Wissen über Aufgaben (verschiedene korrekte Interpretationen der Aufgabe, verschiedene korrekte Lösungsverfahren), Wissen über mögliche Vorstellungen von Lernenden (verschiedene mögliche Fehlvorstellungen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit zwei verschiedenen Interpretationen der Aufgabe und mehreren korrekten Lösungsverfahren
- drei korrekte Aussagen über die abgebildete Situation (zwei Aussagen beziehen sich auf



die häufigere Interpretation, eine auf die sel-
tenere Interpretation)

- eine falsche Aussage (die besagt, dass die Aufgabe nicht lösbar ist)

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer
anderen Quelle entlehnt,
authentisch, adaptiert, oder
speziell theoriegeleitet kon-
zipiert?

Die Vignette wurde theoriegeleitet konzipiert. Grafi-
sche Elemente: DIVER; Freepik (2021a, 2021b, 2021c,
2022a, 2022b).

Gibt es ergänzende
Unterlagen für die Teilneh-
menden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht da-
hinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda),
pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

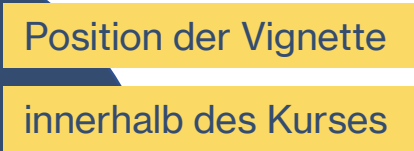
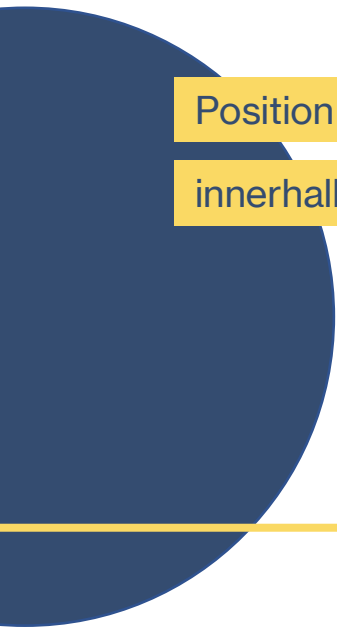
innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um
Diskussionen unter den
Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Dis-
kussionen unter den Teilneh-
menden anzuregen

Reflexion und Diskussion
des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des
zweiten Vignettensets



Vignette – „Würfel in einer Box“



Neu erstellt; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b.

Literaturangaben

Freepik (2021a). Empty Supermarket. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/vector-background-empty-supermarket_4015161.htm#page=1&query=shop%20window&position=32 [21 November 2021].

Freepik (2021b). Empty Balance Scales. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-empty-balance-scales-isolated-white-background_12321162.htm#page=1&query=equal%20scales&position=17&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2021c). Lemon Pieces. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/different-lemon-pieces-flat-item-set_11235342.htm#page=1&query=lemon&position=19&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2022a). Raw organic eggplant food vector. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/raw-organic-eggplant-food-vector_3229571.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Various banana fruits flat icon set. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/various-banana-fruits-flat-icon-set-cartoon-exotic-natural-dessert-isolated-vector-illustration-collection_10173996.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.



Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in educatione, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In SEMT '19. Proceedings (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Wippen“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 7** des Kurses **„Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben“**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zur Einführung in das Thema Ungleichheiten im Mathematikunterricht der Grundschule. Ziel ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, speziell über Aspekte im Zusammenhang mit dem Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben (z. B. mit mehreren richtigen Antworten).

Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, nämlich Wissen über Aufgaben (mehrere richtige Antworten), ihr Wissen über mögliche Vorstellungen von Lernenden (sowie verschiedene mögliche Fehlvorstellungen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit zwei möglichen richtigen Ergebnissen (zwei Gegenstände könnten am leichtesten sein, es ist nicht möglich zu sagen, welcher es wirklich ist)
- drei korrekte Aussagen über die abgebildete Situation
- zwei inkorrekte Aussagen, die auf einem häufigen Missverständnis beruhen



Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde theoriegeleitet konzipiert. Grafische Elemente: DIVER; Freepik (2021a, 2021b, 2021c, 2022).

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

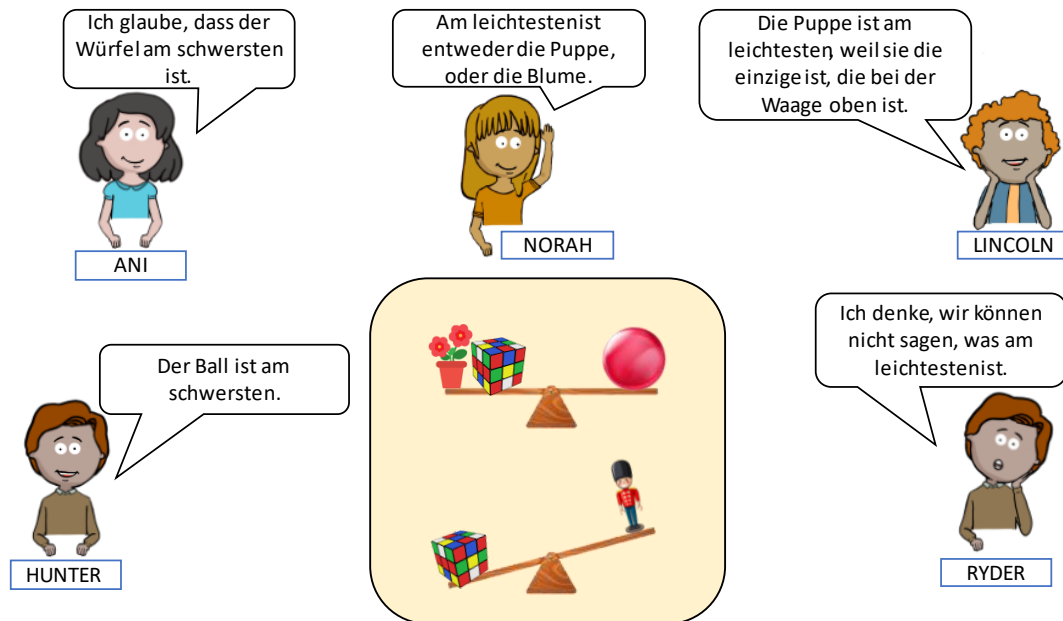
Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Wippen“



Neu erstellt; grafische Elemente: DIVER; Freepik (2021a, 2021b, 2021c, 2022)

Literaturangaben

Freepik (2021a). Empty Supermarket. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/vector-background-empty-supermarket_4015161.htm#page=1&query=shop%20window&position=32 [21 November 2021].

Freepik (2021b). Empty Balance Scales. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-empty-balance-scales-isolated-white-background_12321162.htm#page=1&query=equal%20scales&position=17&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2021c). Lemon Pieces. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/different-lemon-pieces-flat-item-set_11235342.htm#page=1&query=lemon&position=19&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2022a). Raw organic eggplant food vector. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/raw-organic-eggplant-food-vector_3229571.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Various banana fruits flat icon set. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/various-banana-fruits-flat-icon-set-cartoon-exotic-natural-dessert-isolated-vector-illustration-collection_10173996.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in educatione, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In SEMT '19. Proceedings (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Rennen“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 8** des Kurses **„Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben“**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zu Dezimalzahlen und deren Anwendung im Alltag. Ziel ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen (z.B. die Bedeutung mathematischer Konzepte und Anwendungen).

Die Vignette zielt darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (Fähigkeit, das Problem zu lösen), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (Fehlvorstellungen über die Struktur von Dezimalzahlen, über die Mathematisierung der Aufgabe) und didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Anwendungsaufgabe, die auf der Reihenfolge der Dezimalzahlen basiert
- eine richtige Lösung der gestellten Aufgabe
- ein verbreitetes Missverständnis von Lernenden über die Ordnung der Dezimalzahlen
- ein verbreitetes Missverständnis von Lernenden bezüglich der Mathematisierung der Anwendungsaufgabe

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette ist aus einer anderen Quelle entlehnt und wurde grafisch angepasst. Quelle: Dabell et al., 2008: 1_6. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021a, 2021b.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

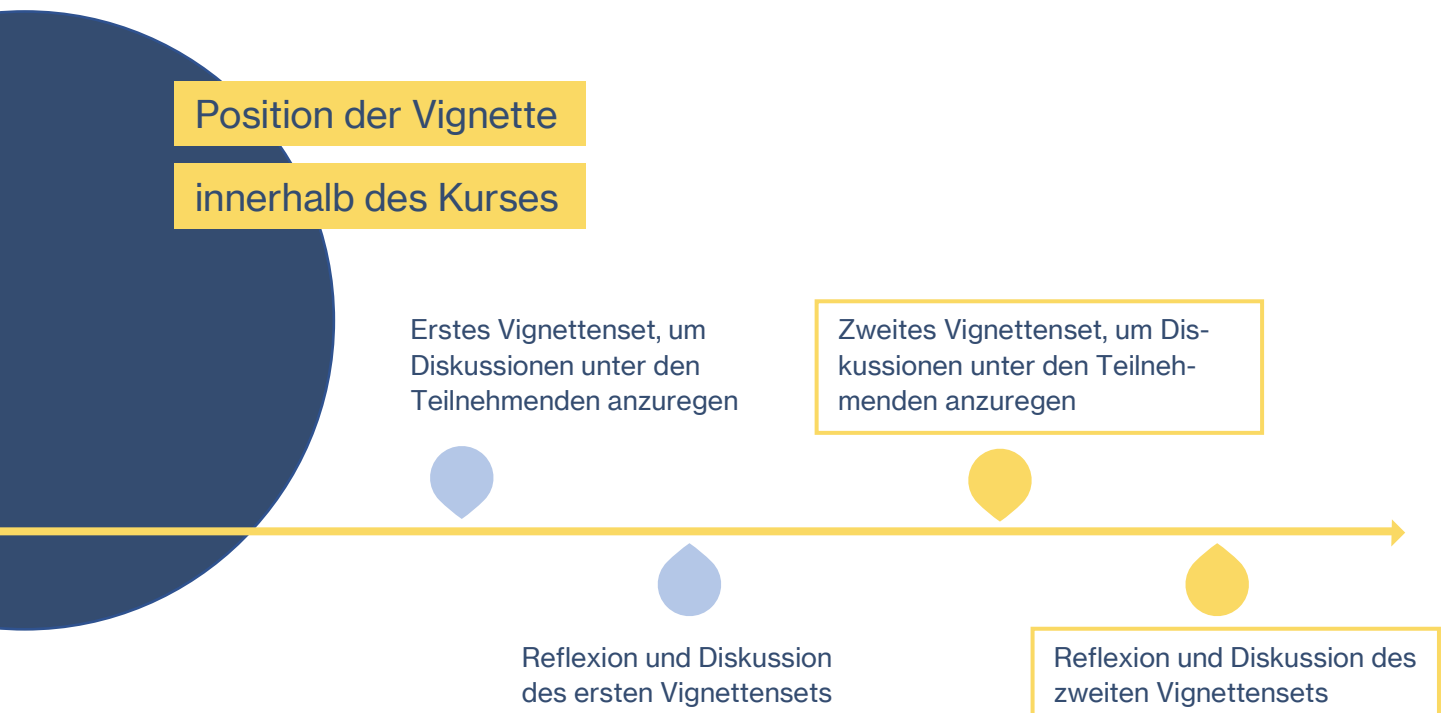
innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

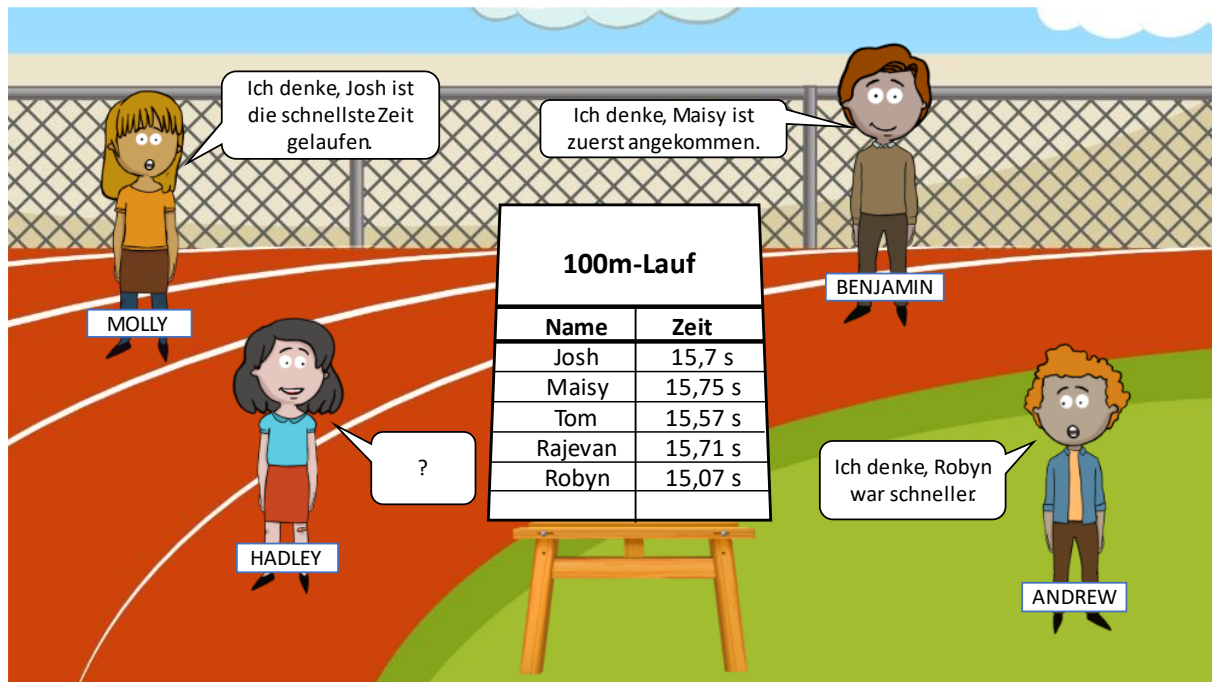
Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets



Vignette – „Rennen“



Erstellt nach Dabell et al., 2008: 1_6; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021a, 2021b.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021a). Running Track. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/scene-with-running-track-green-field_7103596.htm#page=1&query=run%20track&position=12 [21 November 2021].

Freepik (2021b). Wooden Easel. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/wooden-easel-with-white-canvas-front-angle-view_10547494.htm#page=1&query=easel&position=23 [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Stadttemperatur“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 9** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht der Grundschule, speziell auf das Thema der Differenz zwischen ganzen Zahlen und auf die Arbeit mit Tabellen, bezieht. Ziel ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und Beurteilens offener Aufgaben (z. B. mit mehreren richtigen Ergebnissen).

Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (mehrere richtige Ergebnisse und deren systematische Suche), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit vier verschiedenen Lösungen
- eines der richtigen Ergebnisse
- zwei verschiedene falsche Ergebnisse

- eine falsche Aussage über die Anzahl der Ergebnisse

Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette ist aus einer anderen Quelle entlehnt und wurde grafisch angepasst. Quelle: Dabell et al., 2008: 2_6. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

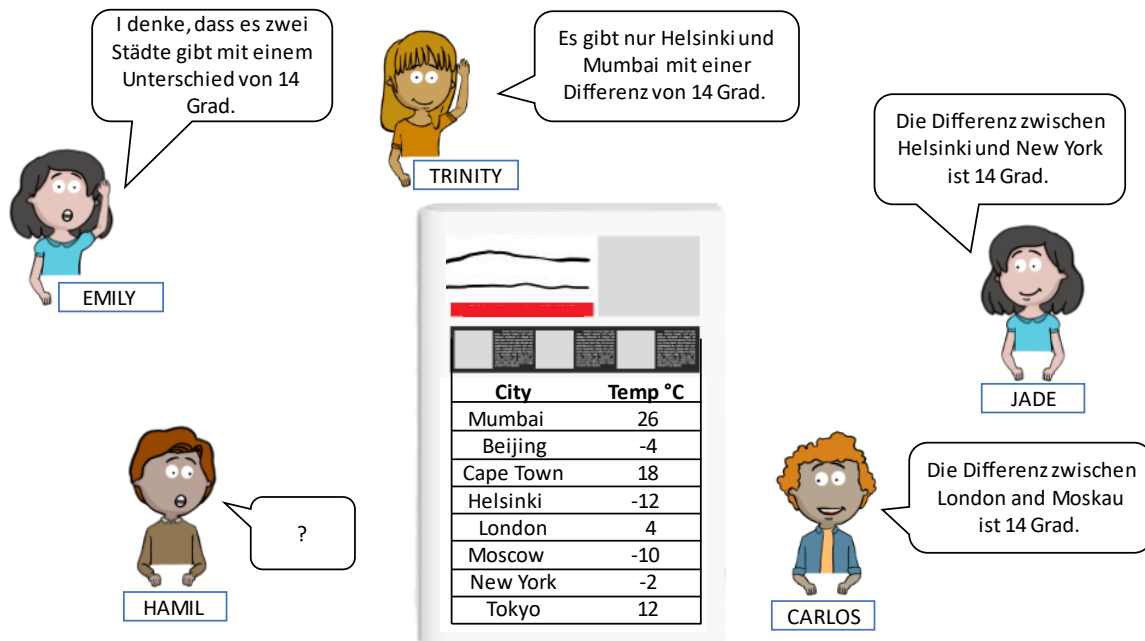
Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Stadttemperatur“



I denke, dass es zwei Städte gibt mit einem Unterschied von 14 Grad.

EMILY

Es gibt nur Helsinki und Mumbai mit einer Differenz von 14 Grad.

TRINITY

Die Differenz zwischen Helsinki und New York ist 14 Grad.

JADE

Die Differenz zwischen London and Moskau ist 14 Grad.

CARLOS

City	Temp °C
Mumbai	26
Beijing	-4
Cape Town	18
Helsinki	-12
London	4
Moscow	-10
New York	-2
Tokyo	12

HAMIL ?

Erstellt nach Dabell et al., 2008: 2_6; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Newspaper Realistic. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/newspaper-realistic-set_5972436.htm#page=1&query=newspapers&position=11&from_view=search [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Äpfel“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 10** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht in der Grundschule bezieht und das Thema *Brüche* behandelt. Ziel ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösens und Beurteilens offener Aufgaben (z. B. Aufgaben mit mehreren korrekten Lösungswegen).

Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (verschiedene Lösungswege), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungs-ideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit einem Ergebnis, aber mehreren möglichen Lösungswegen
- drei verschiedene korrekte Lösungswege
- zwei verschiedene Fehlvorstellungen der Lernenden

Format: Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Anpassung: Dabell et al., 2008: 3_10. Adaptiert wurden: die Anzahl der Äpfel, der Inhalt der Sprechblasen und die Grafiken. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021, 2022.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

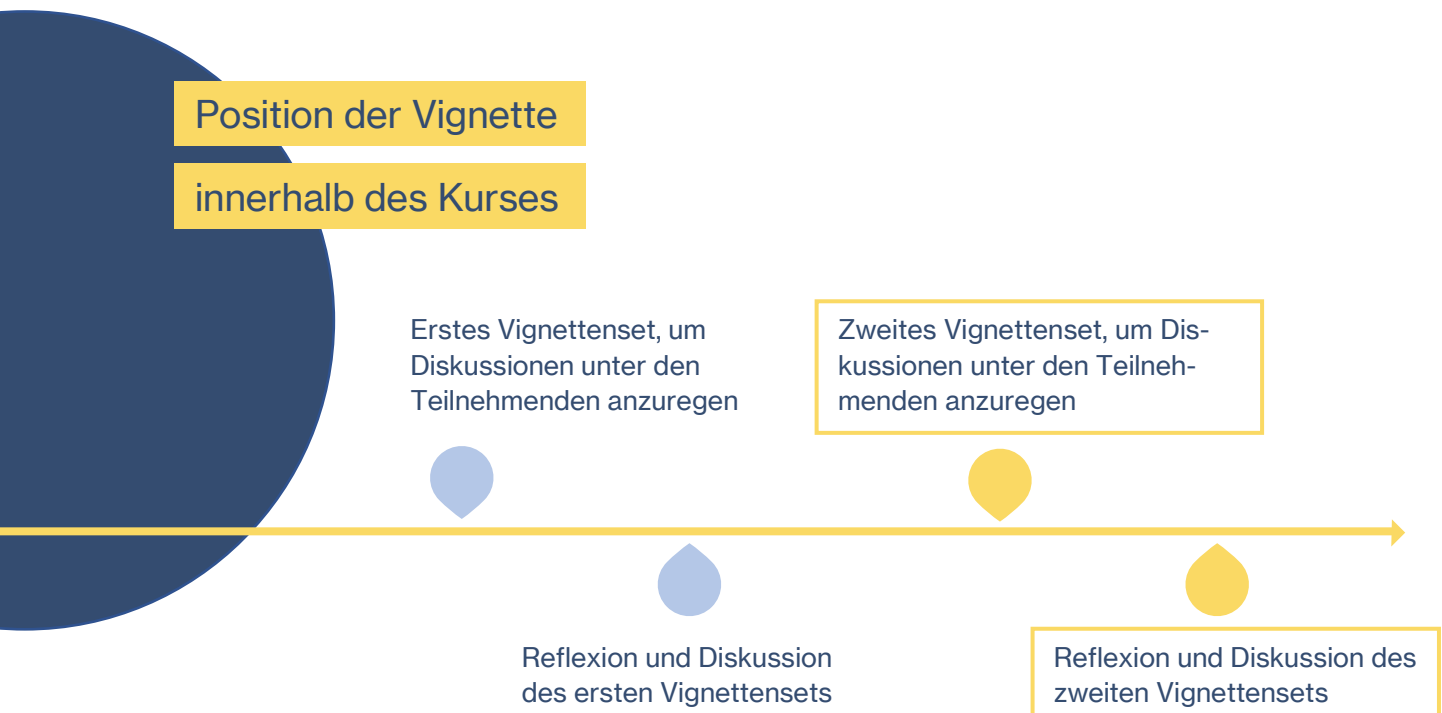
innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

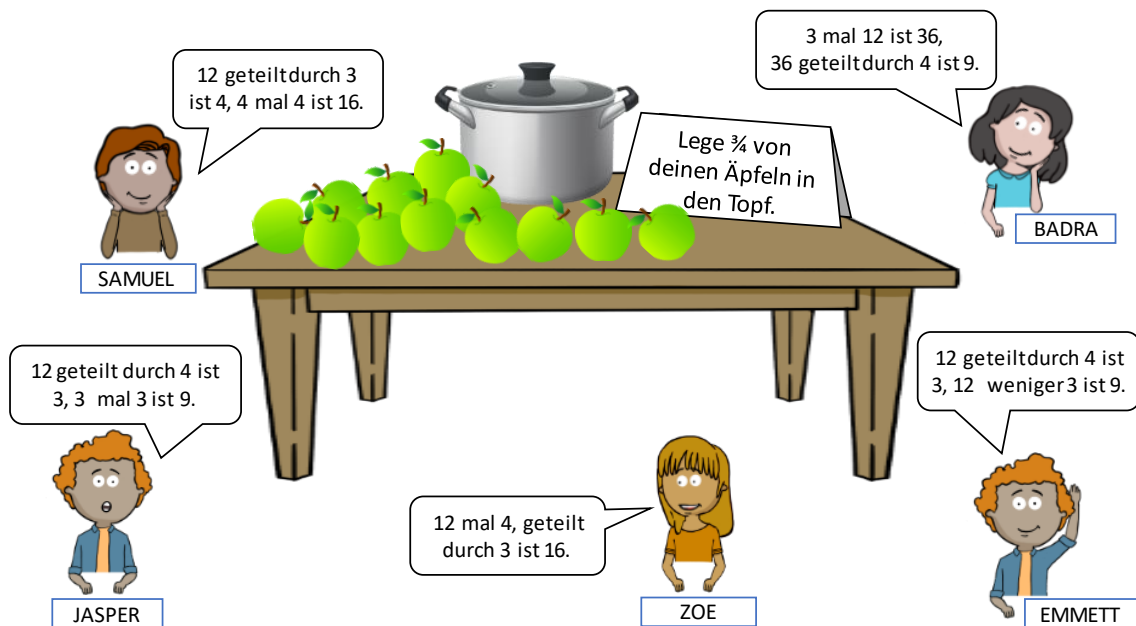
Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets



Vignette – „Äpfel“



Erstellt durch eine Anpassung der Grafiken, der Aufgabe und des Inhalts der Sprechblasen in Dabell et al., 2008: 3_10; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021, 2022.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Diskussionen anregen über Themen

des Mathematikunterrichts in der Grundschule –

Brüche verstehen



Ein Kurskonzept

Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts

in der Grundschule – Brüche verstehen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für
die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Der Kurs umfasst insgesamt 4 Vignetten (Concept Cartoons) zu verschiedenen Aspekten des Mathematikunterrichts in der Grundschule, die sich auf das Thema Brüche beziehen. Ziel ist es, eine Diskussion der Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, speziell über Aspekte, die mit dem Lösen und Bewerten von Aufgaben mit Brüchen zu tun haben. Dabei geht es um die Bedeutung des Bruchs als Teil des Ganzen, um Vergleiche durch Brüche, um Anwendungskontexte zu Brüchen, um diskrete und stetige Modelle von Brüchen und um weitere thematisch verwandte Inhalte (Bezug zum Thema Prozentrechnung). Bei den in den Vignetten dargestellten Aufgaben handelt es sich in allen Fällen um offene Aufgaben: Sie weisen mehrere Lösungsverfahren und mehrere Möglichkeiten der Ergebnisdarstellung auf. Mit Hilfe des Satzes von Vignetten soll professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufgebaut werden, insbesondere:

- Wissen über die Aufgaben (verschiedene Arten der Lösung),
- Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene Lösungsideen),
- Wissen über den Unterricht (Bewertung).

Welche **Theorie** steht da-
hinter?

Problemlösen (Polya), Open-Ended Approach (Nohda), Pedagogical Content Knowledge (Kleickmann et al.), Bruchrechnung (Lamon).

Wie ist der Kurs **strukturiert**?

Einführung

- Struktur der Concept Cartoons
- Leitfragenkatalog

Die Arbeit mit den Vignetten

- schriftliche Einzelarbeit: Für jede der Vignetten beantworten die Teilnehmenden einzeln die Leitfragen
- Zwischenanalyse: [optional] der Kursleiter analysiert die Antworten, um die anschließende Diskussion optimal gestalten zu können
- Gruppendiskussion

Schlussfolgerungen

- Aufgaben mit Brüchen
- Lösen von Aufgaben mit Brüchen
- Bewertung der Lösungen von Lernenden zu Aufgaben mit Brüchen
- Offenheit der Aufgaben

Liste der Impulsfragen:

- Welche Kinder haben Recht?
- Welche sind falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Entscheidungen.)
- Was könnte die Ursache für die Fehler gewesen sein?
- Was würden Sie den Kindern raten, die die Fehler gemacht haben?
- Für wie schwerwiegend halten Sie die Fehler?

Wie sieht das **Kursformat** aus? (Ablauf der Sitzungen, online/offline/hybrid, zeitlicher Umfang, ...)

Dauer: 4 Einheiten á 45 Minuten

1. Einheit: Einführung
2. Einheit: Einzelarbeit an den Vignetten (Vignetten Nr. 1 und 2)
3. Einheit: Diskussion (Vignetten Nr. 1 und 2)
4. Einheit: Einzelarbeit an den Vignetten (Vignetten Nr. 3 und 4)
5. Einheit: Diskussion (Vignetten Nr. 3 und 4)
6. Einheit: Zusammenfassung/Abschluss

Präsenzformat:

Durchführung innerhalb von 2 Wochen (2 Einheiten pro Woche) oder innerhalb von 4 Wochen (eine Einheit pro Woche)

Anpassungen für eine **Online-Durchführung**:

- Einzelarbeit an den Vignetten als vorbereitende Hausaufgabe
- Einführung, Diskussionen und Zusammenfassung/Abschluss als Online-Veranstaltungen



Was ist in den Vignetten **dargestellt** und **in welchem Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Dargestellt sind:

- Unterrichtssituationen
- verschiedene Möglichkeiten, die in den Vignetten enthaltenen Aufgaben zu interpretieren und zu lösen

Format: Comic-Vignetten in Form von Concept Cartoons

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

4 Vignetten:

- Nr. 1 – Äpfel
- Nr. 2 – Süßigkeiten
- Nr. 3 – Flächenvergleich
- Nr. 4 – ermäßigte Pfanne

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

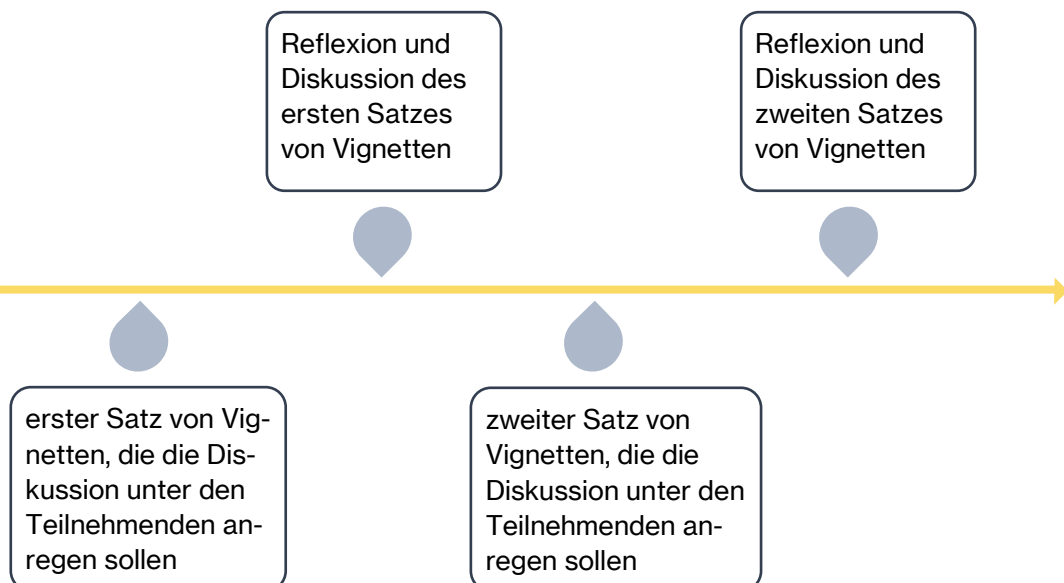
Vignetten Nr. 1, 2, 3: adaptiert ausgehend von Vignetten aus der Literatur;
Vignette Nr. 4: theoriegeleitet konzipiert

Weitere Kommentare/ Vorschläge

Die Analyse der Antworten der Teilnehmenden vor der Gruppendiskussion ist optional, aber sehr zu empfehlen.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses



Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Brüche verstehen



Eine Vignette

Brüche verstehen

„Äpfel“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, als Vignette **Nr. 1** des Kurses „**Brüche verstehen**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie Gruppendiskussion über die Vignette

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht der Grundschule und das Thema Brüche bezieht. Ziel ist es, eine Diskussion der Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit Lösungsprozess und der Bewertung von Aufgaben, die Brüche enthalten. Die Vignette zielt zudem darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (verschiedene Arten der Lösung), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit einem Ergebnis, aber mehreren möglichen Lösungswegen
- drei verschiedene richtige Lösungswege
- zwei verschiedene Fehlvorstellungen von Lernenden

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Anpassung: Dabell et al., 2008: 3_10. Adaptiert wurden: die Anzahl der Äpfel, der Inhalt der Blasen, die Grafik. Grafische Elemente: DIVER; Clipart Library (2021); Freepik (2021).

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Nein; die Vignette wird als Einstiegsaktivität zu Beginn des Kurses verwendet.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), Bruchrechnen (Lamon).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Liste der Leitfragen:

- Welche Antworten sind richtig?
- Welche sind falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Entscheidungen.)
- Was könnte die Ursache für die Fehler gewesen sein?
- Was würden Sie den Kindern raten, die die Fehler gemacht haben?
- Für wie schwerwiegend halten Sie die Fehler?

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

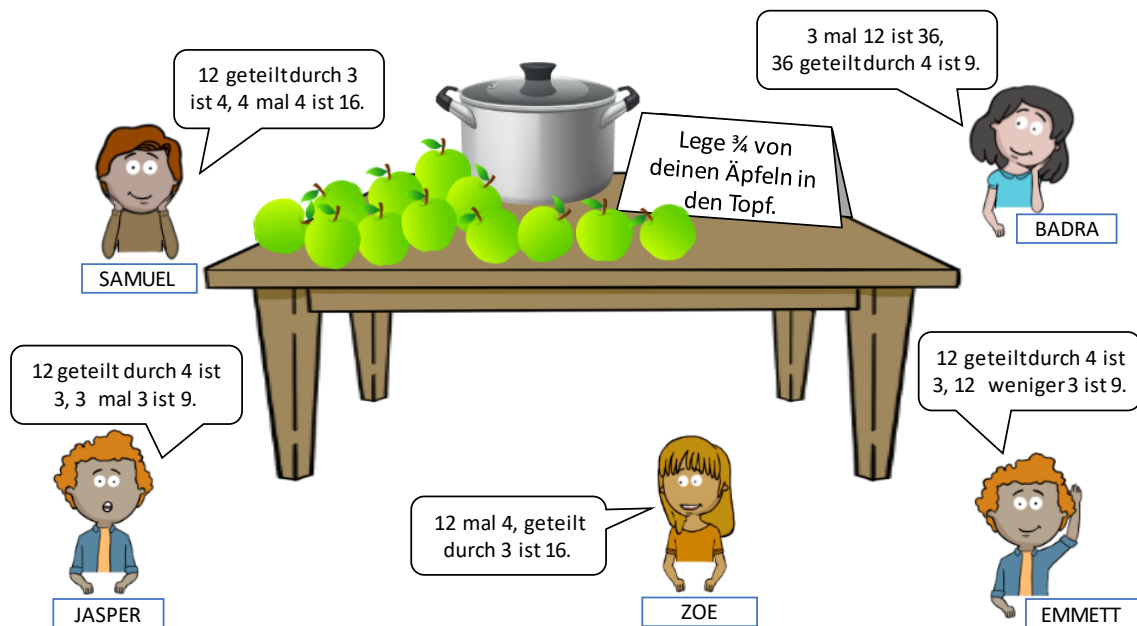
Reflexion und
Diskussion des
ersten Satzes
von Vignetten

Reflexion und
Diskussion des
zweiten Satzes
von Vignetten

erster Satz von Vignetten, die die Diskussion unter den Teilnehmenden anregen sollen

zweiter Satz von Vignetten, die die Diskussion unter den Teilnehmenden anregen sollen

Vignette – “Äpfel”



Erstellt durch eine Anpassung der Grafiken, der Aufgabe und des Inhalts der Sprechblasen in Dabell et al., 2008: 3_10; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021,2022.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). Teaching fractions and ratios for understanding. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Brüche verstehen



Eine Vignette

Brüche verstehen

„Süßigkeiten“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, als Vignette **Nr. 2** des Kurses „**Brüche verstehen**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie Gruppendiskussion über die Vignette

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht der Grundschule und das Thema Brüche bezieht. Ziel ist es, eine Diskussion der angehenden Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und der Bewertung von Aufgaben, die Brüche enthalten. Die Vignette zielt darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (verschiedene Arten ihrer Lösung), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe über einen Bruchteil eines Betrages
- eine Aufgabe mit zwei verschiedenen Formen des richtigen Ergebnisses (Ergebnis als natürliche Zahl, Ergebnis als Bruch)
- zwei verschiedene Fehlvorstellungen von Lernenden (falsche Ergebnisse)

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Adaptierung: Samková & Tichá, 2017: 97. Adaptiert wurden: die Texte und Grafiken. Grafische Elemente: DIVER; Freepick, 2022.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Es sind keine ergänzenden Unterlagen erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), Bruchrechnen (Lamon).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Liste der Leitfragen:

- Welche Antworten sind richtig?
- Welche sind falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Entscheidungen.)
- Was könnte die Ursache für die Fehler gewesen sein?
- Was würden Sie den Kindern raten, die die Fehler gemacht haben?
- Für wie schwerwiegend halten Sie die Fehler?

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

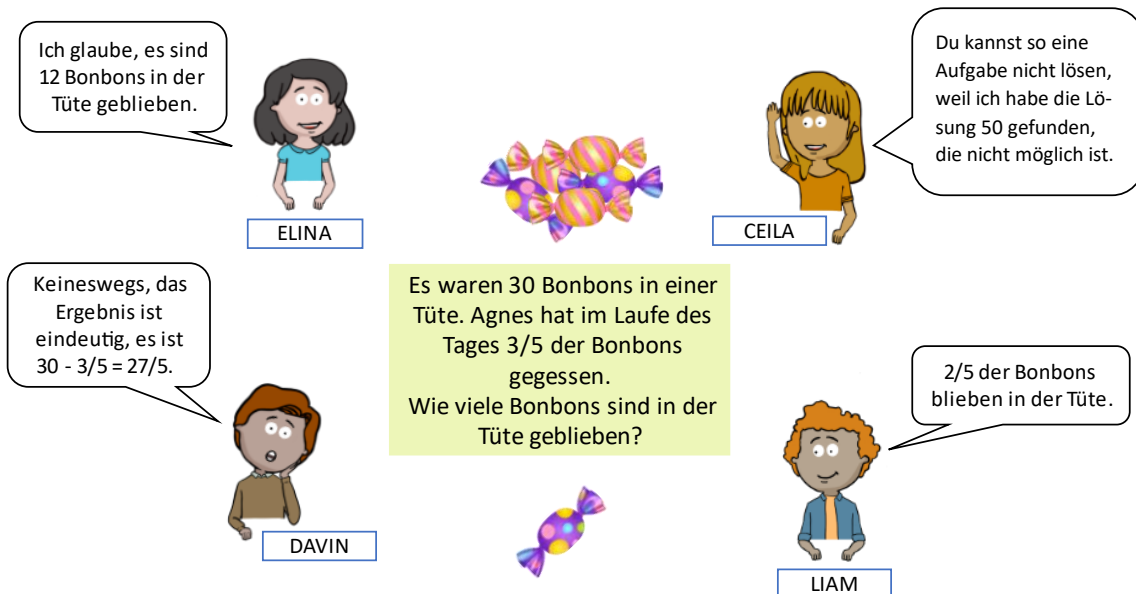
Reflexion und
Diskussion des
ersten Satzes
von Vignetten

Reflexion und
Diskussion des
zweiten Satzes
von Vignetten

erster Satz von Vignetten, die die Diskussion unter den Teilnehmenden anregen sollen

zweiter Satz von Vignetten, die die Diskussion unter den Teilnehmenden anregen sollen

Vignette – „Süßigkeiten“



Erstellt durch eine Adaption der Grafiken und Texte in Samková & Tichá, 2017: 97;
grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2022.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). Sweet candy icon composition. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/sweet-candy-icon-composition_10154691.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Brüche verstehen



Eine Vignette

Brüche verstehen

„Flächenvergleich“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, als Vignette **Nr. 3** des Kurses „**Brüche verstehen**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie Gruppendiskussion über die Vignette

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht der Grundschule und das Thema Brüche bezieht. Ziel ist es, eine Diskussion der angehenden Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, speziell über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und der Bewertung von Aufgaben, die Brüche enthalten. Die Vignette zielt darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (verschiedene Arten ihrer Lösung), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Anwendungssituation auf der Grundlage eines kontinuierlichen Modells
- eine Aufgabe über einen Bruch als Teil des Ganzen und über einen Vergleich, der durch einen Bruch gegeben ist
- eine Aufgabe mit vielen verschiedenen möglichen Aussagen über Vergleiche der beiden dargestellten Segmente
- drei verschiedene richtige Aussagen
- zwei verschiedene falsche Aussagen



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Welche **Theorie** steht dahinter?

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Adaptierung: (Samková & Tichá, 2017: 95). Adaptiert wurden: die Texte, Grafiken. Grafische Elemente: DIVER.

Es sind keine ergänzenden Unterlagen erforderlich.

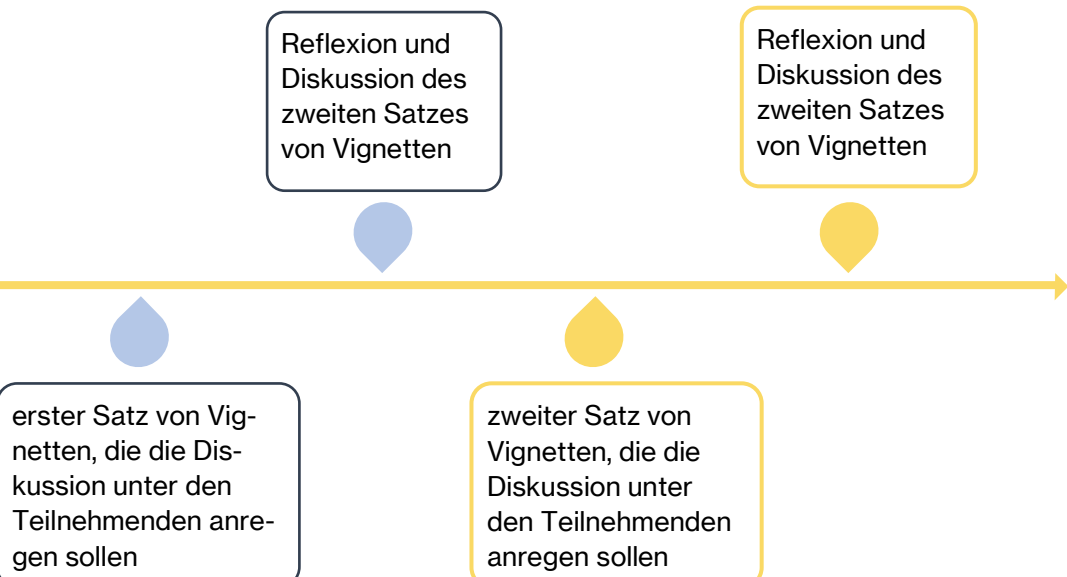
Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), Bruchrechnen (Lamon).

Liste der Leitfragen:

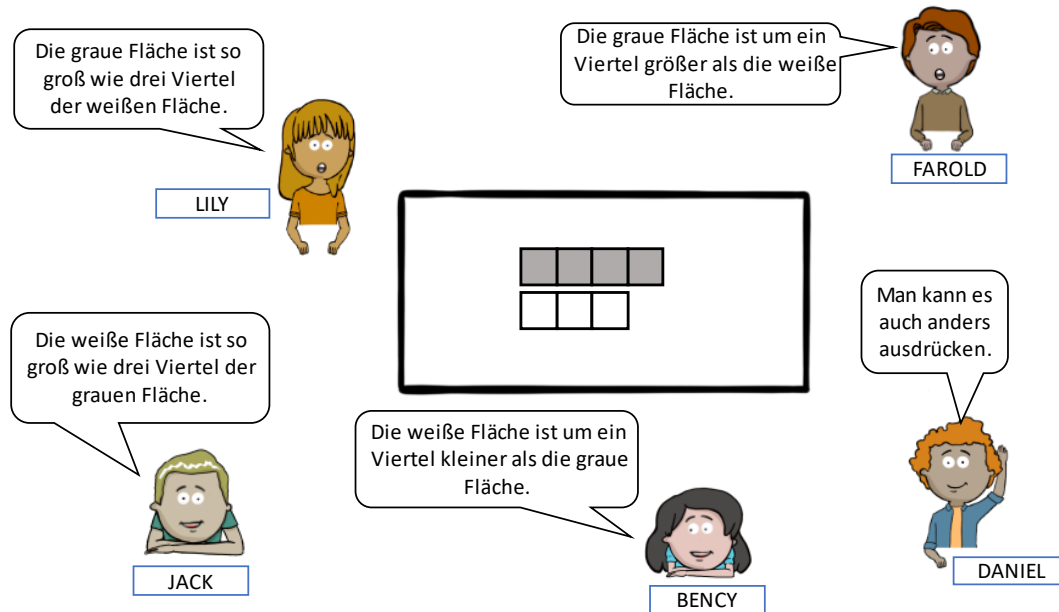
- Welche Antworten sind richtig?
- Welche sind falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Entscheidungen.)
- Was könnte die Ursache für die Fehler gewesen sein?
- Was würden Sie den Kindern raten, die die Fehler gemacht haben?
- Für wie schwerwiegend halten Sie die Fehler?

Position der Vignette

innerhalb des Kurses



Vignette – „Flächenvergleich“



Erstellt durch eine Adaption der Grafiken und Texte in Samková & Tichá, 2017: 95; grafische Elemente: DIVER.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Brüche verstehen



Eine Vignette

Brüche verstehen

„Ermäßigte Pfanne“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, als Vignette **Nr. 4** des Kurses „**Brüche verstehen**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie Gruppendiskussion über die Vignette

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht im Grundschulalter und das Thema Brüche bezieht. Ziel ist es, eine Diskussion der angehenden Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Lösungs- und Bewertungsprozess von Aufgaben, die Brüche enthalten. Die Vignette zielt außerdem darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, nämlich Wissen über Aufgaben (verschiedene Arten ihrer Lösung), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Anwendungssituation aus dem Alltag
- eine Aufgabe zu einem doppelten Rabatt, der durch zwei unterschiedliche Brüche angegeben ist
- eine Aufgabe mit vielen verschiedenen korrekten Darstellungsformen des Ergebnisses und vielen verschiedenen korrekten Lösungsverfahren



- zwei verschiedene Formen des korrekten Ergebnisses (Ergebnis als Bruch, Ergebnis als Prozentsatz), zwei verschiedene korrekte Lösungswege (bezogen auf zwei verschiedene Reihenfolgen der Abschlage), zwei verschiedene Formen der Lösungsdarstellung (Anweisungen, wie man ohne das Endergebnis vorgehen kann, Endergebnis ohne Anweisungen)
- eine verbreitete Fehlvorstellung (falsches Ergebnis)

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette ist theoriegeleitet konzipiert.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Es sind keine ergänzenden Unterlagen erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), Bruchrechnen (Lamon).

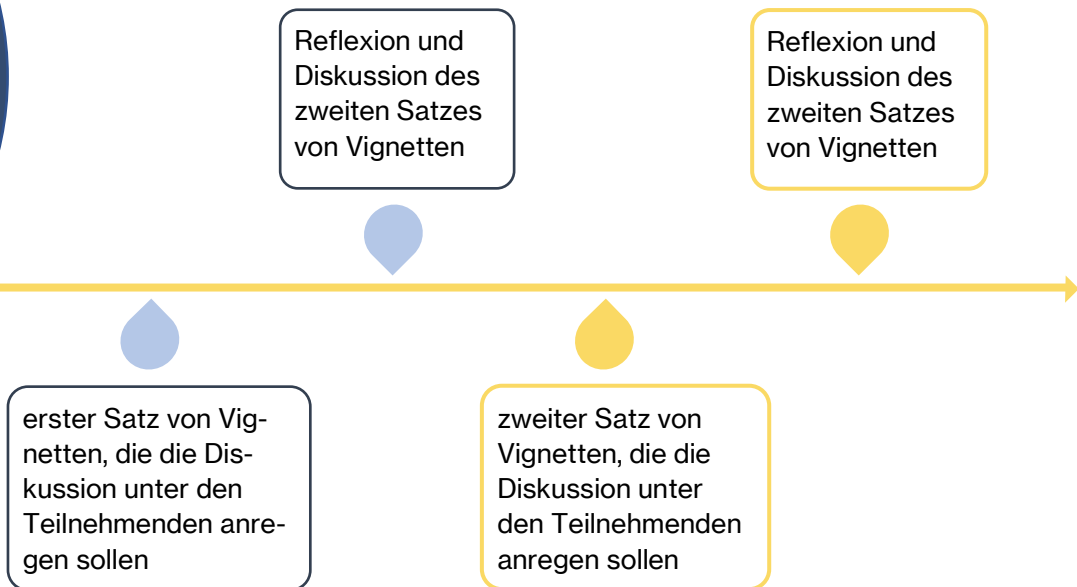
Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Liste der Leitfragen:

- Welche Kinder sind richtig?
- Welche sind falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Entscheidungen.)
- Was könnte die Ursache für die Fehler gewesen sein?
- Was würden Sie den Kindern raten, die die Fehler gemacht haben?
- Für wie schwerwiegend halten Sie die Fehler?

Position der Vignette

innerhalb des Kurses



Vignette – „Ermäßigte Pfanne“

Zuerst muss man die Hälfte abziehen, und dann die Fünftel für die Karte.

Mit unserer Kundenkarte erhalten Sie einen zusätzlichen Rabatt von $\frac{1}{5}$ auf alles.

Man kann es auch anders machen: erst ein Fünftel abziehen, dann die Hälfte.

Dieser Artikel ist um die Hälfte ermäßigt!

Schneller geht es, wenn man $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ subtrahiert, also $\frac{7}{10}$.

Ich ziehe 50% ab, und dann noch einmal 10%, so dass 40% vom ursprünglichen Preis übrig bleiben.

Ich würde $\frac{3}{5}$ abziehen.

KARLA

MAREK

ADAM

DITA

IGNÁC



Literaturangaben

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Verbesserung der Kompetenz, sich professionell

mit dem mathematischen Denken der Schüler

über Brüche auseinanderzusetzen



Ein Kurskonzept

Entwicklung der Kompetenz, sich professionell mit geometrischen

Unterrichtssituationen in der Grundschule auseinanderzusetzen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende im Primarbereich / Sekundarbereich (Klassen 3-6; 8-12jährige Schüler*innen)

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften
zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Das Verständnis von Lernenden interpretieren (unter Nutzung theoretischen Wissens in Form hypothetischer Lerntrajektorien - HLT)
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden

Welche **Theorie** steht
dahinter?

HLT zum Bruchbegriff: Lernziel, Verständnisebene der Lernenden und Aufgabenbeispiele, die den Lernenden helfen, in ihrem Verständnis voranzuschreiten (Battista, 2012)

Wie ist der Kurs
strukturiert?

Dauer: 4 Sitzungen à 2 Stunden (gesamt: 8 Stunden)
Der Kurs besteht aus einem Theorie-Dokument (mit der HLT) und 3 Vignetten.

Wie sieht das **Kursformat**
aus? (Ablauf der Sitzungen,
online/offline/hybrid,
zeitlicher Umfang, ...)

Sitzung 1 (2 Stunden)

Einführung in das Theorie-Dokument (HLT)

Sitzung 2 (2 Stunden)

Vignette 1 zum Identifizieren und Darstellen von Brüchen

Sitzung 3 (2 Stunden)

Vignette 2 zum Bruchvergleich

Sitzung 4 (2 Stunden)

Vignette 3 zum Rekonstruieren des Ganzen und zum Identifizieren von Brüchen

An allen Vignetten wird in Kleingruppen gearbeitet, mit nachfolgender Diskussion mit der ganzen Lerngruppe

Was ist in den Vignetten dargestellt und in welchem Format (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Jede Vignette (Text-/Cartoon-Format) umfasst:

- Eine Klassenraumsituation: Interaktionen zwischen einer Lehrkraft und verschiedenen Schüler*innen, die an einer Aufgabenstellung zu Brüchen arbeiten. Jede*r Lernende/Pair von Lernenden zeigt verschiedene Verständnis-Charakteristika zum Bruchbegriff.
- Leitfragen, um den Fokus der Lehramtsstudierenden auf das Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden zu lenken

Lehramtsstudierende sollten die Information aus dem Theorie-Dokument (mit der HLT zum Bruchbegriff) nutzen, um die Leitfragen zu beantworten.

Ein Freiraum für gemeinsamen Austausch sollte für die Diskussion der Vignetten geschaffen werden: Dieser kann in Präsenz oder online realisiert werden.

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

Ein Set von 3 Vignetten, wie oben eingeführt.

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Das Vignettenset wurde speziell gestaltet, um reichhaltige Diskussionsanlässe zu bieten und das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken von Lernenden zu stimulieren

Gibt es ergänzende Unterlagen für die Teilnehmenden des Kurses?

Ein Theorie-Dokument mit den HLT zum Bruchbegriff, basierend auf der Forschung von Battista (2012)

Literaturangaben

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>



Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

Innerhalb des Kurses

Einführung

zum Theorie-Dokument (HLT
zum Bruchbegriff)

Diskussion zu Vignette 2:

Förderung des Noticing zum
mathematischen Denken der
Lernenden: Bruchvergleich

Diskussion zu Vignette 1:

Förderung des Noticing zum
mathematischen Denken der
Lernenden: Brüche identifizieren
und darstellen

Diskussion zu Vignette 3:

Förderung des Noticing zum
mathematischen Denken der
Lernenden: Rekonstruktion des Ganzen

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten
Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Der Kurs wurde gestaltet von:
Pere Ivars, Ceneida Fernández und **Salvador
Llinares.** Universität Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden

zum mathematischen Denken Lernender:

Brüche identifizieren und darstellen



Eine Vignette

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen

Denken Lernender: Brüche identifizieren und darstellen

„Vignette 1“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende im Primarbereich/Sekundarbereich (Klassen 3-6; 8-12jährige Schüler*innen)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken Lernender bezogen auf Brüche fördern

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Das Verständnis von Lernenden interpretieren (unter Nutzung theoretischen Wissens in Form hypothetischer Lerntrajektorien - HLT)
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden
- Mathematischer Inhalt: Brüche Identifizieren und Darstellen (Teil-Ganzes Bedeutung von Brüchen)

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es **begleitende Fragen**?

Cartoontext/Vignette besteht aus:

- Antworten zu einer Aufgabenstellung zum Identifizieren von (echten) Brüchen von drei Paaren von Lernenden: Jede Antwort zeigt unterschiedliche Ebenen des Verständnisses der Lernenden zum Bruchbegriff.
- Leitfragen zum Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Anknüpfen, Interpretieren und Treffen von Entscheidungen.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Um die Leitfragen zu beantworten, sollten die Lehramtsstudierenden die Information aus dem Theorie-Dokument nutzen, das zum Kurs gehört:

- HLT zum Bruchbegriff) nutzen auf der Basis von Battista (2012)

Weitere Anmerkungen

Die Vignette gibt es auf Spanisch, Englisch, Deutsch und Tschechisch.

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Einführung

zum Theorie-Dokument (HLT zum Bruchbegriff)

Diskussion zu Vignette 2:

Förderung des Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Bruchvergleich

Diskussion zu Vignette 1:

Förderung des Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Brüche identifizieren und darstellen

Diskussion zu Vignette 3:

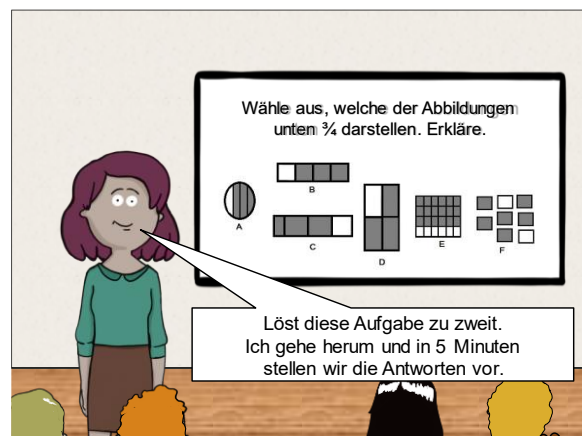
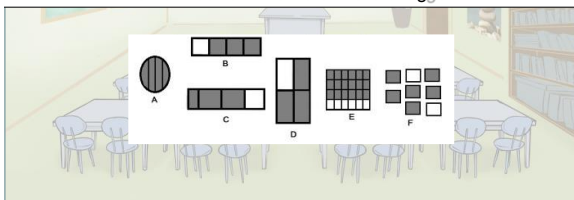
Förderung des Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Rekonstruktion des Ganzen

Vignette 1

Julia ist eine Grundschullehrerin und unterrichtet eine 3. Klasse (8-9 Jahre). Dieses Jahr hat sie 26 Schüler:innen.

In ihren Klassen herrscht Gruppenarbeit vor, und sie versucht die Entwicklung der Ideen ihrer Schüler:innen durch Diskussionen zu unterstützen, in denen die Ideen ausgetauscht werden, die beim Bearbeiten der Aufgaben entstehen.

In der ersten Stunde geht es um das Erkennen von echten Brüchen in einer Auswahl mehrerer Darstellungen.



Was habt ihr als Antwort, Viktor und Leo?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Hmmm, also, wir meinen, A, B, C und D stellen drei Viertel dar.

Leo, stimmst du Viktor zu?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Ja, A, B, C und D sind in 4 Teile geteilt, und 3 sind ausgemalt.

Sind alle einverstanden?

Wir nicht.

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Was meint ihr, Tere und Jona?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Wir glauben, dass B und D drei Viertel sind, weil sie in vier gleiche Teile geteilt sind und drei grau markiert sind. A und C haben 3 Teile von 4 markiert, aber die Teile sind nicht gleich groß...

Und E? Was meint ihr zu E?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

E ist nicht drei Viertel weil es ist in 24 gleiche Teile geteilt und es sind 18 ausgemalt.

Genau, es sind nicht drei Viertel.

Und F?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Das ist kein Bruch. In F, gibt es nur 6 ausgemalte Quadrate.

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Seid ihr einverstanden mit der Antwort von Tere und Jona? Hat jemand eine andere Antwort? Zum Beispiel Anna und Carina, was meint ihr?

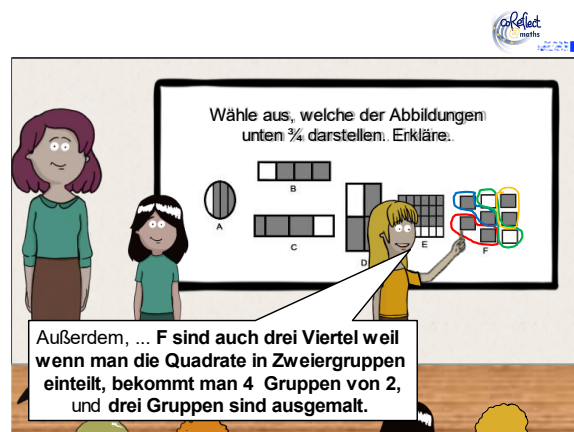
Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Also ... ja. Wir sind mit Tere's und Jona's Antwort einverstanden bei A, B, C, und D, aber wir denken anders über E...



1- Beschreiben Sie die Aufgabe, die gelöst werden soll und betrachten Sie das intendierte Lernziel: was sind die mathematischen Elemente, die die Schüler/innen kennen müssen, um die Aufgabe zu lösen?

2- Beschreiben Sie, wie jedes Schüler:innen:paar die Aufgabe gelöst hat indem Sie überlegen, wie sie die *mathematischen Elemente* genutzt haben und welche Schwierigkeiten sie dabei hatten.



3- Auf welcher Ebene der Lerntrajektorie würden Sie jedes der Paare einordnen? Begründen Sie Ihre Antwort.

4- Bezüglich der Ebene auf der Sie jedes der Paare eingeordnet haben, legen Sie **ein Lernziel fest und schlagen Sie eine Aufgabe vor** (oder modifizieren Sie die ursprünglich von Julia Gestellte) um den Schüler:innen zu helfen in ihrem Bruchzahl -verständnis entsprechend der erwarteten Lerntrajektorie voranschreiten zu können.

Literaturangaben

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Die Vignette wurde gestaltet von: **Pere Ivars, Ceneida Fernández** und **Salvador Llinares.** Universität Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden

zum mathematischen Denken Lernender:

Bruchvergleich



Eine Vignette

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden zum

mathematischen Denken Lernender: Bruchvergleich

„Vignette 2“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende im Primarbereich/Sekundarbereich (Klassen 3-6; 8-12jährige Schüler*innen)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken Lernender bezogen auf Brüche fördern

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Das Verständnis von Lernenden interpretieren (unter Nutzung theoretischen Wissens in Form hypothetischer Lerntrajektorien - HLT)
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden

Mathematischer Inhalt: Bruchvergleich

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es **begleitende Fragen**?

Cartoontext/Vignettenformat:

- Antworten zu einer Aufgabenstellung zum Bruchvergleich von drei Paaren von Lernenden: Jede Antwort zeigt unterschiedliche Ebenen des Verständnisses der Lernenden zum Bruchvergleich.

Leitfragen zum Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Anknüpfen, Interpretieren und Treffen von Entscheidungen

Welche **Theorie** steht dahinter?

Um die Leitfragen zu beantworten, sollten die Lehramtsstudierenden die Information aus dem Theorie-Dokument nutzen, das zum Kurs gehört:

- HLT zum Bruchbegriff) nutzen auf der Basis von Battista (2012)

Weitere Anmerkungen

Die Vignette gibt es auf Spanisch, Englisch, Deutsch und Tschechisch.

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Einführung

zum Theorie-Dokument (HLT zum Bruchbegriff)

Diskussion zu Vignette 2:

Förderung des Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Bruchvergleich


Diskussion zu Vignette 1:

Förderung des Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Brüche identifizieren und darstellen

Diskussion zu Vignette 3:

Förderung des Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Rekonstruktion des Ganzen

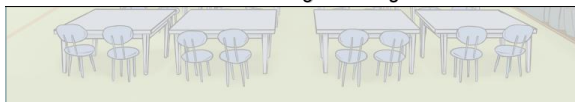
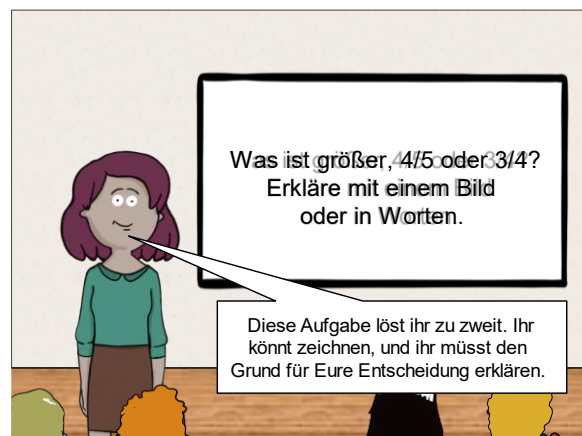
Vignette 2



Julia ist eine Grundschullehrerin und unterrichtet eine 3. Klasse (8-9 Jahre). Dieses Jahr hat sie 26 Schüler:innen.

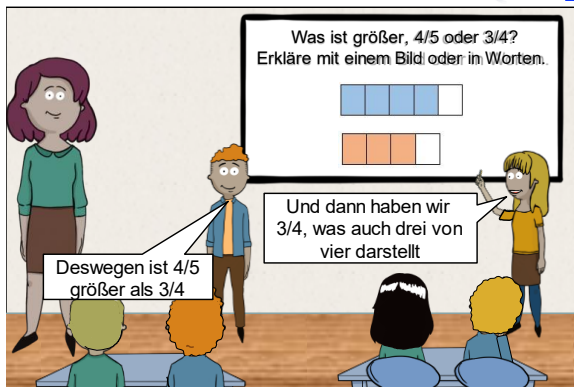
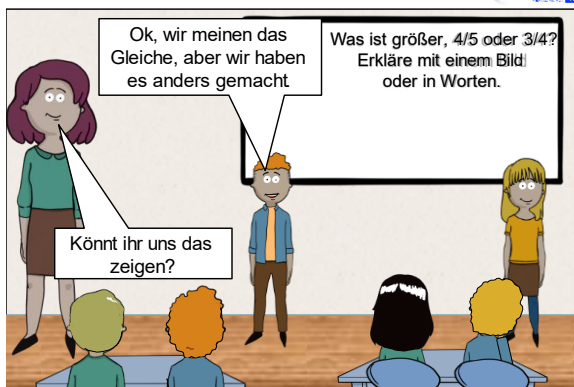
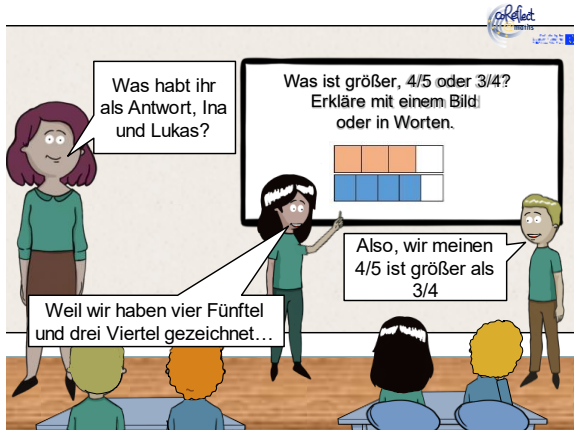
In ihren Klassen herrscht Gruppenarbeit vor, und sie versucht die Entwicklung der Ideen ihrer Schüler:innen durch Diskussionen zu unterstützen, in denen die Ideen ausgetauscht werden, die beim Bearbeiten der Aufgaben entstehen.

In der zweiten Stunde geht es um das Vergleichen von Brüchen. Julia stellt die folgende Aufgabe:

Was ist größer, $\frac{4}{5}$ oder $\frac{3}{4}$?
Erkläre mit einem Bild oder in Worten.

Diese Aufgabe löst ihr zu zweit. Ihr könnt zeichnen, und ihr müsst den Grund für Eure Entscheidung erklären.





1- Beschreiben Sie die Aufgabe, die gelöst werden soll und betrachten Sie das intendierte Lernziel : was sind die mathematischen Elemente, die die Schüler/innen kennen müssen , um die Aufgabe zu lösen ?

2- Beschreiben Sie, wie jedes Schüler:innen:paar die Aufgabe gelöst hat indem Sie überlegen, wie sie die *mathematischen Elemente* genutzt haben und welche Schwierigkeiten sie dabei hatten.

3- Auf welcher Ebene der Lerntrajektorie würden Sie jedes der Paare einordnen ? Begründen Sie Ihre Antwort.

4- Bezüglich der Ebene auf der Sie jedes der Paare eingeordnet haben, legen Sie ein Lernziel fest und schlagen Sie eine Aufgabe vor (oder modifizieren Sie die ursprünglich von Julia Gestellte) um den Schüler:innen zu helfen in ihrem Bruchzahl -verständnis entsprechend der erwarteten Lerntrajektorie voranschreiten zu können.

Literaturangaben

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Die Vignette wurde gestaltet von: **Pere Ivars**, **Ceneida Fernández** und **Salvador Llinares**. Universität Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden

zum mathematischen Denken Lernender:

Das Ganze rekonstruieren



Eine Vignette

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden zum

mathematischen Denken Lernender: Das Ganze rekonstruieren

„Vignette 2“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende im Primarbereich/Sekundarbereich (Klassen 3-6; 8-12jährige Schüler*innen)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken Lernender bezogen auf Brüche fördern

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Das Verständnis von Lernenden interpretieren (unter Nutzung theoretischen Wissens in Form hypothetischer Lerntrajektorien - HLT)
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden

Mathematischer Inhalt: Brüche Identifizieren und Darstellen (Teil-Ganzes-Bedeutung von Brüchen – Nutzung des Teils als eine iterative Einheit zur Rekonstruktion des Ganzen)

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es **begleitende Fragen**?

Cartoontext/Vignettenformat:

- Antworten zu zwei Aufgabenstellungen: eine zum Identifizieren eines Bruchs und die andere zur Rekonstruktion des Ganzen – jeweils von drei Paaren von Lernenden: Jede Antwort zeigt unterschiedliche Ebenen des Verständnisses der Lernenden zum Bruchbegriff.

Leitfragen zum Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Anknüpfen, Interpretieren und Treffen von Entscheidungen

Welche **Theorie** steht da-
hinter?

Um die Leitfragen zu beantworten, sollten die Lehr-
amtsstudierenden die Information aus dem Theorie-
Dokument nutzen, das zum Kurs gehört:

- HLT zum Bruchbegriff) nutzen auf der Basis
von Battista (2012)

Weitere **Anmerkungen**

Die Vignette gibt es auf Spanisch, Englisch, Deutsch
und Tschechisch.

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Einführung
zum Theorie-Dokument (HLT
zum Bruchbegriff)

Diskussion zu Vignette 2:
Förderung des Noticing zum
mathematischen Denken der
Lernenden: Bruchvergleich

Diskussion zu Vignette 1:
Förderung des Noticing zum mathe-
matischen Denken der Lernenden:
Brüche identifizieren und darstellen

Diskussion zu Vignette 3:
Förderung des Noticing zum mathe-
matischen Denken der Lernenden: Rekon-
struktion des Ganzen


Vignette 3 folgt auf der nächsten Seite.

Vignette 3

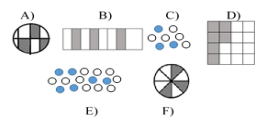
Julia ist eine Grundschullehrerin und unterrichtet eine 3. Klasse (8-9 Jahre). Dieses Jahr hat sie 26 Schüler:innen.

In der dritten Stunde geht es um das Erkennen von echten Brüchen und das Rekonstruieren des Ganzen.

Nach zwei Stunden in Gruppenarbeit, will Julia das individuelle Wissen, das ihre Schüler:innen aufgebaut haben, erheben. Sie stellt also zwei Aufgaben, die in Einzelarbeit gelöst werden sollen. Die erste Aufgabe ist die folgende:



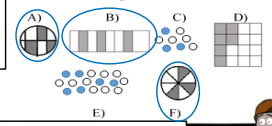
Welche Abbildungen stellen $\frac{3}{8}$ dar??



Diese Aufgabe löst ihr allein. Denkt daran, dass ihr eure Auswahl begründen sollt.

David, würdest du deine Antwort den anderen erklären?

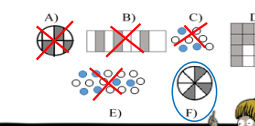
Welche Abbildungen stellen $\frac{3}{8}$ dar??



Klar, natürlich! Die Zeichnungen, die $\frac{3}{8}$ darstellen, sind A, B und F, weil da drei von 8 Teilen ausgemalt sind.

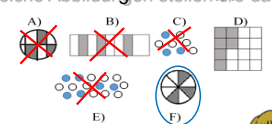
Hmmm... Was meint ihr? Hat jemand eine andere Antwort? Zum Beispiel Alicia?

Welche Abbildungen stellen $\frac{3}{8}$ dar??



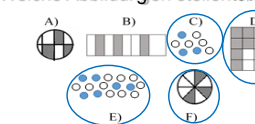
Ja, ich habe es anders gelöst. Ich finde, nur F stellt $\frac{3}{8}$ dar, weil A und B nicht $\frac{3}{8}$ darstellen, denn die Teile sind nicht gleich groß. In C gibt es 3 ausgemalte Punkte, und in E gibt es 6 ausgemalte Punkte. Und dann, D stellt $\frac{6}{16}$ dar.

Welche Abbildungen stellen $\frac{3}{8}$ dar??



Ok! Danke für deine Präsentation Alicia. Hat es jemand noch anders gelöst? Was denkst du, Jens?


Welche Abbildungen stellen $\frac{3}{8}$ dar??



Naja, ich glaube dass A und B keine gleich großen Teile haben und nicht $\frac{3}{8}$ darstellen. Aber C, D, E und F stellen $\frac{3}{8}$ dar.

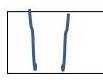
Ok! Danke an alle für eure Antworten.

Dieses Bild stellt $\frac{5}{3}$ vom Ganzen dar. Stelle das Ganze dar.



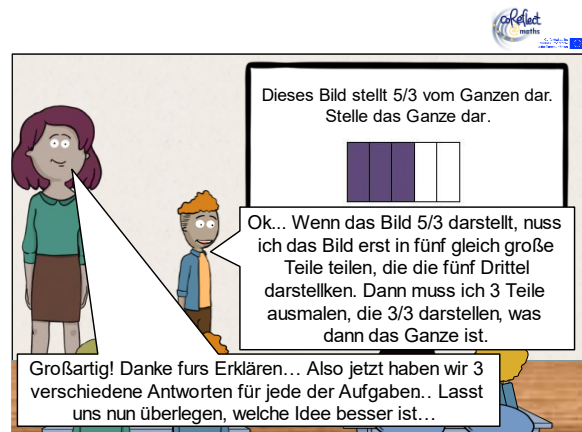
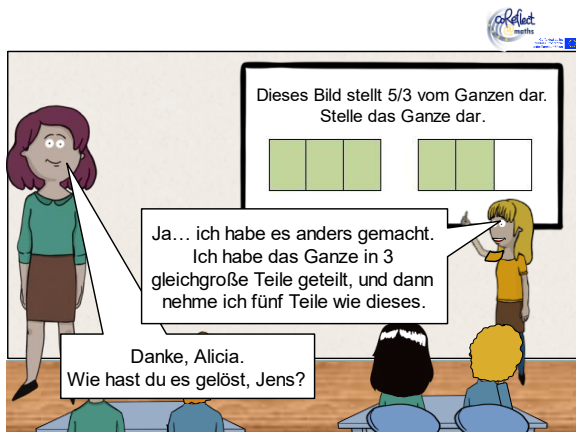
Jetzt habe ich eine andere Aufgabe für Euch zum Alleine-Lösen. Wie immer denkt an eine Erklärung für Eure Antwort.

Dieses Bild stellt $\frac{5}{3}$ vom Ganzen dar. Stelle das Ganze dar.



Ja natürlich! Eins, zwei und drei. Es sind 3 Teile.

Ok... David, danke fürs Präsentieren. Schauen wir mal, wie Alicia die Aufgabe gelöst hat. Zeigst du uns das, Alicia?



1- Beschreiben Sie die Aufgabe, die gelöst werden soll und betrachten Sie das intendierte Lernziel : was sind die mathematischen Elemente, die die Schüler/innen kennen müssen , um die Aufgabe zu lösen ?

2- Beschreiben Sie, wie jedes Schüler :innen:paar die Aufgabe gelöst hat indem Sie überlegen, wie sie die *mathematischen Elemente* genutzt haben und welche Schwierigkeiten sie dabei hatten.

3- Auf welcher Ebene der Lerntrajektorie würden Sie jedes der Paare einordnen ? Begründen Sie Ihre Antwort.

4- Bezüglich der Ebene auf der Sie jedes der Paare eingeordnet haben, legen Sie ein Lernziel fest und schlagen Sie eine Aufgabe vor (oder modifizieren Sie die ursprünglich von Julia Gestellte) um den Schüler:innen zu helfen in ihrem Bruchzahl -verständnis entsprechend der erwarteten Lerntrajektorie voranschreiten zu können.

Literaturangaben

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Die Vignette wurde gestaltet von: **Pere Ivars, Ceneida Fernández** und **Salvador Llinares.** Universität Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum

mathematischen Denken von Lernenden bezogen auf

den Grenzwert einer Funktion an einer Stelle fördern



Ein Kurskonzept

Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken von

Lernenden bezogen auf den Grenzwert einer Funktion an einer Stelle fördern

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende im Sekundarbereich (Klasse 11;
16-17jährige Schüler*innen)

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften
zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Mathematische Elemente und Darstellungsformen zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) in verschiedenen Schulbuchaufgaben identifizieren können
- Antworten von Schüler*innen auf verschiedenen Verständnisebenen antizipieren können
- Das Verständnis von Lernenden interpretieren
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Mathematische Elemente und Darstellungsformen zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) (dynamische Grenzwert-Vorstellung) (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls, & Llinares, 2012).

Hypothetische Lerntrajektorie (HLT) zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) (Pons, 2014).

Wie ist der Kurs
strukturiert?

Dauer: 5 Sitzungen à 2 Stunden (insgesamt 10 Stunden)

Der Kurs besteht aus zwei Theorie-Dokumenten: ein Theorie-Dokument mit Information bezüglich der mathematischen Elemente und Darstellungsarten die beim Grenzwertbegriff einer Funktion an einer Stelle eine Rolle spielen (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls, & Llinares, 2012) und ein Theorie-Dokument mit Information zu hypothetischen Lerntrajektorien zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle (verschiedene Verständnisebenen der Lernenden zu diesem Begriff).

Hinzu treten 4 Vignetten:

eine Vignette, bei der Lehramtsstudierende verschiedene Schulbuchaufgaben analysieren, eine Vignette zum Antizipieren von Schülerantworten zu verschiedenen begrifflichen Verständnisebenen, und zwei Vignetten, bei denen Lehramtsstudierende verschiedene Schülerantworten und deren Verständnis analysieren und nachfolgende Vorgehensweisen vorschlagen sollen, um das begriffliche Weiterlernen zu fördern.

Wie sieht das **Kursformat** aus? (Ablauf der Sitzungen, online/offline/hybrid, zeitlicher Umfang, ...)

Sitzung 1 (2 Stunden)

Vignette 1 besteht aus drei Aufgaben (aus Schulbüchern) zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle). Die Lehramtsstudierenden sollen diese Aufgaben lösen und die mathematischen Elemente des Begriffs identifizieren, wie auch die vorkommenden Darstellungsformen. Hierzu können sie das Theorie-Dokument mit Information über die mathematischen Elemente im Zusammenhang mit dem Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) und verschiedenen Darstellungsformen nutzen.

Sitzung 2 (2 Stunden)

Vignette 2 besteht aus den gleichen drei Aufgaben wie in Vignette 1, aber nun konzentrieren sich die Fragen an die Lehramtsstudierenden auf das Antizipieren von Schülerantworten, um mögliche Verständnisebenen zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) zu analysieren. Hierzu können sie das gleiche Theorie-Dokument nutzen wie in Vignette 1.

Sitzung 3 und 4 (4 Stunden)

Vignette 3 besteht aus drei Antworten von Schüler*innen der Sekundarstufe zu drei Aufgaben zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle). Die Lehramtsstudierenden sollen das Verständnis der Lernenden beschreiben und über das weitere Vorgehen im Unterricht entscheiden, so dass die Lernenden begrifflich zum Weiterlernen angeregt werden. Hierzu können sie ein Theorie-Dokument zu einer hypothetischen Lerntrajektorie zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) nutzen (verschiedene Verständnisebenen zum Grenzwertbegriff).

Sitzung 5 (2 Stunden)

Vignette 4 (Vignette zur Leistungsmessung) besteht aus drei Antworten von Schüler*innen der Sekundarstufe zu sechs Aufgaben zum

Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle). Die Lehramtsstudierenden sollen das Verständnis der Lernenden beschreiben und über das weitere Vorgehen im Unterricht entscheiden, so dass die Lernenden begrifflich zum Weiterlernen angeregt werden. Hierzu können sie das gleiche Theorie-Dokument nutzen wie in Vignette 3.

Jede Vignette wird in Kleingruppen bearbeitet und nachfolgend in der großen Gruppe diskutiert, bis auf Vignette 4, an der in Einzelarbeit gearbeitet werden soll (Vignette zur Leistungsmessung).

Was ist in den Vignetten **dargestellt** und **in welchem Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Jede Vignette (Text/Cartoon-Format) umfasst:

- Schulbuchseiten /eine Unterrichtssituation zu Aufgaben, die eine Vignettenlehrkraft gestellt hat und verschiedene Antworten von Lernenden zu den Aufgaben. Jede*r Lernende zeigt unterschiedliche Verständnismerkmale zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle).
- Leitfragen, um die Aufmerksamkeit der Lehramtsstudierenden auf die gegebene Situation zu lenken: mathematische Elemente in den Aufgaben identifizieren, Antizipieren von Schülerantworten, Analysieren dieser Antworten, um das Verständnis der Lernenden zu beschreiben und Vorschlägen von Fördermaßnahmen zum begrifflichen Weiterlernen.

Die Lehramtsstudierenden sollen hierbei die Information aus den beiden Theorie-Dokumenten anwenden.

Genug Raum sollte dem Austausch und der Diskussion zu den Vignetten gegeben werden, ob in Präsenz oder online.

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

Ein Set aus 4 Vignetten wie oben beschrieben.

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Das Vignettenset wurde auf der Basis authentischer Antworten von Lernenden gestaltet bzw. angepasst, und es wurde so umgesetzt, dass sich reichhaltige Diskussionsanlässe ergeben und das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken von Lernenden stimuliert werden soll.



Gibt es ergänzende
Unterlagen für die
Teilnehmenden des
Kurses?

Zwei Theorie-Dokumente:

(i) ein Theorie-Dokument mit Information bezüglich der mathematischen Elemente und Darstellungsarten die beim Grenzwertbegriff einer Funktion an einer Stelle eine Rolle spielen (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls, & Llinares, 2012)

(ii) ein Theorie-Dokument mit Information zu hypothetischen Lerntrajektorien zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle (verschiedene Verständnisebenen der Lernenden zu diesem Begriff) (Pons, 2014).

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

Innerhalb des Kurses

Vignette 2

Antworten von Lernenden zu verschiedenen Aufgaben zum Grenzwert einer Funktion an einer Stelle antizipieren, die verschiedene Verständnisebenen aufzeigen

Vignette 4

(Leistungsmessung)

Das Verständnis von Lernenden untersuchen und entscheiden, wie im weiteren Unterricht begriffliche Lernfortschritte unterstützt werden können

Vignette 1

Aufgaben zum Grenzwert einer Funktion an einem Punkt lösen und die damit zusammenhängenden mathematischen Elemente und Darstellungsformen identifizieren

Vignette 3

Das Verständnis der Lernenden untersuchen und entscheiden, wie die Unterrichtssituation fortgesetzt werden kann, um das begriffliche Weiterlernen zu unterstützen



Literaturangaben

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 167–192.

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Doctoral Dissertation Thesis. University of Alicante. Spain.

Pons, J., Valls, J., & Llinares, S. (2012). La comprensión de la aproximación a un número en el acceso al significado de límite de una función en un punto. In A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García, & L. Ordóñez (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 435–445). Jaén: SEIEM.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten
Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Ceneida Fernández. Universität Alicante
(Spanien); ceneida.fernandez@ua.es

Der Kurs wurde gestaltet von:

Ceneida Fernández M. Mar Moreno und **Julia Valls**
Universität Alicante (Spanien)

Gloria Sánchez-Matamoros
Universität Sevilla (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Interpretieren des Verständnisses von

Lernenden und zu darauf aufbauenden

unterrichtsbezogenen Entscheidungen



Eine Vignette

Interpretieren des Verständnisses von Lernenden und zu

darauf aufbauenden unterrichtsbezogenen Entscheidungen

„Vignette 3“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende im Sekundarbereich (Klasse 11; 16-17jährige Schüler*innen)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Sie gehört zum Kurs:
Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken von Lernenden bezogen auf den Grenzwert einer Funktion an einer Stelle fördern

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Das Verständnis von Lernenden interpretieren
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Cartoontext/Vignette besteht aus:

- Antworten zu drei Aufgabenstellung zum Grenzwert von drei Lernenden: Jede Antwort zeigt unterschiedliche Ebenen des Verständnisses der Lernenden zum Bruchbegriff.
- Leitfragen, um das mathematischen Denken der Lernenden in den Mittelpunkt zu rücken: Anknüpfen, Interpretieren und Treffen von Entscheidungen.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Um die Leitfragen zu beantworten, sollten die Lehramtsstudierenden die Information aus dem Theorie-Dokument nutzen, das Teil des Kurses ist:

- HLT (Verständnisebenen) zum Grenzwert (einer Funktion an einer Stelle) basierend auf Pons (2014).

Weitere **Anmerkungen**

Die Vignette ist in Spanisch, Englisch, Deutsch und Tschechisch verfügbar.



Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Vignette 2

Antworten von Lernenden zu verschiedenen Aufgaben zum Grenzwert einer Funktion an einer Stelle antizipieren, die verschiedene Verständnisebenen aufzeigen

Vignette 4 (Leistungsmessung)

Das Verständnis von Lernenden untersuchen und entscheiden, wie im weiteren Unterricht begriffliche Lernfortschritte unterstützt werden können


Vignette 1

Aufgaben zum Grenzwert einer Funktion an einem Punkt lösen und die damit zusammenhängenden mathematischen Elemente und Darstellungsformen identifizieren

Vignette 3

Das Verständnis der Lernenden untersuchen und entscheiden, wie die Unterrichtssituation fortgesetzt werden kann, um das begriffliche Weiterlernen zu unterstützen

Vignette 1

<p style="text-align: right;"></p> <p style="text-align: center;">Vignette 3: Interpretieren des Verständnisses von Lernenden und unterrichtsbezogene Entscheidungen</p>	<p>Kontext: Carlo ist ein Gymnasiallehrer. Als Übung hat er die folgenden drei Aufgaben zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) gestellt. Gezeigt werden drei Lösungen von Lernenden.</p>
--	--

Die Übung heute besteht darin, dass ihr die folgenden drei Aufgaben selbständig löst.

Problem 1
Consider the function:

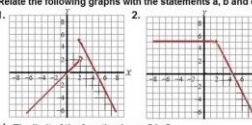
$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$
 Calculate the limit of $f(x)$ when
 a) x approaches 1
 b) x approaches 2

Problem 2
Consider the next tables:

x_i	0,8	0,9	0,99	...	1
$f(x_i)$	1,64	1,81	1,9201	...	2

x_i	0	0,9	0,99	...	1
$g(x_i)$	0	-0,99	-0,9999	...	-2

 a) What is the value to which
 1. x_i and x_i are approaching from 1
 2. The images of $f(x_i)$ are approach
 3. The images of $g(x_i)$ are approach
 b) What is the value to which
 1. The images of $f(x_i)$ are approach
 2. The images of $g(x_i)$ are approach

Problem 3
Relate the following graphs with the statements a, b and c.

 a) The limit of the function in $x=2$ is 2
 b) The limit of the function in $x=2$ is 5
 c) There is not limit of the function in $x=2$

Sarah's Lösung zu Aufgabe 1

a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x+1 = 3$
 b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} 4 = 4$

Sarah's Lösung zu Aufgabe 2

a) 1. X_1 nähert sich von links a 0 an
 X_2 nähert sich von rechts a 0 an
 2. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x_2) = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x_2) = 2$
 3. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x_2) = 2$
 b) 1. $x_2 = 0$ $f(x_2) = 0$
 $x_2 = 1$ $f(x_2) = 2$
 2. $x_2 = 0$ $f(x_2) = 0$ $x_2 = 1$ $f(x_2) = 2$
 Fallen zusammen

Sarah's Lösung zu Aufgabe 3

3
 a) Graph 3. Der Grenzwert der Funktion an $x=2$ ist rechts und von links 2 ist.
 b) Graph 2. Der Grenzwert der Funktion an $x=2$ ist 5 weil der Grenzwert der Funktion an $x=2$ von links und von rechts 5 ist.
 c) Graph 1. Der Grenzwert an $x=2$ existiert nicht rechts 5 ist.

Luis' Lösung zu Aufgabe 1

1
 a) Der Grenzwert existiert nicht, weil
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

Luis' Lösung zu Aufgabe 2

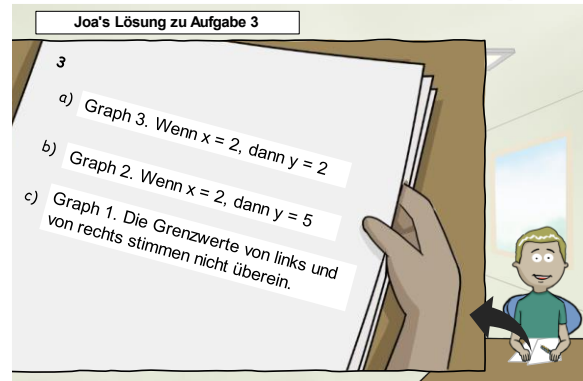
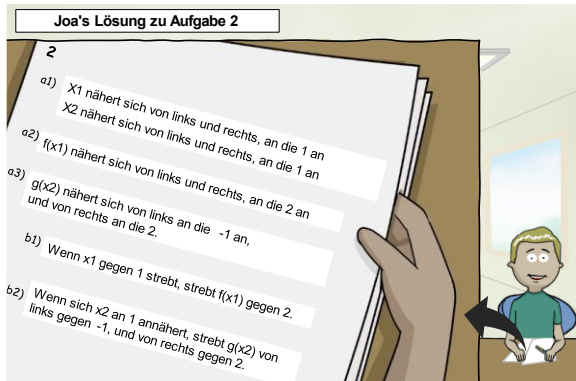
2
 1. Wenn x_1 sich der 1 nähert, streben die Bilder gegen 2. die Beziehung ist dass $f(x_1)$ das Doppelte von x_1 ist.
 2. Im Positiven ist es gleich $f(x_1)$ aber im Negativen ändert sich das Vorzeichen. Wenn x_2 sich der 1 nähert, strebt $g(x_2)$ gegen -1 .

Luis' Lösung zu Aufgabe 3

3
 a) Graph 3, weil er sich an die gleiche Zahl von beiden Seiten aus annähert.
 b) Graph 2, weil er sich an die gleiche Zahl von beiden Seiten aus annähert.
 c) Graph 1, weil der Grenzwert nicht existiert. Der Grenzwert von links und von rechts ist verschieden.

Joa's Lösung zu Aufgabe 1

1
 a) 3. Wir müssen 1 in $f(x) = 2x+1$ substituieren, weil $x \leq 1$
 b) 4. Wir müssen 2 in $f(x) = 4$ substituieren, weil $1 < x \leq 2$



Fragen

1. Beschreiben Sie für jede der Aufgaben die mathematischen Elemente des Grenzwertbegriffs (einer Funktion an einer Stelle), die jede*r Schüler*in (Sarah/Luis/Joa) bei der Lösung genutzt hat und überlegen Sie, ob die Lernenden Schwierigkeiten hatten.
2. Auf der Basis der Beschreibungen, wie jede*r Schüler*in die drei Aufgaben gelöst hat, kann man bestimmte Merkmale identifizieren, welche Vorstellungen jede*r Lernende zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) hat? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der verwendeten mathematischen Elemente und Darstellungsformen.
3. Bezogen auf das Verständnis vom Grenzwert einer Funktion an einer Stelle, die in den Lösungen zu den drei Aufgaben bei den Schüler*innen deutlich wird: Überlegen Sie Folge-Aktivitäten zur Weiterentwicklung des Grenzwertverständnisses der Lernenden. Begründen Sie Ihre Antwort.

Literaturangaben

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Doctoral Dissertation Thesis. University of Alicante. Spain.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Ceneida Fernández. Universität Alicante (Spanien); ceneida.fernandez@ua.es

Der Kurs wurde gestaltet von:

Ceneida Fernández M. Mar Moreno und **Julia Valls**, Universität Alicante (Spanien), **Gloria Sánchez-Matamoras**, Universität Sevilla (Spanien)



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Entwicklung der Kompetenz, sich professionell

mit geometrischen Unterrichtssituationen

in der Grundschule auseinanderzusetzen



Ein Kurskonzept

Entwicklung der Kompetenz, sich professionell mit geometrischen

Unterrichtssituationen in der Grundschule auseinanderzusetzen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende im Sekundarbereich (Klassen
5-12/13), mit spezifischem Fokus auf das Gymnasium

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Entwickeln der Kompetenz, Geometrieunterrichts-
situationen professionell zu betrachten, mit dem
Schwerpunkt auf:

- das geometrische Denken der Lernenden wahrnehmen, interpretieren, passende Handlungsentscheidungen treffen)
- Analyse von Lernmaterialien und Schulbuchaufgaben; einschließlich: interaktive / digitale Lernangebote
- Analyse von Lehrer-Schüler-Interaktionen (mit Fokus auf sprachliche Aspekte bzw. Unterrichtsdiskurs)
- Design von Aufgaben und Lernmaterialien (Unterrichtsplanung) zur Entwicklung des geometrischen Denkens der Lernenden

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Wie ist der Kurs
strukturiert?

Dauer:
5 Sitzungen à 2 Stunden (insgesamt 10 Stunden)

Struktur:

- Einführung in die Theorie zum geometrischen Denken von Grundschulkindern (Entwicklungsstufen); Aufgabentypen
- Vignetten werden zur Illustration der Theorie eingesetzt.
- In jeder Sitzung: Analyse einer Vignette (Kleingruppenarbeit) mit den Schwerpunkten: Analyse von Schülerantworten bzw.

Schülerlösungen zu verschiedenen Geometrieaufgaben; Analyse von Geometrieaufgaben in Schulbüchern; Antizipieren von Schülerantworten; Analyse der Dialoge und Interaktionen in der jeweils dargestellten U-Situation

Die Teilnehmenden sammeln die Bearbeitungen / Analyseergebnisse ihrer Kommiliton:innen und geben Feedback; anschließend Austausch in der Gesamtgruppe

In welchem **Format** liegen die Vignetten vor (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)? Gibt es **begleitende Aufgabenstellungen / Prompts**?

Vignettenformat: Text und/oder Cartoon; auch das Format Video ist möglich; Aufbau der Vignetten:

- **Beschreibung des Kontexts**
- **Darstellung einer U-Situation.** Beispiel:
 - Verschiedene Schülerantworten zu einer Aufgabe
 - Lehrer-Schüler-Interaktion während einer Aufgabenbearbeitung
 - Gespräch zwischen mehreren Lehramtsstudierenden
 - Beispielhafte Schulbuchaufgaben
- **Leitfragen bzw. Prompts**, um das Noticing der Teilnehmenden auf das geometrische Denken (der SuS) zu fokussieren

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses? Was stellen diese dar?

5 Vignetten, die in Kleingruppen bearbeitet werden (eine Vignette pro Sitzung):

Vignette 1:

Geometrisches Denken der Lernenden mit dem Fokus auf Eigenschaften von geometrischen Figuren (Ziel: wahrnehmen, interpretieren und Handlungsentscheidung treffen)

Vignette 2:

Schulbuchseiten und interaktive Lernmaterialien analysieren (Merkmale wahrnehmen, interpretieren, ggf. umgestalten) (hier nicht abgebildet)

Vignette 3A+3B:

Antizipieren von Schülerantworten (zu Verbindungen zwischen 2D/3D-Figuren); Ziel: Unterrichtsentwurf / Stundenplanung

Vignette 4:

Interaktion im Klassenzimmer bzw. Unterrichtsdiskurs; Sprache der Lehrkraft (wahrnehmen, interpretieren, Handlungsentscheidung treffen)



Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignetten basieren auf realen Unterrichtssituationen und wurden für den Einsatz im Rahmen der Lehrveranstaltung adaptiert, um die Reflexion und den Austausch zwischen den Teilnehmenden zu fördern und somit die Entwicklung von Teacher Noticing zum geometrischen Denken von Grundschulkindern aufzubauen.

Wie wird der Kurs durchgeführt?

Die Materialien können in den Formaten Online, Präsenz oder Hybrid eingesetzt werden.

Gibt es ergänzende Unterlagen für die Teilnehmenden des Kurses?

Ein Text zur Entwicklung des geometrischen Denkens mit Beispielaktivitäten ist Bestandteil des Kurses und wird als theoretische Grundlage genutzt (Battista, 2012; s. unten).

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

Innerhalb des Kurses

Theoretische Grundlagen zur Entwicklung des geometrischen Denkens; illustriert in Vignetten

Vignette 2:
Auszüge aus Schulbüchern einschließlich digitaler/interaktiver Materialien

Vignette 4:
Klassenzimmerinteraktionen; Dialoge

Vignette 1:
Geometrisches Denken von Lernenden (Eigenschaften von 2D/3D-Figuren)

Vignette 3A – 3B:
Schülerantworten antizipieren (Zusammenhänge zwischen 2D/3D Figuren)

Literaturangaben

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Battista, M. (2007) The development of Geometric and Spatial Thinking. In F. Lester (Ed.) Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 843–869). NCTM-IAP.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. Education Studies in Mathematics, 106, 251-270.

Bernabeu, M. & Llinares, S. (2017). How do six to nine years-old children understand geometrical shapes. Educación Matemática, 29(2), 9–35.

Bernabeu, M., Llinares, S., & Moreno, M. (2021). Levels of Sophistication in elementary Students' understanding of Polygon concept and Polygons Classess. Mathematics, 9, 1966. <https://doi.org/10.3390/math9161966>

Clements, D. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. Lester (ed.) Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning; (p. 461-455). Information Age Publishing.

Duval, R. (2017). Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations. Springer.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. Journal of Mathematical Behavior, 31, 60–72.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In Nesher & Kilpatrick (Eds.), Mathematics and cognition (pp. 70-95). Cambridge University Press.

Levenson, S., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2011). Preschool Geometry. Theory, Research and Practical Perspectives; Sense Publishers.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten
Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante
(Spanien) melania.bernabeu@ua.es

Das Kurskonzept wurde entwickelt von:
**Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador
Llinares,** University of Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erkennen von und Argumentieren

mit Eigenschaften von 2D-Figuren



Eine Vignette

Erkennen von und Argumentieren

mit Eigenschaften von 2D-Figuren

„Vignette 1“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe und Sekundarstufe 1 (Klassen 1-6)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Entwicklung der Kompetenz, sich professionell mit geometrischen Unterrichtssituationen in der Grundschule auseinanderzusetzen

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Aufbau von Teacher Noticing zum geometrischen Denken von Primarschüler:innen:

- Analyse wie Grundschulkindern Eigenschaften von 2D/3D-Figuren erkennen und diese zum Argumentieren nutzen
- Den Lernprozess und das Verständnis der SuS wahrnehmen und interpretieren (auf Grundlage theoretischen Wissens zur Entwicklung des geometrischen Denkens von Lernenden)
- Handlungsentscheidungen treffen auf Grundlage des festgestellten Schülerverständnisses

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es **begleitende Fragen**?

Die Vignette zeigt Bearbeitungen / Lösungen geometrischer Aufgaben von Grundschulkindern. Sie liegt im Format Text + Cartoon vor; auch Videovignetten der U-Situation sind möglich.

Begleitende Aufgaben:

In der Vignette: Karten mit Beispielen und Gegenbeispielen zu Vielecken sollen sortiert werden; die Schülerlösungen zeigen Merkmale, die auf das konzeptuelle Verständnis der SuS zu Polygonen hinweisen; begleitende Leitfragen fokussieren die zentralen Teilaspekte von Teacher Noticing: Wahrnehmen, Interpretieren und eine passende Handlungsentscheidung treffen



Wieviel **Bearbeitungszeit** soll eingeplant werden?

Analyse der Vignette in der Kleingruppe: 30'

Analyseergebnisse der Kommiliton:innen bewerten und dazu Rückmeldung geben (Gruppendiskussion): 60'. Gesamte Bearbeitungszeit: 90' (Dauer einer Seminarsitzung)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde aufgrund realer SuS-Bearbeitungen der Aufgaben entwickelt.

Welche **Theorie** steht dahinter?

s. bitte theoretischer Hintergrund zum dazugehörigen Kurskonzept

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Theoretische Grundlagen zur Entwicklung des geometrischen Denkens; illustriert in Vignetten

Vignette 2:

Auszüge aus Schulbüchern einschließlich digitaler/interaktiver Materialien

Vignette 4:

Klassenzimmerinteraktionen; Dialoge

Vignette 1:

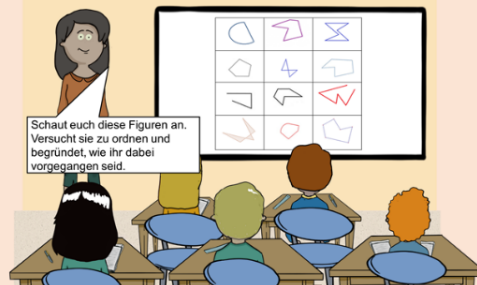
Geometrisches Denken von Lernenden (Eigenschaften von 2D/3D-Figuren)

Vignette 3A – 3B:

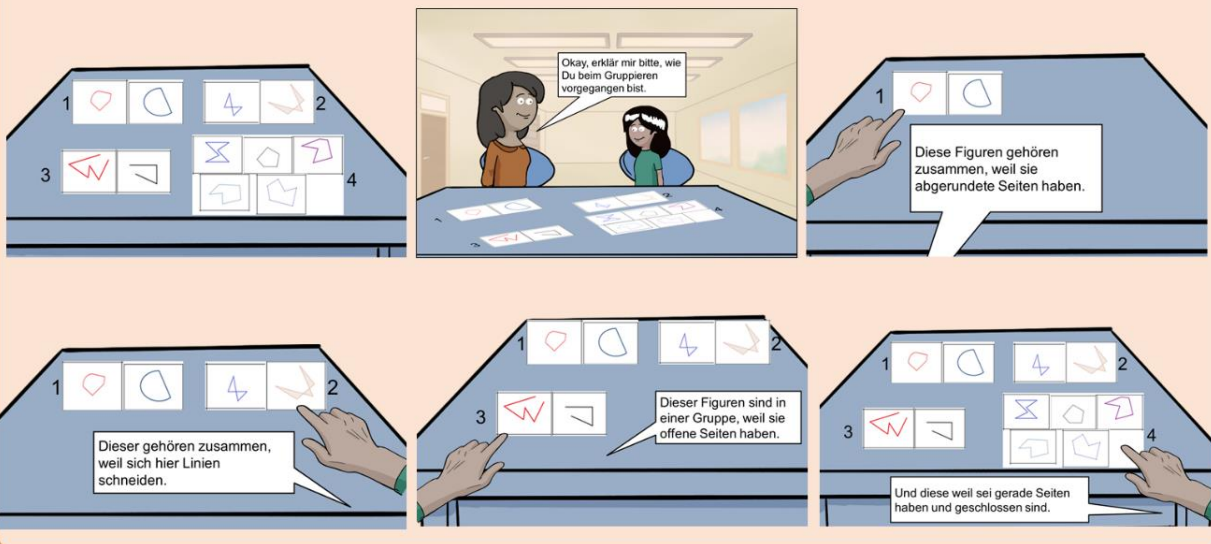
Schülerantworten antizipieren (Zusammenhänge zwischen 2D/3D Figuren)

Vignette 1

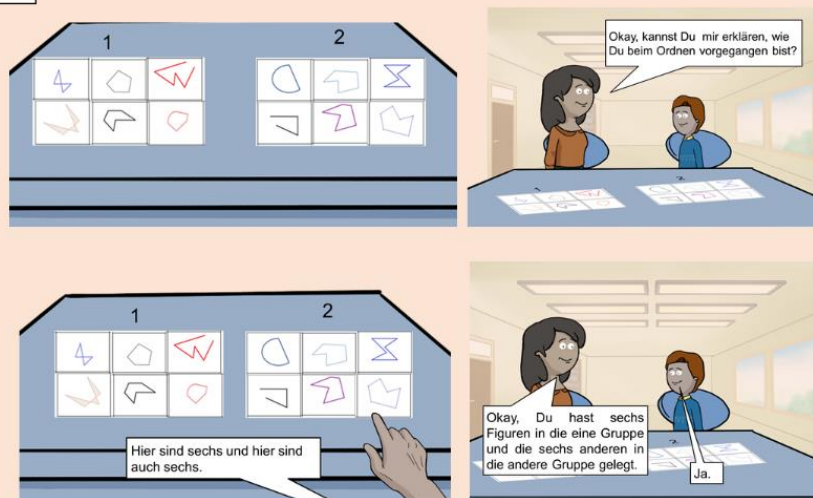
Ana ist Grundschullehrerin in der 2. Klasse. Das Ziel der Stunde ist das Erkennen von und Argumentieren mit Eigenschaften geometrischer Figuren zum Aufbau des Polygonbegriffs. Ana gibt ihren Schüler:innen die folgende Aufgabe, die in Kleingruppen bearbeitet werden soll. Sie beobachtet anschließend, wie die Schüler:innen die Aufgabe lösen.



Lösung von Schülerin 1



Lösung von Schüler 2



Lösung von Schülerin 3

AUFGABEN

Beschreiben Sie die gestellte Aufgabe: Welche geometrischen Elemente und Prozesse werden hier angesprochen?

- Beschreiben Sie die Merkmale der Beispiele, die von der Lehrerin ausgesucht wurden.

Beschreiben Sie, wie jeder der drei Lernenden beim Lösen der Aufgabe vorgegangen ist.

- Wie wurden die geometrischen Elemente und Prozesse jeweils genutzt? Welche Schwierigkeiten sind aufgetreten?
- Auf welchem Niveau geometrischen Denkens würden Sie die drei Lernenden einordnen? Begründen Sie jeweils.

Im Hinblick auf das festgestellte Niveau:

Beschreiben Sie für jeden der drei Lernenden ein Lernziel für die nächste U-Stunde und schlagen Sie eine Aufgabe vor (oder modifizieren Sie Anas Aufgabe vom Anfang), um die SuS beim Weiterentwickeln ihres geometrischen Denkens zu unterstützen.

Literaturangaben

S. bitte Literaturangaben zum dazugehörigen Kurskonzept

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante (Spanien) melania.bernabeu@ua.es

Das Kurskonzept wurde entwickelt von:
Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador Llinares, University of Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Antizipieren von Schülerantworten

beim Beschreiben von Eigenschaften

geometrischer Figuren



Eine Vignette

Antizipieren von Schülerantworten beim

Beschreiben von Eigenschaften geometrischer Figuren

„Vignetten 3A & 3B“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe und Sekundarstufe 1 (Klassen 1-6)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Entwicklung der Kompetenz, sich professionell mit geometrischen Unterrichtssituationen in der Grundschule auseinanderzusetzen

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Aufbau von Teacher Noticing zum geometrischen Denken von Primarschüler:innen:

- Antizipieren von Schülerantworten auf verschiedenen Niveaustufen
- Instruktionale Handlungsentscheidungen auf Grundlage der festgestellten Niveaustufe treffen

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)? Gibt es **begleitende Fragen**?

Dargestellt sind Antworten von angehenden Grundschullehrkräften; die Vignetten liegt im Format Cartoon + Text vor; Begleitfragen fokussieren die Analyse auf die zentralen Aspekte von Teacher Noticing: Wahrnehmen, Interpretieren und Handlungsentscheidungen treffen

Wieviel **Bearbeitungszeit** soll eingeplant werden?

Vignette 3A

- Analyse der Vignette in Kleingruppen: 30'
- Analyseergebnisse der Kommiliton:innen bewerten und dazu Rückmeldung geben (Gruppendiskussion): 60'

Gesamte Bearbeitungszeit: 90'
(Dauer einer Sminarsitzung)



Vignette 3B

- Analyse der Vignette in Kleingruppen: 30'
- Analyseergebnisse der Kommiliton:innen bewerten und dazu Rückmeldung geben (Gruppendiskussion): 60'

Gesamte Bearbeitungszeit: 90'
(Dauer einer Sminarsitzung)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde aufgrund realer SuS-Bearbeitungen der Aufgaben entwickelt.

Welche **Theorie** steht dahinter?

s. bitte theoretischer Hintergrund zum dazugehörigen Kurskonzept

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Theoretische Grundlagen zur Entwicklung des geometrischen Denkens; illustriert in Vignetten

Vignette 2:
Auszüge aus Schulbüchern einschließlich digitaler/interaktiver Materialien

Vignette 4:
Klassenzimmerinteraktionen; Dialoge

Vignette 1:
Geometrisches Denken von Lernenden (Eigenschaften von 2D/3D-Figuren)

Vignette 3A – 3B:
Schülerantworten antizipieren (Zusammenhänge zwischen 2D/3D Figuren)

Vignette 3A



VIGNETTE 3A. ANTIIZIEREN VON SCHÜLERANTWORTEN BEIM BESCHREIBEN VON VIELECKEN (POLYGONEN)



Entwickelt von Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador Llinares, Universidad de Alicante.

Hector ist als Dozent für die Ausbildung von Mathematiklehrkräften zuständig.

In seiner heutigen Veranstaltung geht es um das geometrische Denken von Grundschulkindern beim Beschreiben der Eigenschaften unterschiedlicher Vielecke (Polygone) und deren Beziehungen zueinander.

Die Ziele der Veranstaltung sind:

- die Antworten der Grundschul Kinder antizipieren und diese auf den unterschiedlichen Entwicklungsstufen geometrischen Denkens einordnen können
- Aufgaben für Grundschul Kinder erstellen können, die das geometrische Argumentieren mit Blick auf Polygone fördern können

Hector stellt seiner Gruppe von Lehramtsstudierenden die folgenden Aufgaben:

Wie könnte die korrekte Antwort eines Grundschulkindes auf diese Frage lauten? Die Antwort soll die Stufe 3 in der Entwicklung des geometrischen Denkens zeigen.

Aufgabe: Gib für jede der Figuren eine Definition an und berücksichtige dabei, dass jedes Quadrat auch eine Raute ist und jede Raute auch ein Parallelogramm.

Parallelogramm
Raute
Quadrat

Wie könnte die korrekte Antwort eines Grundschulkindes auf diese Frage lauten? Die Antwort soll die Stufe 3 in der Entwicklung des geometrischen Denkens zeigen.

Aufgabe: Gib für jede der Figuren eine Definition an und berücksichtige dabei, dass jedes Quadrat auch eine Raute ist und jede Raute auch ein Parallelogramm.

Parallelogramm
Raute
Quadrat

Zum Beispiel... **Carla**, wie haben Sie die Frage beantwortet?

Also...
Ein **Parallelogramm** ist eine Figur mit vier Seiten, die keine rechten Winkel bilden, die gegenüberliegenden Seiten sind gleich lang und benachbarte Seiten sind unterschiedlich lang.
Eine **Raute** ist eine Figur mit vier gleich langen Seiten, die keine rechten Winkel bilden.
Ein **Quadrat** ist eine Figur mit vier gleich langen Seiten und vier rechten Winkeln.

Wie könnte die korrekte Antwort eines Grundschulkindes auf diese Frage lauten? Die Antwort soll die Stufe 3 in der Entwicklung des geometrischen Denkens zeigen.

Aufgabe: Gib für jede der Figuren eine Definition an und berücksichtige dabei, dass jedes Quadrat auch eine Raute ist und jede Raute auch ein Parallelogramm.

Parallelogramm
Raute
Quadrat

Danke, **Carla**. **Alicia**, wie lautet Ihre Antwort?

Ich denke, dass ein Schüler oder eine Schülerin die Figuren anders beschreiben würde, nämlich:
Beim **Parallelogramm** sind die gegenüberliegenden Seiten und gegenüberliegenden Winkel jeweils gleich groß.
Die **Raute** ist ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten.
Das **Quadrat** ist eine Raute mit vier rechten Winkeln.

Wie könnte die korrekte Antwort eines Grundschulkindes auf diese Frage lauten? Die Antwort soll die Stufe 3 in der Entwicklung des geometrischen Denkens zeigen.

Aufgabe: Gib für jede der Figuren eine Definition an und berücksichtige dabei, dass jedes Quadrat auch eine Raute ist und jede Raute auch ein Parallelogramm.

Parallelogramm
Raute
Quadrat

OK, **Iker**, was denken Sie?

Ein Grundschulkind würde sagen, dass alle drei Figuren Vierecke sind, weil sie vier Ecken und vier Seiten haben, aber beim **Parallelogramm** sind die gegenüberliegenden Seiten und Winkel gleich groß, die **Raute** hat vier gleich lange Seiten und die gegenüberliegenden Winkel sind unterschiedlich groß und das **Quadrat** hat gleich lange Seiten und gleich große Winkel.

FRAGESTELLUNGEN

- **F1: Identifizieren und Interpretieren** (bezogen auf die Antworten von Carla, Alicia und Iker):
 - Welche der Antworten ist korrekt? Begründen Sie Ihre Einschätzung, in dem Sie für jede Antwort beschreiben, wie spezifisch jeweils die Definitionen sind und wie gut der Bezug zu gemeinsamen Eigenschaften der Vielecke berücksichtigt wird.
- **F2: Entscheiden**
 - Erstellen Sie für die Antworten, bei denen die Definitionen jeweils noch nicht ausreichend spezifisch sind bzw. gemeinsame Eigenschaften zu wenig berücksichtigt werden, jeweils eine Aufgabenserie, welche Grundschulkindern mit diesen Antworten in ihrem geometrischen Denken fördern können.

Vignette 3B



VIGNETTE 3B. ANTIZIPIEREN VON SCHÜLERANTWORTEN BEIM BESCHREIBEN VON KÖRPERN

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Entwickelt von Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador Linares, Universidad de Alicante.

Hector ist als Dozent für die Ausbildung von Mathematiklehrkräften zuständig.

In seiner heutigen Veranstaltung geht es um das geometrische Denken von Schüler:innen beim Beschreiben der Eigenschaften geometrischer Körper und deren Beziehungen zueinander.

Die Ziele der Veranstaltung sind:

- die Antworten von Lernenden antizipieren und diese auf den unterschiedlichen Entwicklungsstufen geometrischen Denkens einordnen können;
- Aufgaben für Schüler:innen erstellen können, die das geometrische Argumentieren zu Körpern (deren Eigenschaften und Beziehungen untereinander) fördern können.

Hector stellt seiner Gruppe von Lehramtsstudierenden die folgenden Aufgaben:

AUFGABEN

- **F1- Identifizieren und Interpretieren** (bezogen auf die Antworten von Carlos, Fernando und Rosa):
 - Welche der Antworten ist korrekt? Begründen Sie Ihre Einschätzung, indem Sie für jede Antwort beschreiben, wie spezifisch jeweils die Definitionen sind und wie gut der Bezug zu gemeinsamen Eigenschaften der Körper berücksichtigt wird.
- **F2- Entscheiden**
 - Erstellen Sie zu den Antworten, bei denen die Definitionen jeweils noch nicht ausreichend spezifisch sind bzw. gemeinsame Eigenschaften zu wenig berücksichtigt werden, jeweils eine Aufgabenserie, welche Schüler:innen mit diesen Antworten in ihrem Denken zu geometrischen Körpern (deren Eigenschaften und Beziehungen zueinander) fördern können.

Literaturangaben

S. bitte Literaturangaben zum dazugehörigen Kurskonzept



Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante (Spanien) melania.bernabeu@ua.es

Das Kurskonzept wurde entwickelt von:

Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador Llinares, University of Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Verwendung von Fachsprache bei

Mathematiklehrkräften: Reflektieren über Dialoge

und Interaktionen im Geometrieunterricht



Eine Vignette

Verwendung von Fachsprache bei Mathematiklehrkräften:

Reflektieren über Dialoge und Interaktionen im Geometrieunterricht

„Vignette 4“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe und Sekundarstufe 1 (Klassen 1-6)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Entwicklung der Kompetenz, sich professionell mit geometrischen Unterrichtssituationen in der Grundschule auseinanderzusetzen

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Aufbau von Teacher Noticing zur fachlichen Sprache von Mathematiklehrkräften: Vokabular, Beispiele und Erklärungen

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es **begleitende Fragen**?

Verwendung von Fachsprache durch Mathematiklehrkräfte im Geometrieunterricht; die Vignette liegt im Format Cartoon + Text vor; die Begleitfragen fokussieren die Analyse auf die zentralen Aspekte von Teacher Noticing: Wahrnehmen, Interpretieren und Handlungsentscheidungen treffen

Wieviel **Bearbeitungszeit** soll eingeplant werden?

- Analyse der Vignette in Kleingruppen: 30'
- Analyseergebnisse der Kommiliton:innen bewerten und dazu Rückmeldung geben (Gruppendiskussion): 60'

Gesamte Bearbeitungszeit: 90' (Dauer einer Seminarsitzung)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde aufgrund realer SuS-Bearbeitungen der Aufgaben entwickelt.

Welche **Theorie** steht dahinter?

s. bitte theoretischer Hintergrund zum dazugehörigen Kurskonzept

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Theoretische Grundlagen zur Entwicklung des geometrischen Denkens; illustriert in Vignetten

Vignette 2:
Auszüge aus Schulbüchern einschließlich digitaler/interaktiver Materialien

Vignette 4:
Klassenzimmerinteraktionen; Dialoge

Vignette 1:
Geometrisches Denken von Lernenden (Eigenschaften von 2D/3D-Figuren)

Vignette 3A – 3B:
Schülerantworten antizipieren (Zusammenhänge zwischen 2D/3D Figuren)

Vignette 4



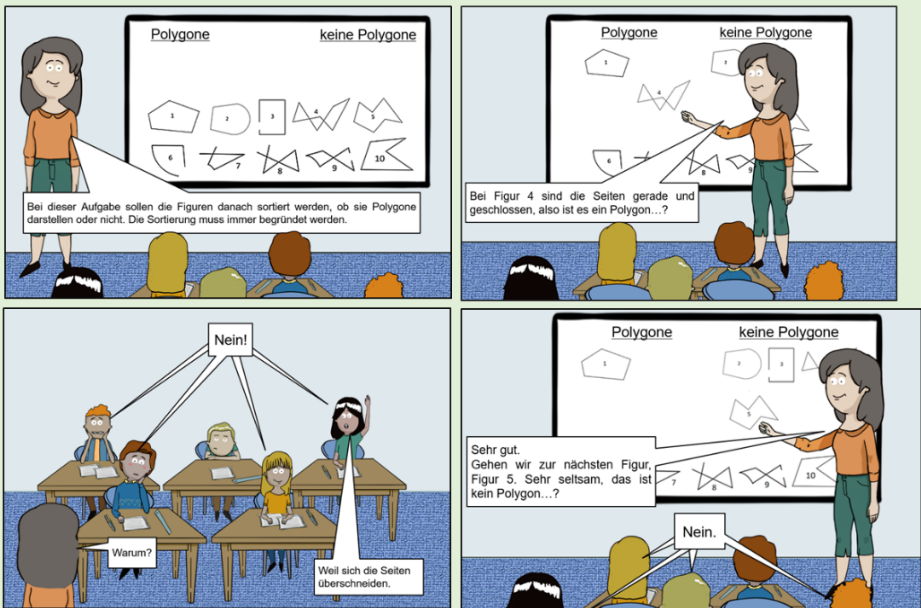
VIGNETTE 4. VERWENDUNG VON FACHSPRACHE BEI MATHEMATIKLEHRKRÄFTEN: REFLEKTIEREN ÜBER DIALOGE UND INTERAKTIONEN IM GEOMETRIEUNTERRICHT

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union 

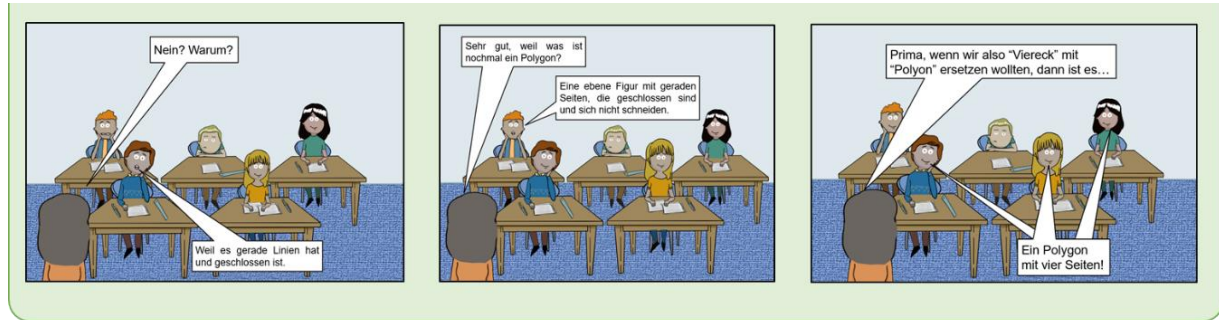
Entwickelt von Melania Bernabeu, Mar Moreno, Juan Manuel González-Forte und Salvador Llinares, University of Alicante.

Alicia ist eine Grundschullehrerin in der zweiten Klasse. Das Lernziel der Stunde ist das Erkennen von und Argumentieren mit Eigenschaften von ebenen Figuren zum Aufbau des Polygonkonzepts. Alicia hat hierzu drei Aufgaben vorbereitet.

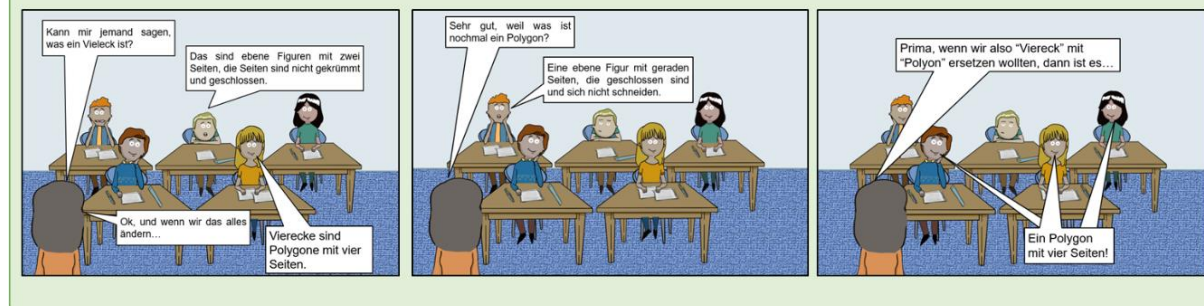
Aufgabe 1



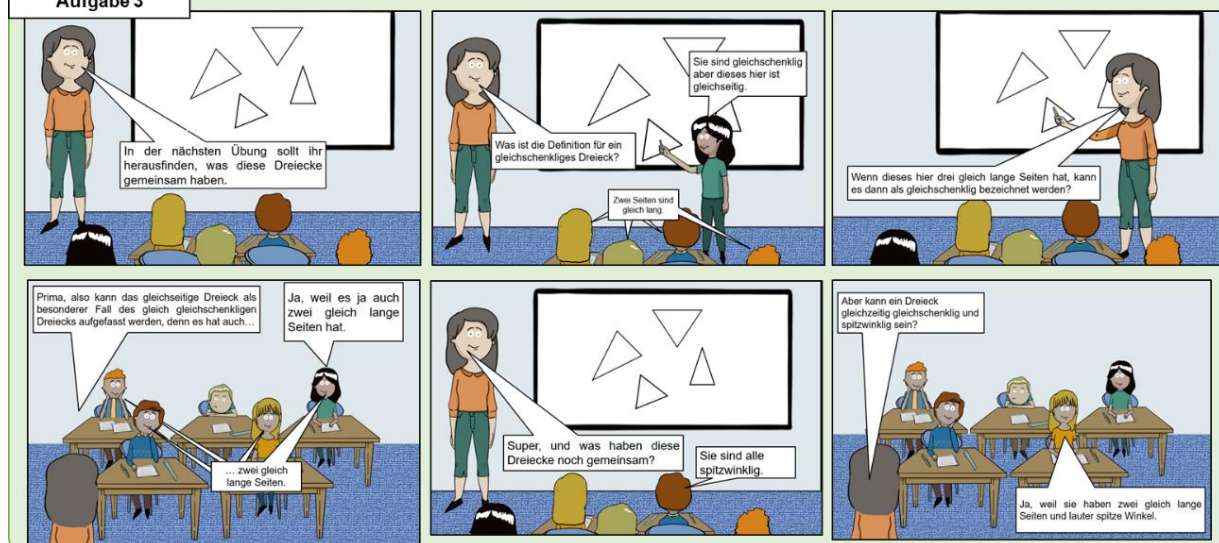
The comic strip is divided into four panels. In the first panel, the teacher introduces a task to sort 10 numbered figures into 'Polygone' (polygons) and 'keine Polygone' (non-polygons). The second panel shows the teacher pointing to figure 4 and asking if it's a polygon because its sides are straight and closed. The third panel shows a student saying 'Nein!' (No) and another student asking 'Warum?' (Why?). The teacher explains that the sides are cut off. The fourth panel shows the teacher praising a student and moving to figure 5, which is a self-intersecting shape. A student says 'Nein.' (No).



Aufgabe 2



Aufgabe 3



FRAGESTELLUNGEN

F1- Welche mathematisch relevanten Begriffe, Erklärungen und Beispiele werden von der Lehrerin in den drei Situationen genutzt?

F2- Welche Lernschwierigkeiten können damit reduziert werden?

Erklären Sie jeweils für die verwendeten (a) Begriffe, (b) Erklärungen und (c) Beispiele in den drei Situationen.

F3- Mit Blick auf Ihre bisherigen Antworten:

- (1) Was würden Sie als Lehrkraft an der gezeigten Verwendung der mathematisch relevanten Begriffe, Erklärungen und Beispiele verändern?
- (2) Beschreiben Sie die vorgenommenen Veränderungen und begründen Sie, wie die SuS damit ggf. noch besser beim Lernen unterstützt werden können.



Literaturangaben

S. bitte Literaturangaben zum dazugehörigen Kurskonzept

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante (Spanien) melania.bernabeu@ua.es

Das Kurskonzept wurde entwickelt von:
Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador Llinares, University of Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Professionelles Wissen und Teacher Noticing

zu Problemlösestrategien von

Schülerinnen und Schülern der Primarstufe



Ein Kurskonzept

Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe

Was ist die **Zielgruppe** des Kurses?

Lehramtsstudierende der Primarstufe

Was sind die **Lernziele** des Kurses?

Aufbau professionellen Wissens und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe, insbesondere zu folgenden Aspekten:

- Was ist mathematisches Problemlösen?
- Wie ist mathematisches Problemlösen in den Bildungsplan eingebettet?
- Was sind die Merkmale einer Problemlöseaufgabe?
- Welche Strategien verwenden Lernende in der Grundschule?
- Auf welche Hindernisse und Schwierigkeiten stoßen sie?
- Wie können Lernende beim Problemlösen unterstützt werden?

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut der Kurs auf?

Mathematisches Problemlösen unter besonderer Berücksichtigung von Lernenden der Primarstufe (z.B. Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Bruder & Collet, 2001; van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Liljedahl et al., 2016; Verschaffel et al., 1999)

Wie werden Vignetten im Kurs eingesetzt?

Vignetten, die verschiedene Aspekte des Kursinhalts behandeln, werden als Lernmaterial und zur Bewertung des Lernfortschrittes verwendet:

- vignettenbasierter Vortest
- Vignetten-basiertes Lernmaterial
- Vignetten-basierte Evaluation

Wie ist der Kurs strukturiert und aufgebaut? (Länge, Dauer der Sitzungen, online oder in Präsenz, ...)

Dauer: 4 Wochen (Teil eines Pflichtseminars für angehende Grundschullehrkräfte des Faches Mathematik); wöchentliche Präsenzsitzung (90 Minuten) + Selbststudienmaterial; das Kurskonzept und die Materialien eignen sich auch für Online-Sitzungen und wurden auch als solche erprobt

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?

Darstellung von Unterrichtsszenarien zum Thema Problemlösen in der Grundschule;
Cartoon mit Text + zusätzliche offene Fragen (Leit- bzw. Analysefragen)

Wie viele Vignetten gehören zu dem Kurs?

16 kurze Vignetten zum Aufbau von Wissen über verschiedene Problemlösungsstrategien;
3 komplexere Vignetten zur Entwicklung von Teacher Noticing zum Einsatz von Problemlösestrategien von Lernenden sowie Lernunterstützung von Seiten der Lehrkraft; 2 Vignetten zur Kursevaluation

Basieren die Vignetten auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder sind sie konstruiert?

Die Vignetten basieren auf Literatur oder auf authentischen Unterrichtstranskripten, welche in das Cartoonformat umgearbeitet wurden.

Kommentare

Das Kurskonzept sowie die Evaluation einer Durchführung sind ausführlich hier beschrieben: Friesen, M. & Knox, A. (2022). Pre-service teachers learn to analyse students' problem-solving strategies with cartoons. CERME12 proceedings.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses

“Murmelvignette”:

Bedeutung von Aufgabenmerkmalen für Anforderungen beim Problemlösen; Lernunterstützung

Vignettenbasierter

Posttest: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

Vignettenbasierter

Prätest: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

16 kurze Vignetten

zum Aufbau von Wissen zu typischen Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe

3 komplexe Vignetten

basierend auf U-Transkripten zum Aufbau von Teacher Noticing mit Fokus auf Schwierigkeiten beim Problemlösen und möglicher Lernunterstützung

Literaturangaben

Carlson, M., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 45–75.

Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1992). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA: NCTM.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41, 605–618.

Friesen, M. & Kuntze, S. (2020). The role of professional knowledge for teachers' analysing of classroom situations regarding the use of multiple representations. *Research in Mathematics Education* 22(2), 117–134.

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen. *GS Mathematik* 50, 32–35.

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education*. Cham: Springer.

Rasch, R. (2016). *Textaufgaben für Grundschul Kinder zum Denken und Knobeln*. Seelze: Klett.

Schoenfeld, A. H. (1983). The wild, wild, wild, wild, wild world of problem solving: A review of sorts. *For the Learning of Mathematics*, 3, 40–47.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). *Learning to solve mathematical application problems*

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Prof. Dr. Marita Friesen
friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erfassen von Beliefs angehender Lehrkräfte

zum Einsatz von Problemlöseaufgaben

im Mathematikunterricht der Primarstufe



Eine Vignette

Erfassen von Beliefs angehender Lehrkräfte zum Einsatz von

Problemlöseaufgaben im Mathematikunterricht der Primarstufe

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe

Gehört die Vignette zu **einem Kurs**?

Die Vignette gehört zum Kurskonzept „**Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird als Einstiegsaktivität zu Beginn des Kurses verwendet, um die Beliefs der Teilnehmenden in Bezug auf die Verwendung von Problemlöseaufgaben im Mathematikunterricht zu erfassen bzw. sichtbar zu machen.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Beliefs der Teilnehmenden zum Einsatz von Problemlöseaufgaben in der Primarstufe sichtbar und zugänglich machen, um im weiteren Kursverlauf daran anknüpfen zu können;
- Die Teilnehmenden dafür sensibilisieren, dass ihre Beliefs ihre Handlungen und Entscheidungen beim Unterrichten von Mathematik maßgeblich beeinflussen können;
- Vorstellen typischer Beliefs von Mathematiklehrkräften zum Einsatz von Problemlöseaufgaben (literaturbasiert)
- Eigene Beliefs zum Einsatz von Problemlöseaufgaben wahrnehmen und reflektieren; dabei insbesondere auf Gründe für den Einsatz und mögliche Herausforderungen eingehen
- Eingeschränkte Sichtweisen auf den Einsatz von Problemlöseaufgaben aufbrechen und weiterentwickeln
- Teilnehmende als angehende Mathematiklehrkräfte auf den Einsatz von Problemlöseaufgaben in der späteren Unterrichtspraxis vorbereiten

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)? Gibt es begleitende Fragen oder Materialien?

Sieben Cartoonfiguren (Lehramtsstudierende), die verschiedene (typische) Sichtweisen /Beliefs von Mathematiklehrkräften in Bezug auf die Verwendung von Problemlöseaufgaben äußern (in Sprechblasen); die Teilnehmenden werden gebeten, den Grad ihrer Zustimmung zu den jeweiligen Äußerungen anzugeben (Likert-Skala) und diese Einschätzung zu begründen (offene Fragestellung).

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die Überzeugungen, die in den sieben einzelnen Sprechblasen dargestellt sind, stammen aus der Literatur zum Problemlösen (z.B. Anderson, 2004).

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Nein: Die Vignette wird als Einstiegsaktivität ganz zu Beginn des Kurses verwendet.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Zusammenhänge zwischen dem Einsatz von Problemlöseaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule und den Beliefs von Lehrkräften über die Rolle von Problemlösen beim Kompetenzaufbau im Fach Mathematik (z.B. Anderson, 2004; Thompson, 1992; Schoenfeld, 1999; Raymond, 1997)

Kommentar / Ergänzungen

Die Vignette kann einschließlich des begleitenden Fragebogens auch online bearbeitet werden. Dieses Format wurde auch mit Studierenden erprobt.

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

“Murmelvignette”: Bedeutung von Aufgabenmerkmalen für Anforderungen beim Problemlösen; Lernunterstützung

Vignettenbasierter Post-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

Vignettenbasierter Prä-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

16 kurze Vignetten zum Aufbau von Wissen zu typischen Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe

3 komplexe Vignetten basierend auf U-Transkripten zum Aufbau von Teacher Noticing mit Fokus auf Schwierigkeiten beim Problemlösen und möglicher Lernunterstützung

Die vorgestellte Vignette (einschließlich des begleitenden Fragebogens):

Im Cartoon unterhalten sich Studierende aus unserem Sachrechnen-Seminar (A-G) zum Problemlösen im Mathematikunterricht. Bitte kreuzen Sie für jeden Kommentar an, wie sehr Sie zustimmen und begründen Sie jeweils Ihre Auswahl. Notieren Sie anschließend auch **Ihre eigene Sichtweise** zum Problemlösen im Mathematikunterricht.

Im Mathematikunterricht sollten vielmehr solche Aufgaben im Mittelpunkt stehen, anstatt nur Routineaufgaben zu üben.

Mathematikstunden mit solchen Aufgaben zu planen und durchzuführen kann eine ziemliche Herausforderung sein.

Schülerinnen und Schüler können bei solchen Aufgaben ihre eigenen Strategien zum Lösen ausprobieren, bevor der Lehrer oder die Lehrerin sie anleitet.

Solche Aufgaben zu lösen ist eine gute Möglichkeit, starke Schülerinnen und Schüler herauszufordern.

Schülerinnen und Schüler können beim Lösen solcher Aufgaben ihr mathematisches Wissen anwenden.


Das Lösen solcher Aufgaben kostet viel Zeit im Unterricht.

Solche Aufgaben eignen sich am besten für das Ende einer Unterrichtseinheit.

In einem Korb liegen zwischen 50 und 60 Eier. Wenn man nacheinander immer drei Eier herausnimmt, bleiben am Ende nur noch zwei Eier übrig. Nimmt man hingegen immer fünf Eier heraus, liegen am Ende noch vier im Korb. Wie viele Eier liegen genau im Korb?

Was denken Sie?



Studierende (A-G)	stimme überhaupt nicht zu stimme nicht zu stimme teilweise zu stimme zu stimme voll und ganz zu	Bitte notieren Sie eine Begründung für Ihre Auswahl. <i>Nutzen Sie so viel Platz, wie Sie brauchen.</i>
	<i>Zum Ankreuzen einfach das Kästchen löschen und durch X ersetzen.</i>	
A	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
B	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
C	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
D	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
E	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
F	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
G	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
 Was denken Sie?		<i>Notieren Sie hier Ihre eigene Sichtweise zum Problemlösen im Mathematikunterricht.</i>

Literaturangaben

Anderson, J., Sullivan, P., White, P. (2004). The Influence Of Perceived Constraints On Teachers' Problem-Solving Beliefs and Practices. Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010.

Schoenfeld, A.H. (1999). Models of the teaching process. Journal of Mathematical Behaviour, 18(3), 243-261.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws

(Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 127-146). New York.

Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. Journal for Research in Mathematics Education, 28(5), 550-76.



Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Aufbau professionellen Wissens

zu Problemlösestrategien

von Primarstufenlernenden



Eine Vignette

Aufbau professionellen Wissens

zu Problemlösestrategien von Primarstufenlernenden

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette gehört zum Kurskonzept „**Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird als Lernmaterial eingesetzt, um die Problemlösestrategie „arbeite rückwärts“ zu illustrieren.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

Aufbau professionellen Wissens zu vielfältigen Problemlösestrategien, die Lernende der Primarstufe verwenden (hier am Beispiel der Strategie „arbeite rückwärts“)

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)? Gibt es begleitende Fragen oder Materialien?

Kurze und stark vereinfachte U-Situation mit Lehrkraft (stellt die Problemlöseaufgabe) und Schülerin (löst die Aufgabe mit der Strategie „arbeite rückwärts“); begleitende Fragen leiten die Analyse der eingesetzten Strategie sowie deren Passung zur gestellten Problemlöseaufgabe und fördern die Verbindung zu anderen Problemlösestrategien (s. unten)

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die in der Vignette dargestellte Situation wurde literaturbasiert erstellt (Häring, 2016).

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Da die Vignette zum Kurs „Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe“ gibt es entsprechende Grundlagenliteratur zur Lektüre für die Teilnehmenden (s. Literatur im Anhang).

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Mathematisches Problemlösen in der Primarstufe unter besonderer Berücksichtigung des Einsatzes vielfältiger Problemlösestrategien sowie Schwierigkeiten und Hürden bei deren Einsatz (z.B. van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Häring, 2016)

Kommentar / Ergänzungen

Im Kurs wurden 16 solcher Kurz-Vignetten eingesetzt, um jeweils eine typische Problemlösestrategie von Primarstufenlernenden zu illustrieren (z.B. nutze eine Tabelle; mache eine Zeichnung; suche nach einem Muster, usw.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

“Murmelvignette”: Bedeutung von Aufgabenmerkmalen für Anforderungen beim Problemlösen; Lernunterstützung

Vignettenbasierter Post-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

Vignettenbasierter Prä-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

16 kurze Vignetten zum Aufbau von Wissen zu typischen Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe

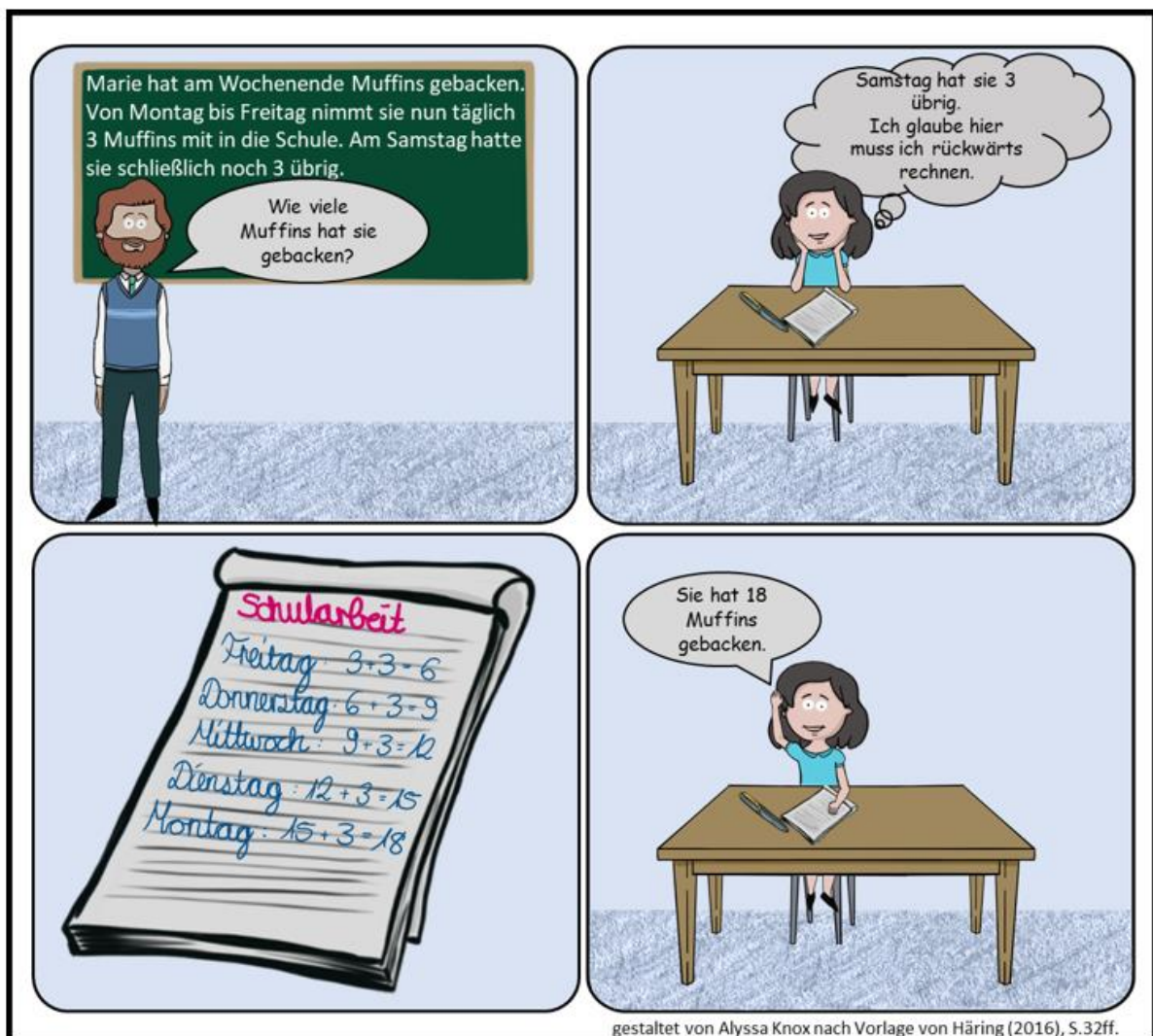
3 komplexe Vignetten basierend auf U-Transkripten zum Aufbau von Teacher Noticing mit Fokus auf Schwierigkeiten beim Problemlösen und möglicher Lernunterstützung



Die Vignette zur Problemlösestrategie „Arbeite rückwärts“

(einschließlich Begleitfragen)

- Beschreiben Sie die Problemlösestrategie „arbeite rückwärts“ anhand des gezeigten Beispiels. Wie setzt die Schülerin die Strategie ein, um die Aufgabe zu lösen?
- Welche Aufgabenmerkmale machen den Einsatz der Strategie „arbeite rückwärts“ hier passend und zielführend?
- Gibt es weitere Problemlösestrategien, die hier hätten angewendet werden können? Bitte begründen Sie.





Literaturangaben

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen. *GS Mathematik* 50, 32–35.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41, 605–618.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erfassung von professionellem Wissen

und Teacher Noticing zu Lernschwierigkeiten

von Primarstufenschüler:innen beim Problemlösen



Eine Vignette

Erfassung von professionellem Wissen und Teacher Noticing zu

Lernschwierigkeiten von Primarstufenschüler:innen beim Problemlösen

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe

Gehört die Vignette zu **einem Kurs**?

Die Vignette gehört zum Kurskonzept „**Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette kann zur Wiederholung und zur Erfassung des Lernfortschritts der Kursteilnehmenden eingesetzt werden (formatives Assessment). Hauptaspekte sind die Aufgabenmerkmale von Problemlöseaufgaben und deren Bedeutung für mögliche Schwierigkeiten beim Lösen sowie Möglichkeiten der Lernunterstützung seitens der Lehrkraft.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Wissen zu Aufgabenmerkmalen von Problemlöseaufgaben und typischen Schwierigkeiten beim Problemlösen wiederholen
- Verschiedene Ansätze zur Lernunterstützung von Primarstufenschüler:innen kennenlernen und beispielgestützt vergleichen
- Teacher Noticing zum Problemlösen in der Primarstufe entwickeln (Analyse von Schülerlösungen, Überlegungen zu möglichen Ursachen von Lernschwierigkeiten; Möglichkeiten der Lernunterstützung ohne die "gewünschte Hürde" einer Problemlöseaufgabe aufzulösen)
- Verschiedene Zugänge über vielfältige Problemlösestrategien aufgabenbezogen reflektieren (insbesondere im Hinblick auf das Anknüpfen an die Schülerlösung, das flexible Nutzen verschiedener Strategien und die Unterstützung der Lernenden beim Auswählen und Nutzen passender Strategien)

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es begleitende Fragen?

Kurze Unterrichtssituation (Lehrer-Schüler-Interaktion); die Lernenden haben Schwierigkeiten beim Lösen einer problemorientierten Textaufgabe; in den begleitenden Fragen werden die Kurs-Teilnehmenden u.a. gebeten, die Situation in der Rolle der Lehrkraft weiterzuführen und ihre Entscheidungen für eine bestimmte Lernunterstützung mit Wissen aus dem Kurs zu begründen

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die Cartoonvignette wurde literaturbasiert erstellt, insbesondere im Hinblick auf typische Aufgabenmerkmale und damit zusammenhängenden Bearbeitungsschwierigkeiten (Stern, 1998; Hasemann & Gasteiger, 2020).

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Da die Vignette zum Kurs „Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe“ gibt es entsprechende Grundlagenliteratur zur Lektüre für die Teilnehmenden (s. Literatur im Anhang).

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Mathematisches Problemlösen in der Primarstufe: Problemorientierte Textaufgaben; Aufgabenmerkmale, die „leicht aussehende“ Aufgaben schwierig machen (Stern, 1998; Hasemann & Gasteiger, 2020)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

“Murmelvignette”: Bedeutung von Aufgabenmerkmalen für Anforderungen beim Problemlösen; Lernunterstützung

Vignettenbasierter Post-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing


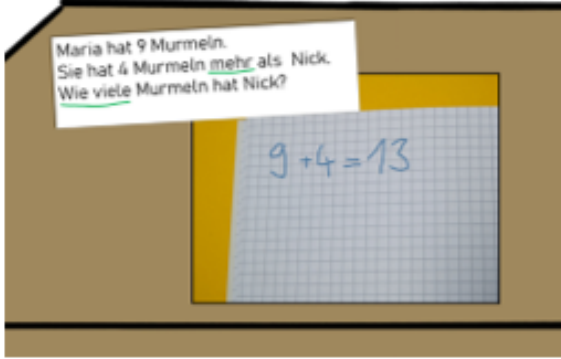


Vignettenbasierter Prä-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

16 kurze Vignetten zum Aufbau von Wissen zu typischen Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe

3 komplexe Vignetten basierend auf U-Transkripten zum Aufbau von Teacher Noticing mit Fokus auf Schwierigkeiten beim Problemlösen und möglicher Lernunterstützung

Die "Murmelvignette":

(einschließlich Begleitfragen)

<p>1</p>  <p>Können Sie bei uns mal schauen, ob das Ergebnis so stimmt?</p>	<p>2</p>  <p>Maria hat 9 Murmeln. Sie hat 4 Murmeln <u>mehr</u> als Nick. Wie viele Murmeln hat Nick?</p> $9 + 4 = 13$
<p>3</p>  <p>Hmh, da müsst ihr nochmal den Text anschauen und wirklich ganz genau lesen...</p>	<p>4</p>  <p>Aber wir haben die Aufgabe gut durchgelesen UND die wichtigen Mathewörter unterstrichen...</p> <p>Also ist unser Ergebnis nicht richtig...?</p>
<p>5</p> <p>???</p> <p>Wie würden Sie hier weitermachen?</p> <ul style="list-style-type: none">• Übernehmen Sie die Rolle der Lehrkraft und schreiben Sie einen Lehrer-Schüler-Dialog, um zu zeigen, wie Sie die Lernenden in dieser Situation beim Lösen der Textaufgabe unterstützen könnten.• Begründen Sie Ihre Entscheidungen / Vorgehensweise.	



Literaturangaben

Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2020). Anfangsunterricht Mathematik. Springer.

Stern, E. (1998). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Pabst Publisher.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Evaluation von Teacher Noticing

zum Problemlösen in der Primarstufe



Eine Vignette

Evaluation von Teacher Noticing

zum Problemlösen in der Primarstufe

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette gehört zum Kurskonzept „**Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird als Posttest / zur Kursevaluation eingesetzt. Sie adressiert zentrale Lernziele des Kurses „Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe“: Wissen zu vielfältigen Lösungsstrategien und deren Einsatz in der Primarstufe, Hürden beim Problemlösen und Möglichkeiten der Lernunterstützung.

Hinweis: Vergleichbar zur hier vorgestellten Evaluationsvignette werden im Kursverlauf zwei vergleichbar komplexe Vignetten bearbeitet (Übung und Klärung der Anforderungen).

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Erfassen von Teacher Noticing zum Problemlösen in der Primarstufe am Ende des Kurses
- Wird dieselbe Vignette auch zu Kursbeginn eingesetzt (Prätest), so kann eine Überprüfung und Reflexion des Lernfortschritts stattfinden.

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es begleitende Fragen?

Cartoonvignette (Lehrer-Schüler-Interaktion):
Der Schüler hat Schwierigkeiten beim Lösen einer problemorientierten Textaufgabe und die gezeigte Lehrkraft versucht, beim Lösen zu unterstützen; in den begleitenden Fragestellungen werden die Kursteilnehmenden gebeten, die Schwierigkeiten des Schülers anhand seines Vorgehens zu analysieren, ebenso der Versuch einer Lernunterstützung seitens der Lehrkraft; die Teilnehmenden werden dazu aufgefordert, eine alternative Vorgehensweise aus Sicht der Lehrkraft zu entwickeln und zu begründen;

hierbei soll z.B. der Schüler dabei unterstützt werden, seinen selbstgewählten Ansatz weiterzuführen

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die dargestellte U-Situation wurde literaturbasiert erstellt; die Dialoge der Cartoonvignette basieren auf einem U-Transkript, welches auch eine Beschreibung der verwendeten Materialien sowie den Schüleraufschrieb enthält (Rasch, 2016)

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Da die Vignette zum Kurs „Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe“ gibt es entsprechende Grundlagenliteratur zur Lektüre für die Teilnehmenden (s. Literatur im Anhang).

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Mathematisches Problemlösen in der Primarstufe: Lösen von Problemaufgaben und damit verbundene Lehrer-Schüler-Interaktionen, Hürden beim Lösen und Möglichkeiten der Lernunterstützung (Rasch, 2016)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

“**Murmelvignette**“: Bedeutung von Aufgabenmerkmalen für Anforderungen beim Problemlösen; Lernunterstützung

Vignettenbasierter Posttest: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

Vignettenbasierter Prätest: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

16 kurze Vignetten zum Aufbau von Wissen zu typischen Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe

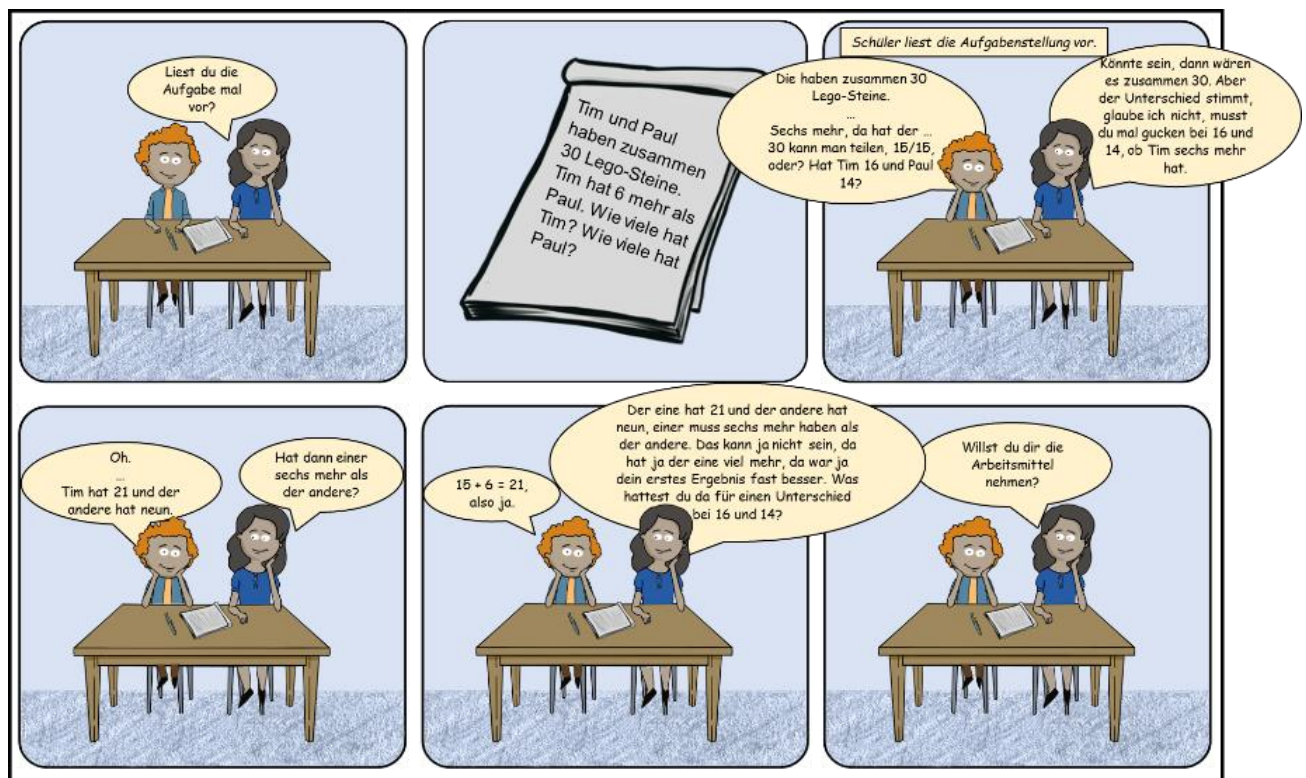
3 komplexe Vignetten basierend auf U-Transkripten zum Aufbau von Teacher Noticing mit Fokus auf Schwierigkeiten beim Problemlösen und möglicher Lernunterstützung

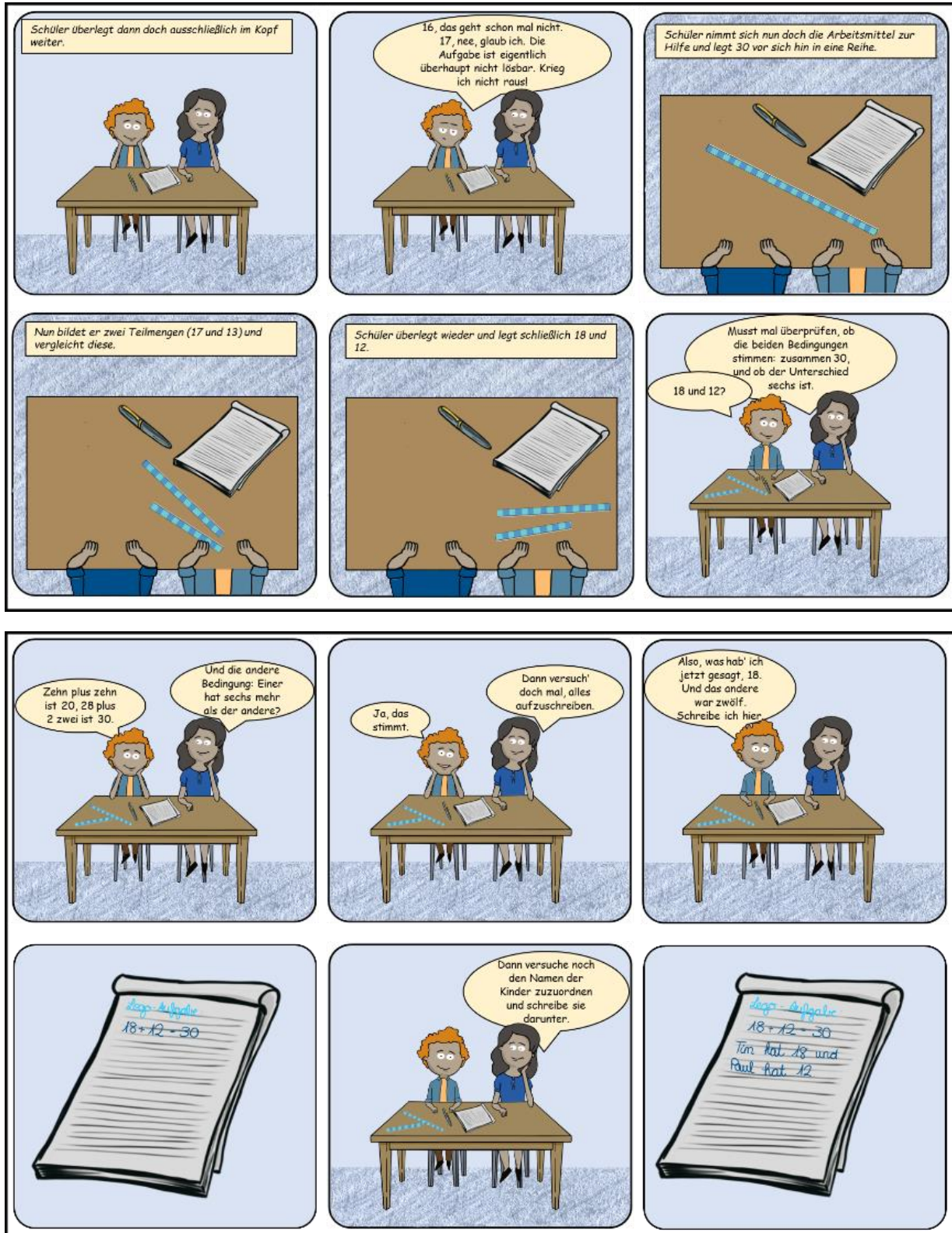
Evaluationsvignette:

(einschließlich Begleitfragen)

In der folgenden Unterrichtssituation ist Max (Klasse 2) gerade dabei, eine Problemaufgabe zu lösen. Hierbei wird er von seiner Mathematiklehrerin begleitet. Bitte betrachten Sie die Situation und beantworten Sie im Anschluss die untenstehenden Fragen.

- Welche Problemlösestrategien setzt Max ein, um die Aufgabe zu lösen?
- Wo gibt es Schwierigkeiten und woran könnte das liegen?
- Welche weiteren Problemlösestrategien hätte Max hier zum Lösen nutzen können?
- Beurteilen Sie die Hilfestellungen der Lehrerin. Wie gut ist diese geeignet, um Max beim Lösen der Aufgabe zu unterstützen? Begründen Sie Ihre Einschätzung.
- Nehmen Sie nun die Perspektive der Lehrkraft ein: Wie hätten Sie hier gehandelt und warum? Erstellen Sie einen Dialog zwischen Max und Ihnen als Lehrperson.







Literaturangaben

Rasch, R. (2016). Textaufgaben für Grundschul Kinder zum Denken und Knobeln. Klett.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Schulbezogenes Fachwissen und

Argumentieren im Bereich der Arithmetik

am Beispiel Teilbarkeit



Ein Kurskonzept

Schulbezogenes Fachwissen und Argumentieren

im Bereich der Arithmetik am Beispiel Teilbarkeit

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende der Primarstufe und
Sekundarstufe I im ersten Semester / Studienjahr

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

- Vorwissen / schulisches Wissen zur Teilbarkeit aktivieren und erfassen, um daran anzuknüpfen
- Fachliches Wissen der angehenden Lehrkräfte entwickeln (hier am Beispiel „Teilbarkeit“) => Fokus auf schulbezogenes Fachwissen als Hintergrundwissen für das Unterrichten in der Primarstufe und Sekundarstufe I
- typische Fehler und Fehlvorstellungen im Bereich Teilbarkeit kennenlernen und reflektieren
- fachbezogene Argumentation entwickeln

Concept Cartoons werden in diesem Kurs genutzt als Lernmaterial sowie zum formativen Assessment.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut der Kurs auf?

- Schulbezogenes Fachwissen (SRCK) angehender Mathematiklehrkräfte (z.B. Dreher et al., 2018)
- Umgang mit und Lernen aus fremden und eigenen Fehlern (z.B. Heinze, 2005)
- Argumentieren (z.B. Sriraman & Umland, 2014)
- Concept Cartoons als produktive Lerngelegenheiten in der Ausbildung von Mathematiklehrkräften (z.B. Samkova, eingereicht)

Wie ist der Kurs **strukturiert** und **aufgebaut**? (Länge, Dauer der Sitzungen, online oder in Präsenz, ...)

Dauer:
ein Semester (12-14 Wochen mit einer 90-minütigen Sitzung pro Woche; online oder in Präsenz)

Die wöchentlichen Sitzungen werden ergänzt durch Material zum Selbststudium, inklusive wöchentlichen Einreichungsaufgaben (diese werden von



studentischen Hilfskräften korrigiert und rückgemeldet): z.B. Analyse / Bearbeitung eines Concept Cartoons mit begleitenden Aufgabenstellungen oder schriftliches Führen eines Beweises mit unterschiedlichen Beweistechniken

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?

mehrere Mathematikstudierende (dargestellt als unterschiedliche Cartooncharaktere) äußern sich zu einem mathematischen Problem, einer Frage bzw. einer Aussage (z.B. Ist 1764 durch 18 teilbar?)

die Äußerungen enthalten neben korrekten Antworten auch typische Fehler und Fehlvorstellungen oder unvollständige Begründungen

die Kursteilnehmenden werden gebeten, ihre eigene Antwort in einer leeren Sprechblase zu geben und auf die Antworten der verschiedenen Cartooncharaktere zu reagieren (Leitfragen)

Wie viele Vignetten gehören zu dem Kurs?

3 Konzeptcartoons zu verschiedenen kursbezogenen Themenschwerpunkten, jeweils in Bezug zum schulbezogenen Fachwissen im Bereich der Teilbarkeit:

- **Ist 1764 durch 18 teilbar?**
- **256·333·546 ·1113**
- **Die letzte Ziffer dieser Zahl ist 0.**
- **Wie viele zweistellige Zahlen haben genau fünf Teiler?**

Basieren die Vignetten auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder sind sie konstruiert?

Die Concept Cartoons sind hauptsächlich auf der Grundlage von Literatur und teilweise auch auf der Grundlage von Lehrerfahrungen entstanden; sie adressieren jeweils typische richtige, gut begründete, schlecht begründete, unvollständige und falsche Antworten von Lehramtsstudierenden im Bereich der Arithmetik.

Kommentar

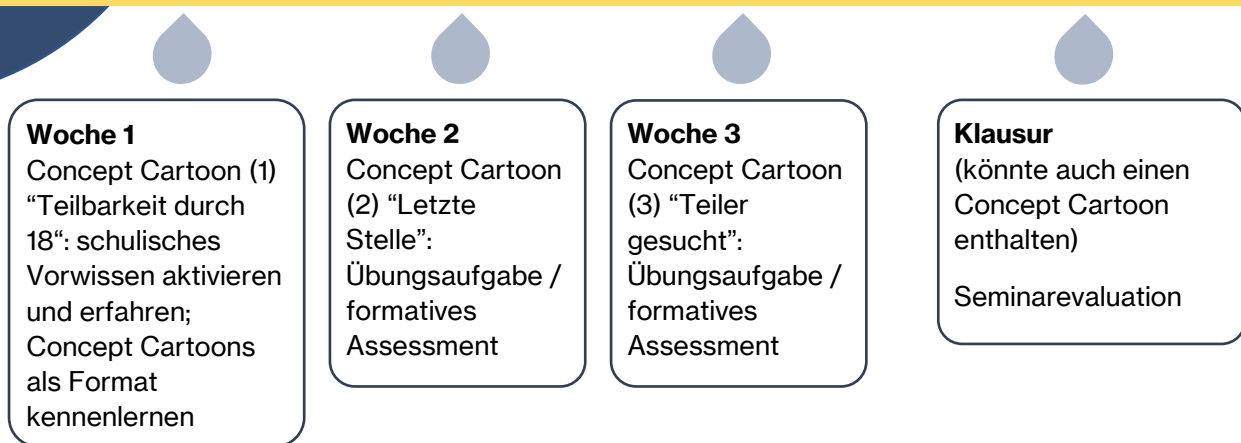
Wir schlagen vor, vergleichbare Concept Cartoons zu anderen im Kurs behandelten Aspekten der Teilbarkeit auch für formatives Assessment im Kurs zu verwenden. Die Concept Cartoons können ebenso in schriftlichen und mündlichen Prüfungen zum Thema des Kurses eingesetzt werden.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses

Teilbarkeit (erstes Thema im Arithmetikseminar), **Wochen 1-3**
(3 Präsenzveranstaltungen mit Aufgaben)

Weitere Seminarthemen:
Wochen 4-12



Literaturangaben

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? JMD 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (2022). "Helping learners" – Pre-service Mathematics teachers' conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. Springer.

Samková, L. (2022). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. CERME12 proceedings.

Samková, L. (eingereicht). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Samková, L. & Friesen, M. (2022). Concept Cartoons in a mathematics content course: future teachers' reflections. In Proceedings of the 19th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2022 (107-114). Praha: Czech University of Life Sciences.

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Prof. Dr. Marita Friesen
friesen@ph-heidelberg.de

Dr. Ralf Erens
ralf.eren@ph-freiburg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Schulbezogenes Fachwissen

und Argumentieren im Bereich

der Arithmetik am Beispiel Teilbarkeit



Eine Vignette

Schulbezogenes Fachwissen und Argumentieren

im Bereich der Arithmetik am Beispiel Teilbarkeit

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe und Sekundarstufe I im ersten Semester / Studienjahr

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die drei Vignetten sind Teil des Kurskonzepts „**Schulbezogenes Fachwissen und Argumentieren im Bereich Arithmetik am Beispiel der Teilbarkeit**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignetten werden als Lerngelegenheit und auch zum formativen Assessment genutzt, um den Lernprozess der angehenden Lehrerinnen und Lehrer in Bezug auf das Thema "Teilbarkeit", ein Unterthema im Arithmetikseminar, zu erfassen und zu evaluieren.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

zu Beginn der Lehrveranstaltung:

- Aktivierung und Wiederholung des in der Schule erlernten Inhaltswissens über Teilbarkeit => Einsicht in das Vorwissen, auf das im Seminar aufgebaut werden kann; Ermöglichung adaptiver Zugänge

während der Lehrveranstaltung:

- Einblick in den Lernprozess der Lehramtsstudierenden (formatives Assessment)
- Kennenlernen typischer Fehler und Fehlvorstellungen im Zusammenhang mit dem eigenen professionellen Lernen
- fachbezogenes Argumentieren entwickeln
- Reflexion des Lernens mit Concept Cartoons als professionelle Lerngelegenheit angehenden Mathematiklehrkräfte

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination

- mehrere Mathematikstudierende (dargestellt als unterschiedliche Cartooncharaktere) äußern sich zu einem mathematischen Problem, einer Frage bzw. einer Aussage (z.B. Ist 1764 durch 18 teilbar?)

daraus)? Gibt es begleitende Fragen oder Materialien?

- die Äußerungen enthalten neben korrekten Antworten auch typische Fehler und Fehlvorstellungen oder unvollständige Begründungen
- die Kursteilnehmenden werden gebeten, ihre eigene Antwort in einer leeren Sprechblase zu geben und auf die Antworten der verschiedenen Cartooncharaktere zu reagieren
- es gibt zu jedem Concept Cartoon vier offene Fragen, welche die Analyse und Reflexion der TN anregen und fokussieren sollen

Basieren die Vignetten auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder sind sie konstruiert?

Die Concept Cartoons sind hauptsächlich auf der Grundlage von Literatur und teilweise auch auf der Grundlage von Lehrerfahrungen entstanden; sie adressieren jeweils typische richtige, gut begründete, schlecht begründete, unvollständige und falsche Antworten von Lehramtsstudierenden im Bereich der Arithmetik.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

- schulbezogenes Fachwissen (SRCK) angehender Mathematiklehrkräfte (z.B. Dreher et al., 2018)
- Umgang mit und Lernen aus fremden und eigenen Fehlern (z.B. Heinze, 2005)
- Argumentieren (z.B. Sriraman & Umland, 2014)
- Concept Cartoons als produktive Lerngelegenheiten in der Ausbildung von Mathematiklehrkräften (z.B. Samková, eingereicht)

Kommentar / Ergänzungen

Ist das Format der Concept Cartoons neu für die Lehramtsstudierenden, sollte eine gemeinsame Einführung / Übung erfolgen, um sich mit dem Format vertraut zu machen.

Die Beschäftigung mit den Vignetten als Lernmaterial funktioniert sehr gut in kleinen Gruppen, (1) um die Diskussion über die verschiedenen Ansätze, die von den Cartoon-Figuren dargestellt werden, zu unterstützen und (2) um die fachliche Argumentation der angehenden Lehrkräfte während des Austauschs zu verbessern.

Die Beantwortung der Vignetten zur Bewertung des Lernfortschritts der angehenden Lehrkräfte kann auch individuell in mündlicher und schriftlicher Form (Einreichungsaufgabe / Abgabe Übungsaufgabe) erfolgen.

Beispielantworten von Lehramtsstudierenden zu den vorgestellten Vignetten können hier eingesehen werden:

- Samková, L. & Friesen, M. (2022). Concept Cartoons in a mathematics content course: future teachers' reflections. In Proceedings of the 19th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2022 (107-114). Praha: Czech University of Life Sciences.
- Samková, L. (2022). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. CERME12 proceedings.

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Teilbarkeit (erstes Thema im Arithmetikseminar), **Wochen 1-3**
(3 Präsenzveranstaltungen mit Aufgaben)

Weitere Seminarthemen:
Wochen 4-12

Woche 1

Concept Cartoon (1)
"Teilbarkeit durch 18": schulisches Vorwissen aktivieren und erfahren; Concept Cartoons als Format kennenlernen

Woche 2

Concept Cartoon (2)
"Letzte Stelle": Übungsaufgabe / formatives Assessment

Woche 3

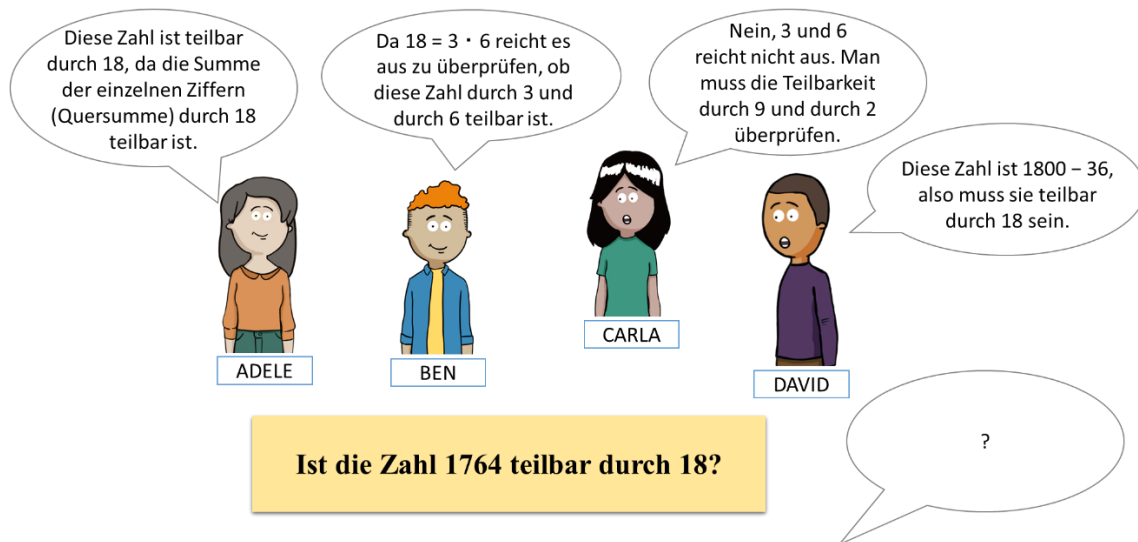
Concept Cartoon (3)
"Teiler gesucht": Übungsaufgabe / formatives Assessment

Klausur

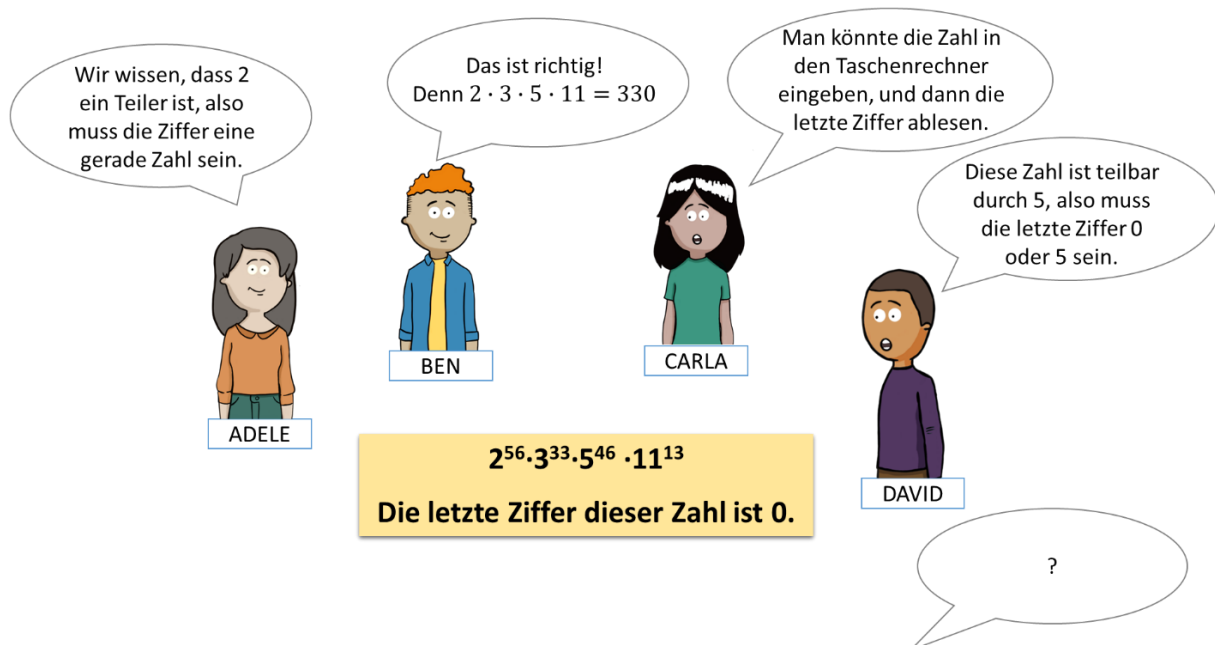
(könnte auch einen Concept Cartoon enthalten)
Seminarevaluation

Die drei vorgestellten Vignetten (wie sie im Kurs eingesetzt wurden):

Concept Cartoon (1)



Concept Cartoon (2)



Concept Cartoon (3)



Leitfragen (für jeden der Konzeptcartoons 1-3):

- Bitte entscheiden Sie: Welche Aussage/Lösung ist richtig und welche nicht?
- Versuchen Sie bitte, sich mögliche Gründe für die Lösungen auszudenken, die Sie für nicht korrekt halten. Welche Gedanken könnten hinter den Überlegungen der Lehramtsstudierenden stecken?
- Wie können Sie den anderen Lehramtsstudierenden helfen
 - (1) ihre Lösungen zu korrigieren oder
 - (2) ihre Argumentation zu entschärfen?
- Schreiben Sie die Lösung in die leere Sprechblase
- Was denken Sie: Wie kann die Arbeit mit Cartoon
- Wie kann die Arbeit mit Cartoons dazu beitragen, den Lernprozess im Bereich der Teilbarkeit zu verbessern?

Literaturangaben

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? JMD 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (2022). “Helping learners” – Pre-service Mathematics teachers’ conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. Springer.

Samková, L. (eingereicht). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de

Ralf Erens

ralf.eren@ph-freiburg.de

Libuse Samková

lSamková@pf.jcu.cz

Ceneida Fernandez

ceneida.fernandez@gcloud.ua.es

Pere Ivars

pere.ivars@gcloud.ua.es



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Entwicklung von professionellem Wissen

und Einstellungen zu kognitiv aktivierenden

Aufgaben im Geometrieunterricht



Ein Kurskonzept

Entwicklung von professionellem Wissen und Einstellungen

zu kognitiv aktivierenden Aufgaben im Geometrieunterricht

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I
(Klassen 7-10)

Was sind die **Lernziele** des
Kurses?

Entwicklung professionellen Wissens (fachlich und
fachdidaktisch) und kognitiv aktivierendes
Unterrichten., insbesondere:

- Wie ist Problemlösen im Bildungsplan eingebunden?
- Was sind die Merkmale von Problemlöseaufgaben?
- Welche Problemlösestrategien gibt es und wie können diese eingesetzt und genutzt werden?
- Wie können Selbstregulation und andere metakognitive Prozesse unterstützt werden?
- Welche Hürden können beim Umgang mit Problemlöseaufgaben bei Lehrkräften und Schüler:innen erwartet werden?
- Wie können Lehrkräfte die Lernenden beim Lösen von problemorientierten Textaufgaben unterstützen?

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut der Kurs auf?

Mathematisches Problemlösen (z.B. Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Stigler, J. W., & Hiebert, J., 1999; Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. 2014; Verschaffel et al., 1999).

Wie werden Vignetten im Kurs eingesetzt?

Vignetten zu verschiedenen Seminarinhalten werden im Kurs als Lernmaterial und zur Evaluation eingesetzt:

- zum Einstieg (Diskussionformat)
- als Lernmaterial (mit individueller Bearbeitung)
- zum Abschluss (als Diskussionformat)

Wie ist der Kurs **strukturiert** und aufgebaut?

Dauer: Der gesamte Kurs dauert 10 Monate; davon wird ein Drittel der Zeit an der Universität (meist die ersten vier Monate), zwei Drittel der Zeit in

Schulpraktika verbracht. Vignetten werden im Kurs zu unterschiedlichen Themenbereichen eingesetzt (hier: Problemlösen). Die Veranstaltungen können online oder in Präsenz ausgebracht werden.

Wie viele Vignetten
gehören zu dem Kurs?

3 bis 4 kurze Vignetten zum Wissensaufbau, zur Erfassung von Beliefs (Sichtweisen) der Lehramtsstudierenden und zum Analysieren von U-Situationen

In welchem Format liegen
diese vor und was stellen
diese dar?

Cartoonvignetten mit begleitenden Fragestellungen
Dargestellt werden U-Situationen, in denen es um
Problemlösen geht.

Basieren die Vignetten auf
echten Unterrichts- bzw.
Lehrsituationen oder sind
sie konstruiert?

Die Vignetten basieren auf Literatur oder auf echten
Transkripten und Lehr- bzw. Unterrichtserfahrungen.

Kommentare

Die Vignetten wurden für den Einsatz in
Lehrveranstaltungen sowie für Evaluationsforschung
entwickelt. Die Gestaltung der Vignetten folgt einem
Rahmenmodell, welches in folgendem Beitrag
veröffentlicht ist:

<https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Literaturangaben

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. The Journal of Mathematical Behavior, Volume 33, pp. 8-29.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. Math. Thinking & Learning, 1(3), 195–229.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erfassung von fachlichem und fachdidaktischem

Wissen und Einstellungen zu kognitiv aktivierenden

Zugängen im Geometrieunterricht (Sek I)



Eine Vignette

Erfassung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen und

kognitiv aktivierenden Zugängen im Geometrieunterricht (Sek I)

„Fläche und Umfang“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende des Faches Mathematik (Sekundarstufe I, Klassen 7-10)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurses „**Erfassung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen und Einstellungen zu kognitiv aktivierenden Zugängen im Geometrieunterricht (Sek I): Fläche und Umfang**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird als Diskussionsanlass sowie zur Evaluation von Lernprozessen im Kurs eingesetzt. Insbesondere geht es um Merkmale kognitiv aktivierender Aufgaben im Vergleich zu eher prozedural orientierten Routineaufgaben.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Kognitive Anforderungen einer Aufgabe beschreiben können
- Kognitiv aktivierende Aufgaben von Routineaufgaben unterscheiden und deren Potential beschreiben können
- Lösungswege und Herangehensweisen sowie möglich Hürden von SuS antizipieren können
- Bestimmte Zugänge in konkreten U-Situationen reflektieren und begründen können; Strategien der Lernendenunterstützung kennen und anwenden können

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?

Die Vignette besteht aus zwei aufeinanderfolgenden U-Szenen. Eine Lehrkraft präsentiert prozedural orientierte Routineaufgaben, welcher von einer anderen Lehrkraft kognitiv aktivierende Aufgaben gegenübergestellt werden.

Gibt es **begleitende Fragen**?

Es gibt begleitende Fragestellungen, die die schrittweise Auseinandersetzung mit der Vignette fördern und strukturieren.

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die Vignette ist bewusst konstruiert, um durch eine Kontrastierung die Auseinandersetzung mit unterschiedlichen Aufgabentypen anzuregen und Begründungen für die Auswahl von kognitiv aktivierenden Aufgaben zu entwickeln.

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?


Nein.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Entwicklung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen im Bereich der Geometrie; Auswahl und Einsatz kognitiv aktivierender Aufgaben

Vignette „Fläche und Umfang“


Flächeninhalt und Umfang berechnen



Ich denke, diese Aufgaben sind wirklich gut geeignet, um das Verständnis meiner Schüler:innen zum Thema Fläche und Umfang zu festigen.

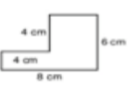
Ich glaube, sie hat da wirklich Recht...

Bestimme für jede Figur den Flächeninhalt und den Umfang.

(1) 


Perimeter: _____

Area: _____

(2) 


Perimeter: _____

Area: _____

(5) 


Perimeter: _____

Area: _____

(6) 

Perimeter: _____

Area: _____



Hmmm, ich denke die Schüler:innen können hier das Rechnen üben; aber was sagt das über ihr Verständnis aus?



Flächeninhalt und Umfang berechnen

Danke – ich finde wirklich, dass diese Aufgaben ganz andere Möglichkeiten bieten!



Ich könnte mir deshalb gut vorstellen, diese Aufgaben einzusetzen, um zu sehen, was die Schüler:innen wirklich verstehen und wie sie Flächeninhalt und Umfang miteinander verbinden...



Bearbeite die folgenden Aufgaben:



Die Fläche des Weges beträgt 32 m^2 und der Umfang der grauen Fläche beträgt 28 m . Wie breit ist der Weg?



Was kannst Du über diese Figur aussagen?



Wie kann ich den Flächeninhalt dieses Quadrats berechnen?

Flächeninhalt und Umfang berechnen

Bitte beantworten Sie die folgenden Fragen:

F1. Wie unterscheiden sich die Herangehensweisen der beiden Lehrkräfte?

F2. Wählen Sie ein Beispiel aus der zweiten Aufgabensammlung aus und beschreiben Sie möglichst genau, wie SuS hier beim Lösen vorgehen könnten.

F3. Was könnten Sie durch die gezeigte Unterhaltung über die Einstellungen der beiden Lehrkräfte aussagen?

Literaturangaben

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Research, 15(2), 4-14.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, International Journal of Research & Method in Education, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.



Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erfassung von fachlichem und fachdidaktischem

Wissen und Einstellungen zu kognitiv aktivierenden

Zugängen im Geometrieunterricht (Sek I)



Eine Vignette

Erfassung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen und Einstellungen

zu kognitiv aktivierenden Zugängen im Geometrieunterricht (Sek I)

„Auf der Suche nach kongruenten Dreiecken“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende des Faches Mathematik (Sekundarstufe I, Klassen 7-10)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurses „**Evaluation von fachlichem und fachdidaktischem Wissen und Einstellungen zu unterschiedlichen Zugängen im Geometrieunterricht (Sekundarstufe I)**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird als Diskussionsanlass sowie zur Evaluation von Lernprozessen im Kurs eingesetzt. Insbesondere geht es um Merkmale kognitiv aktivierender Aufgaben im Vergleich zu eher prozedural orientierten Routineaufgaben.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Kognitive Anforderungen einer Aufgabe beschreiben können
- Kognitiv aktivierende Aufgaben von Routineaufgaben unterscheiden und deren Potential beschreiben können
- Lösungswege und Herangehensweisen sowie möglich Hürden von SuS antizipieren können
- Bestimmte Zugänge in konkreten U-Situationen reflektieren und begründen können; Strategien der Lernendenunterstützung kennen und anwenden können

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?

Die Vignette besteht aus einer U-Szene; die Lehrkraft stellt ein geometrisches Problem und begleitet die SuS bei dessen Lösung.

Gibt es **begleitende Fragen**?

Es gibt vier begleitende Fragestellungen, die die schrittweise Auseinandersetzung mit der Vignette fördern und strukturieren.

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die Vignette wurde gestaltet auf Grundlage von Schulbuchauszügen und authentischen U-Erfahrungen.

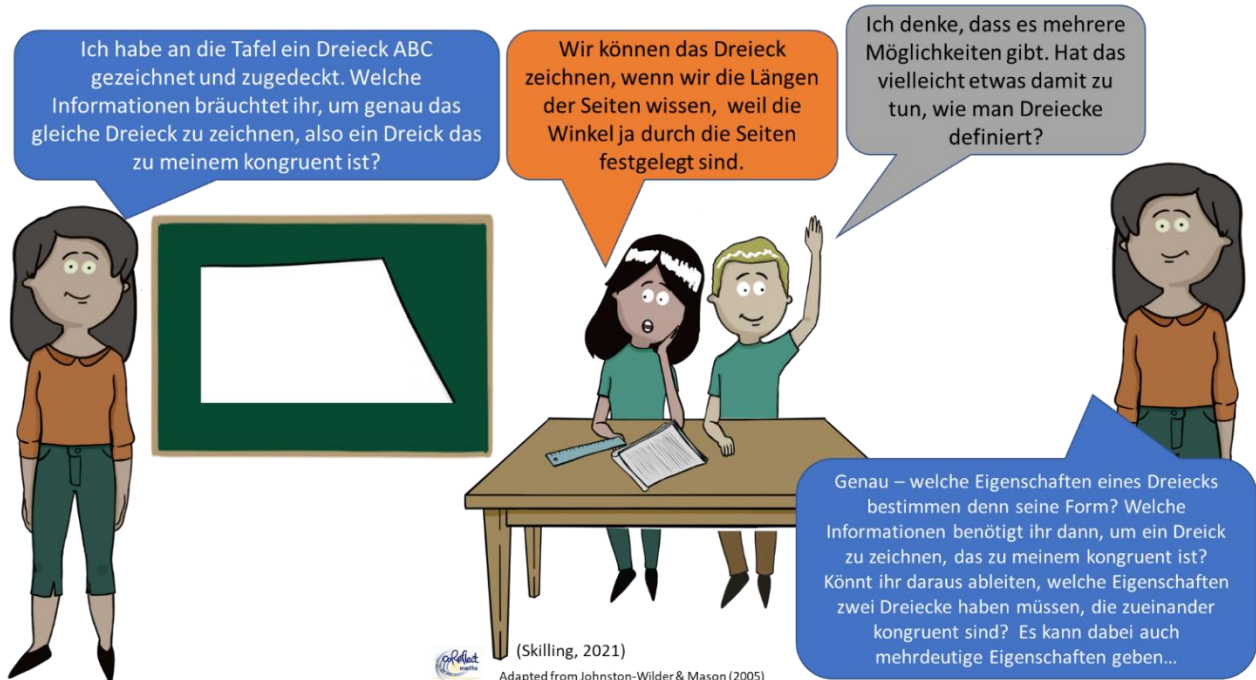
Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Nein.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Entwicklung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen im Bereich der Geometrie; Auswahl und Einsatz kognitiv aktivierender Aufgaben

Vignette “Auf der Suche nach kongruenten Dreiecken”





Fragestellungen

(fachliches Wissen aufbauen; entdeckendes Lernen und konzeptuelles Verständnis bei SuS fördern)

Die Vignette stellt Frau Müllers Zugang zur Kongruenz von Dreiecken dar. Bitte betrachten Sie die dargestellte Unterrichtssituation genau und beantworten Sie dann die folgenden Fragen:

1. Welche Informationen benötigen die Schüler:innen, um das gesuchte Dreieck zu zeichnen?
2. Welche der gesuchten Eigenschaften könnten die SuS zuerst nennen, welche als nächste?
3. Welche nicht eindeutigen Eigenschaften könnten die SuS benennen und wie würden Sie im Unterricht damit umgehen?
4. Anstatt die Eigenschaften kongruenter Dreiecke am Stundenbeginn zu benennen, wählt Frau Müller den gezeigten Zugang. Welche Denkprozesse wurden dadurch bei den SuS angeregt, die insbesondere für das Lernen im Geometrieunterricht relevant sind?
5. Wie könnten Sie die Herangehensweise von Frau Müller auf die Einführung von Vierecken übertragen? Beschreiben Sie ein konkretes Beispiel.

Literaturangaben

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Sawyer, R.K. (2014, Eds.). *The Cambridge handbook of the learning sciences*. Cambridge: Cambridge University Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.

Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>



Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erfassen von professionellem Wissen und

Handlungsentscheidungen beim

Problemlösen in der Sekundarstufe I



Eine Vignette

Erfassen von professionellem Wissen und Handlungsentscheidungen

beim Problemlösen in der Sekundarstufe I

„Das Problem des Eierverkäufers“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende des Faches Mathematik
(Sekundarstufe I, Klassen 7-10)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts
„Erfassen von professionellem Wissen und Handlungsentscheidungen beim Problemlösen in der Sekundarstufe I“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird bei Lehramtsstudierenden als Diskussionsanlass zu Potentialen und Herausforderungen beim Einsatz von Problemlöseaufgaben sowie zur Evaluation des Lernens zu Merkmalen von Problemlöseaufgaben eingesetzt.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Selbst eine Problemlöseaufgabe lösen und typische Merkmale von problemorientierten Textaufgaben identifizieren können
- Auseinandersetzung mit der gegebenen Problemlöseaufgabe anregen: benötigtes Wissen und eingesetzte Strategien benennen, die zum Lösen der Aufgabe herangezogen wurden
- Überlegungen anstellen, wie man die gegebene Aufgabe in einer bestimmten Klassenstufe einsetzen würde
- Auseinandersetzung mit und Einschätzung von typischen Sichtweisen zu Herausforderungen und Potentialen beim Einsatz von Problemlöseaufgaben im Unterricht
- Verschiedene Zugänge zu Handlungsentscheidungen in konkreten U-Situationen kennenlernen und reflektieren, insbesondere bei der Lernendenunterstützung

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format**?

Die Vignetten bestehen aus einer Szene, in der anhand einer Problemlöseaufgabe von sieben fiktiven LA-Studierenden (Cartooncharaktere) Potentiale



und mögliche Herausforderungen beim Einsatz von Problemlöseaufgaben im allgemeinen benannt werden. Die Kommentare der Cartoon-Charaktere sind so gewählt, dass sie die Äußerung der eigenen Sichtweisen zum Einsatz von Problemlöseaufgaben herausfordern.

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die Vignette basiert auf Literatur zu Sichtweisen von Lehrkräften zum Problemlösen im Mathematikunterricht (Anderson, Sullivan & White, 2004).

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Nein.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Mathematisches Problemlösen; Einsatz von Vignetten (Rahmenmodell zum Vignettendesign); s. Literatur

Vignette “Das Problem des Eierverkäufers”

Mit dem Bearbeiten der folgenden Aufgaben steigen Sie in das Thema Problemlösen ein. Bitte lösen Sie als erstes die untenstehende Aufgabe. *Sie können Ihre Lösung entweder direkt hier ins Word-Dokument eintragen oder auf einem Extrablatt notieren und dann abfotografieren/abschannen und hier einfügen. Nutzen Sie so viel Platz, wie Sie brauchen.*

Beim Ausliefern passiert einem Eierverkäufer ein Missgeschick und alle Eier zerbrechen. Der Eierverkäufer konnte sich nicht erinnern, wie viele Eier in der Lieferung waren; er wusste aber noch, dass er beim Versuch alle Eier in Zweier-, Dreier-, Vierer-, Fünfer- und Sechschachteln zu verpacken, immer genau ein Ei übrig hatte. Er konnte die Eier aber in Siebenschachteln verpacken, ohne dass ein Ei übrig war. Welches ist die kleinste Anzahl an Eiern, die hier ausgeliefert wurden?

- Welches **mathematische Wissen** haben Sie angewendet, um die Aufgabe zu lösen?
- Welche **Strategien** haben Sie zum Lösen der Aufgabe genutzt?

Im Cartoon unterhalten sich Studierende aus unserem Seminar (A-G) zum Problemlösen im Mathematikunterricht. Bitte kreuzen Sie für jeden Kommentar an, wie sehr Sie zustimmen und begründen Sie jeweils Ihre Auswahl. Notieren Sie anschließend auch **Ihre eigene Sichtweise** zum Problemlösen.



Das Eierverkäufer-Problem

Beim Ausliefern passiert einem Eierverkäufer ein Missgeschick und alle Eier zerbrechen. Der Eierverkäufer konnte sich nicht erinnern, wie viele Eier in der Lieferung waren; er wusste aber noch, dass er beim Versuch alle Eier in Zweier-, Dreier-, Vierer-, Fünfer- und Sechschachteln zu verpacken, immer genau ein Ei übrig hatte. Er konnte die Eier aber in Siebenschachteln verpacken, ohne dass ein Ei übrig war. Welches ist die kleinste Anzahl an Eiern, die hier ausgeliefert wurden?

Was denken Sie?

Studierende (A-G)	stimme überhaupt nicht zu stimme nicht zu stimme teilweise zu stimme zu stimme voll und ganz zu					Bitte notieren Sie eine Begründung für Ihre Auswahl. <i>Nutzen Sie so viel Platz, wie Sie brauchen.</i>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	<i>Zum Ankreuzen einfach das Kästchen löschen und durch X ersetzen.</i>					
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
E	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
G	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Was denken Sie?						Notieren Sie hier Ihre eigene Sichtweise zum Problemlösen im Mathematikunterricht.

Literaturangaben

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 33, pp. 8-29.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Trabajar con diferentes representaciones

en el aula de matemáticas



un concepto de curso para

Trabajar con diferentes representaciones

en el aula de matemáticas

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas de Educación Primaria y Secundaria (cursos 1-4 y 5-12/13)

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** del curso?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para maestro/profesor para analizar el uso de representaciones en el aula de matemáticas, con un análisis flexible con focos en:

- Análisis de tareas (materiales y páginas de libros de texto).
- Análisis de la interacción/diálogos en el aula
- Análisis de las dificultades de los alumnos

Desarrollar conocimientos, puntos de vista y conciencia profesionales relacionados.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Representaciones de objetos matemáticos (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); competencia de los docentes para analizar el uso de representaciones en el aula de matemáticas (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); conocimiento profesional, ser consciente de y análisis de los docentes (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

¿Cuál es la **estructura** del curso?

Duración: Un semestre, con seminarios semanales de 90 minutos

Estructura:

- **Cuestionario inicial** (viñeta)
- **Introducción a la teoría** de las representaciones de objetos matemáticos usando ejemplos
- **Ejemplo de análisis** de una viñeta en formato video con una solución de muestra



Continuación

¿Cuál es la **estructura**
del curso?

- **Trabajo basado en viñetas** con material combinado y viñetas de situaciones en el aula:
 - Los estudiantes para maestro/profesor preparan sesiones, preguntas de análisis y actividades para sus compañeros, organizan debates y reflexiones
 - Los estudiantes para maestro/profesor recopilan el análisis de sus compañeros y brindan comentarios relacionados con los criterios del marco teórico sobre representaciones
 - Se les pide a los estudiantes para maestro/profesor que han preparado una sesión, que preparen el análisis, que mejoren los diálogos del aula y
 - mejoren los materiales centrados en el alumno
 - relacionados con el material dado en la viñeta
 - Se pide a los estudiantes para maestro/profesor que
 - documenten los resultados de las sesiones del
 - seminario en formato de portfolio
- **Cuestionario final** (viñeta), retroalimentación, autoevaluación del progreso

¿Cómo es el **formato** del curso?

En línea (como consecuencia de la situación de pandemia) y formatos presenciales son posibles / disponibles (Ver también la descripción de la estructura del curso más arriba)

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Viñetas que combinan material y situaciones de aula. Representación del material y de la situación de aula relacionada con el trabajo con el material; Formato: texto y/o dibujos animados; también son posibles las viñetas de vídeo

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

Más de 20 viñetas que combinan material y situaciones de aula, disponibles para la elección de los participantes, el curso está abierto en general a viñetas producidas/traídas por los profesores en formación



¿Son las viñetas auténticas, o adaptadas?

El conjunto de más de 20 viñetas mencionadas se ha diseñado específicamente para ofrecer reflexiones ricas y debate que favorezcan una mejora.

¿Existe **material complementario** para los participantes del curso?

En la sección "teoría relacionada", hay un documento de texto relacionado con la introducción a la teoría de representaciones de objetos matemáticos, con publicaciones seleccionadas.

Otros **comentarios** / recomendaciones

El trabajo teórico sobre las viñetas es clave para el desarrollo de la competencia de análisis en los participantes.

Descripción del curso y cronograma que muestra el uso de viñetas en el curso

El curso comienza con una prueba previa (pre-test) basada en viñetas, que permite evaluar el progreso de los participantes, también a través de su autoevaluación. Tras una introducción a la teoría de las representaciones de los objetos matemáticos y a las formas de usar múltiples representaciones en el aula de matemáticas, se elaboran, junto con los participantes, preguntas de análisis basadas en criterios. Éstas se utilizan para analizar una viñeta de muestra junto con los participantes. A continuación, se pide a los estudiantes para maestro/profesor que preparen el análisis de viñetas que pueden elegir de un conjunto de más de 20 viñetas. Todas estas viñetas combinan material y situaciones de aula: Abarcan tanto representaciones de material como representaciones de una situación de aula relacionada con el trabajo con este material. El formato de las viñetas consiste en elementos de texto y/o de dibujos animados; también son posibles las representaciones en vídeo.

Se pide a los estudiantes para maestro/profesor que preparen una sesión, con preguntas de análisis y actividades para sus compañeros, que organicen el debate y la reflexión, que recojan los análisis de sus compañeros y que proporcionen comentarios relacionados con los criterios que proporciona la teoría del uso de representaciones. A los estudiantes para maestro/profesor que han preparado la sesión se les pide además que preparen un análisis de ejemplo, diálogos mejorados en el aula y material mejorado centrado en el alumno con respecto al material dado en la viñeta. Así, se les pide que elaboren elementos de la situación mejorados con el trasfondo de la teoría del tratamiento de las múltiples representaciones de los objetos matemáticos.

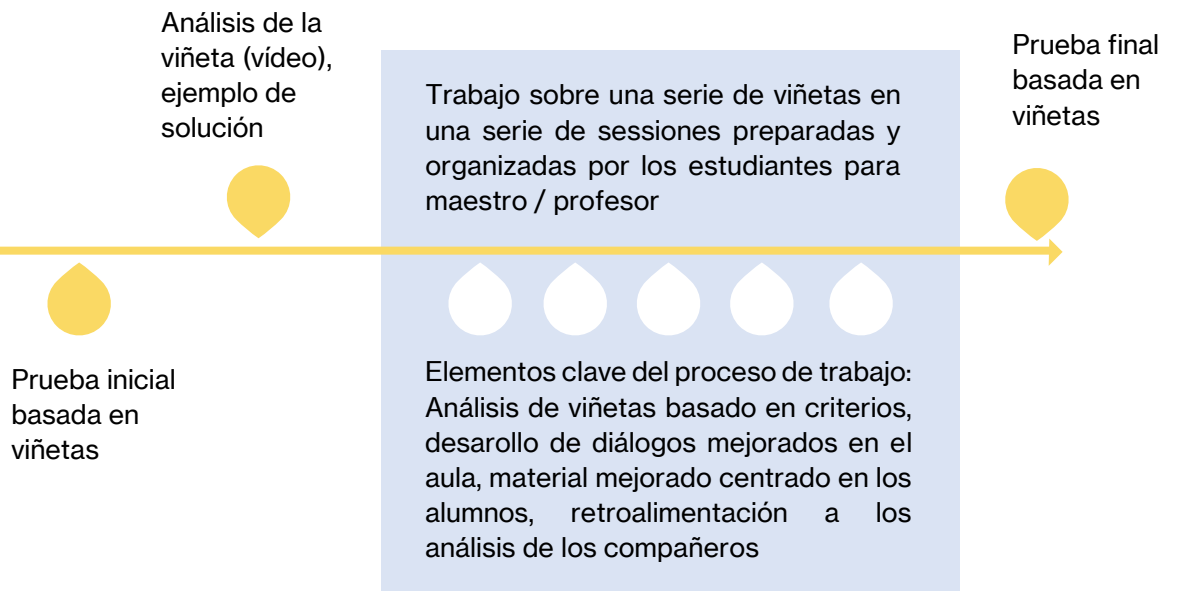
En general, se pide a los estudiantes para maestro/profesor que documenten los resultados de las sesiones del seminario en un portfolio.



Tras completar el cuestionario final (post-test basado en viñetas), se invita a los participantes a dar su opinión y, basándose en sus respuestas al cuestionario inicial y final, se les pide que autoevalúen sus progresos y resultados de aprendizaje.

Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:



Referencias

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2, pp. 259–266)*. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 435-442). Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csikos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPM (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPM (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, marita.friesen@ph-freiburg.de



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Reflexionar sobre cómo se trabajan las

representaciones de los objetos

matemáticos



una viñeta para

Reflexionar sobre cómo se trabajan las

representaciones de los objetos matemáticos

“Diagrama de árbol”

¿A **quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de Educación Primaria y Secundaria (cursos 1-4 y 5-12/13); Esta viñeta se centra en Educación Secundaria

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Forma parte del curso:
Trabajar con diferentes representaciones en el aula de matemáticas

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Esta viñeta es una de las más de 20 viñetas en las que pueden trabajar los estudiantes para maestro/profesor (ver curso)

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para maestro/profesor para analizar el uso de las representaciones en el aula de matemáticas, con un análisis flexible con focos en:

- Análisis de tareas (materiales y páginas de libros de texto).
- Análisis de la interacción/diálogos en el aula
- Análisis de las dificultades de los alumnos

Desarrollar conocimientos, puntos de vista y conciencia profesionales relacionados.

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

Viñetas que combinan material y situaciones de aula. Representación del material y de la situación de aula relacionada con el trabajo con el material;

Formato: texto y/o dibujos animados; también son posibles las viñetas de video

¿**Cuánto tiempo** duraría la situación en el aula?

Situación en el aula que forma parte de la viñeta:
Unos 5-10 min.



¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Esta viñeta ha sido diseñada específicamente para ofrecer reflexiones ricas y debate que favorezcan una mejora

¿Hay **material de texto** complementario para los participantes en el curso?

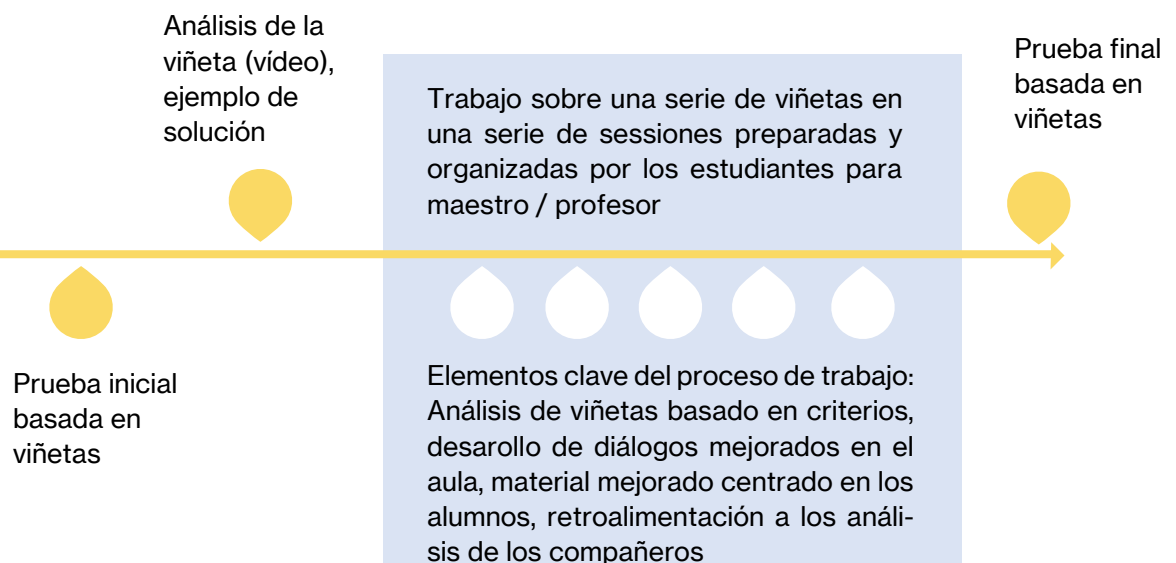
Ver el curso "**Trabajar con diferentes representaciones en el aula de matemáticas**"

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Representaciones de objetos matemáticos (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); competencia de los docentes para analizar el uso de representaciones en el aula de matemáticas (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); conocimiento profesional, ser consciente de y análisis de los docentes (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:



Viñeta – “Diagrama de árbol”

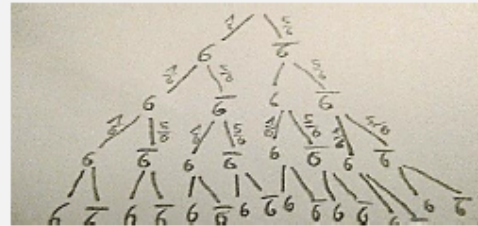
El tema es cómo utilizar diagramas de árbol para calcular probabilidades. A continuación, hay una página de un libro de texto que introduce ese tema y un ejercicio en el que los alumnos deben trabajar en un entorno de aprendizaje a distancia. Los alumnos tienen la posibilidad de contactar con el profesor en línea.

[El material (ficticio) del libro de texto que aparece a continuación está inspirado en una sección auténtica de un libro de texto alemán, véase Brandt, D. et al. (2006). *Lambacher Schweizer 4. Mathematik für Gymnasien. BW. Stuttgart: Klett. pp. 162-163*].

Cómo usar correctamente los diagramas de árbol

Max tiene que encontrar la probabilidad de sacar al menos una vez 6 entre 5 intentos. Ha empezado a dibujar un diagrama de árbol.

Nadja examina el dibujo de Max y dice “Nunca vas a terminar con todas estas ramas.”

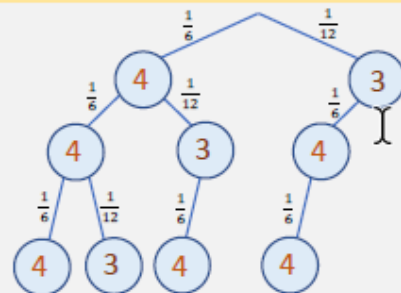


A veces, los diagramas de árbol son demasiado grandes. Puedes ahorrar tiempo si dibujas solo la parte del árbol que es necesaria para calcular la probabilidad que te piden.



Gira tres veces la ruleta que se muestra aquí. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea al menos 11? El diagrama de árbol solo muestra las ramas que conducen a sumas superiores a 10. Según las reglas de cálculo en los diagramas de árbol la probabilidad es

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{432} \approx 1\%$$



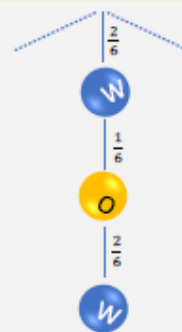
Para determinar las probabilidades en los experimentos aleatorios de varios niveles, solo se utiliza la parte del diagrama de árbol que contiene los caminos necesarios.



Ejemplo 1: Elección de una ruta

Una urna contiene bolas con letras. Se extrae tres veces una bola al azar, se anota la letra y se vuelve a introducir la bola en la urna. ¿Con qué probabilidad los experimentos dan la palabra WOW?

Solución: La probabilidad de la palabra WOW es $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$ (camino en la figura de la derecha)



Uno de los ejercicios después de esta sección de introducción del libro de texto es:

La policía ha identificado a nueve sospechosos, entre ellos cuatro ladrones que la policía ha estado buscando durante mucho tiempo. La superintendente Anna R. los interroga, arresta a tres de estos sospechosos y todos resultan ser ladrones. ¿Con qué probabilidad la superintendente Anna habría obtenido un resultado tan bueno, seleccionando a los tres por casualidad?

Los alumnos trabajan individualmente en casa como consecuencia de la situación del covid-19. Una alumna está en contacto con su profesor en una videoconferencia y le hace una pregunta

Nosotros teníamos que resolver las tareas de la introducción de la página 162, incluyendo la tarea 5. Pero no entiendo esta tarea.

¿Qué es lo que no entiendes?

La superintendente ha interrogado a nueve personas. Así, se ha dado cuenta de que cuatro de ellos son ladrones. Y ella arresta a tres de ellos.

Humm, que los tres son realmente los ladrones que habían estado buscando solo se sabe después, dice "y todos ellos resultan ser ladrones". Pero en cualquier caso se tiene que dibujar un árbol aquí

Sí, eso es lo que he intentado, pero me he atascado. Hay 9 ramas, y luego siempre 8, por lo que se obtiene muchos de ellos.

Eso está claro... Bueno, mi árbol solo tiene dos ramas en el primer nivel y luego solo he seguido una de ellas, de nuevo con dos ramas. He considerado los resultados "ladrón" y "no ladrón", denotados por la E y E^c . También puedes imaginarte que tienes una urna con dos tipos de bolas dentro..

Un momento, voy a dibujar los dos primeros pasos de mi árbol y ponerlo ante la cámara.

Ahora te toca añadir el tercer paso a ti misma y calcular el resultado. ¿Lo conseguirás?



Referencias

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2, pp. 259–266)*. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 435-442)*. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219)*. Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Utilizar los errores como oportunidades

de aprendizaje en el aula de matemáticas



un concepto de curso para

Utilizar los errores como oportunidades

de aprendizaje en el aula de matemáticas

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (5º y 6º curso) y Educación
Secundaria (1º a 4º)

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para profesor para analizar

- los errores (matemáticamente)
- el pensamiento de los alumnos detrás del error
- el potencial de aprendizaje relacionado con el error (para el alumno que lo ha cometido y para todos los alumnos de la clase)
- cómo se tratan los errores en el aula de matemáticas
- lo que pueden ofrecer las distintas formas de reaccionar o tratar el error en términos de aprendizaje

El desarrollo de un conocimiento profesional, diferentes perspectivas y el “ser consciente de”

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Teoría del conocimiento negativo (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); aspectos y posibilidades de tratar los errores (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); la competencia de análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016); el conocimiento profesional, el ser consciente de y el análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al, 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); perspectivas y análisis de los profesores relacionados con la gestión de errores (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992).



¿Cuál es la **estructura** del curso?

Duración:

- Un semestre con sesiones de seminario semanales de 90 minutos

Estructura:

- Prueba inicial (basada en viñetas)
- Introducción a diferentes teorías relacionadas con los errores (por ejemplo, Weimer, 1925; Skinner, 1958; Oser, et al., 1998), con el conocimiento negativo (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005), y con el uso productivo de los errores como oportunidades de aprendizaje (Guldemann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005)
- Análisis de los primeros vídeos y/o viñetas con discusión relacionadas con las observaciones basadas en la teoría; incluyendo el análisis de los errores relacionados con las matemáticas
- Introducción a un marco teórico más profundo relacionado con los enfoques constructivistas moderados del aprendizaje (por ejemplo, Reinmann-Rothmeier y Mandl, 2001; Klein y Oettinger, 2000), con la metacognición (por ejemplo, Cohors-Fresenborg y Kaune, 2001, 2003) y con los aspectos motivacionales de la gestión de errores (por ejemplo, Dweck, 1986)
- Revisión de las viñetas analizando las posibilidades de reacción alternativas sobre la base de un marco teórico más profundo; sistematización del análisis mediante un modelo de pasos de análisis (metaconocimiento relacionado con el análisis para los participantes)
- Análisis centrado en los participantes de otras viñetas de vídeo y/o de dibujos animados con discusión relacionada con las observaciones basadas en la teoría y los análisis de las posibilidades de reacción:
 - Los estudiantes para profesor preparan sesiones y actividades para sus compañeros, organizan el debate y la reflexión
 - Los estudiantes para profesor recogen los análisis de sus compañeros y proporcionan información relacionada con el modelo de pasos de análisis (información sobre si se han cubierto los pasos mediante pensamientos sustanciales basados en criterios)



- Se pide a los estudiantes para profesor que han preparado la sesión que preparen el análisis de "su" viñeta.
- Se pide a los estudiantes para profesor que documenten los resultados de las sesiones del seminario en formato de portafolio.

- Prueba final (basada en la viñeta), retroalimentación, autoevaluación del progreso

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Viñetas de situaciones de aula combinadas con material de tareas relacionado con las situaciones de error: Representación del material de aprendizaje y de la situación en el aula; Formato: viñetas de texto, de dibujos animados y/o de video

¿Cuántas viñetas forman parte del curso?

Alrededor de 15 viñetas de situaciones de clase para que las elijan los participantes, el curso en general abierto a viñetas producidas/traídas por los estudiantes para profesor; viñetas de introducción

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Se incluyen tanto viñetas derivadas de situaciones auténticas del aula como viñetas diseñadas específicamente para ofrecer un rico potencial de reflexión, debate y razonamiento sobre las posibilidades de reacción relacionadas con los errores

¿Cómo es el formato del curso? (organización de las sesiones, online/fuera de línea/híbrido, duración, ...)

Son posibles los formatos online y presencial; el curso está previsto que cubra todo un semestre (unas 14 sesiones de 90 minutos cada una), también son posibles módulos de curso más cortos (por ejemplo, para integrarlos en otros seminarios, como una subsección)

Descripción del curso y cronograma que muestra el uso de viñetas en el curso

Una prueba inicial basada en una viñeta inicia el curso. Cumple tanto la función de iniciar el curso mostrando la relevancia del tema para la práctica en el aula como la de ayudar a evaluar el progreso de los participantes. La teoría (multifacética) relacionada con el tratamiento de los errores se introduce en un enfoque de dos pasos interrumpido por el trabajo basado en viñetas, con el fin de evitar una acumulación de contenido teórico que luego podría estar más desconectado con el análisis de situaciones de la práctica en el aula. En primer lugar, se introducen



las definiciones de los errores y los marcos teóricos de los que proceden. Existen perspectivas teóricas contrapuestas, lo que hace que esta sección del curso sea especialmente rica en contrastes: Por un lado, según un punto de vista conductista (por ejemplo, Skinner, 1958; cf. Weimer, 1925), los errores son "accidentes" que deben evitarse y más bien no recibir atención para no aprender conocimientos incorrectos, por otro lado, el enfoque del conocimiento negativo destaca el valor de los errores para el aprendizaje y, en particular, para la construcción del llamado conocimiento negativo (por ejemplo, Oser et al., 1998).

A continuación, se pretende conectar estos antecedentes teóricos con los contextos de la práctica mediante el análisis de ejemplos de viñetas. Para estas actividades de análisis se pueden utilizar tanto viñetas de dibujos animados como viñetas de vídeo reales del aula.

En un segundo paso, se introducen más antecedentes teóricos para que los participantes aprendan a conectar esos aspectos con las situaciones del aula: Este segundo paso reconoce la gran complejidad de las situaciones de error debido a la relevancia de los múltiples criterios. Los marcos teóricos introducidos en este segundo paso cubren los enfoques constructivistas moderados del aprendizaje (por ejemplo, Reinmann-Rothmeier y Mandl, 2001; Klein y Oettinger, 2000), el papel de la metacognición (por ejemplo, Cohors-Fresenborg y Kaune, 2001, 2003), que puede tenerse en cuenta especialmente en la interacción en el aula marcada por el discurso, y el papel de los aspectos motivacionales de la gestión de errores (por ejemplo, Dweck, 1986). Posteriormente, se revisan las viñetas seleccionadas y se analizan otras viñetas con respecto a todo el abanico de criterios.

Se introduce un modelo de pasos de análisis para estructurar el proceso de análisis y para reforzar a los participantes mediante el correspondiente metaconocimiento relacionado con el análisis.

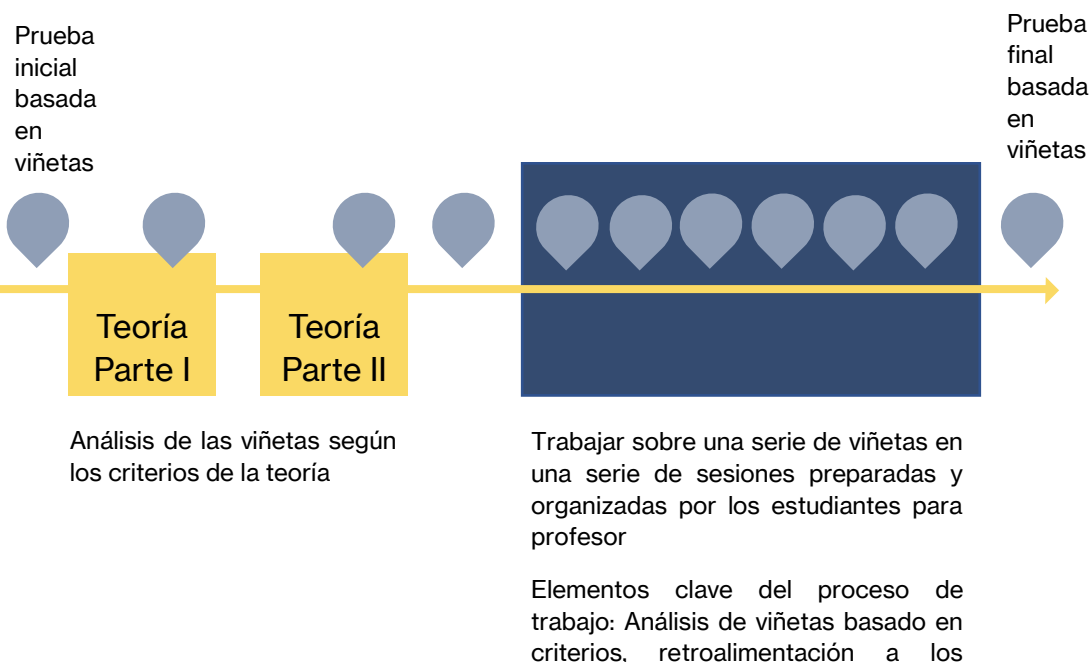
A continuación, se pide a los estudiantes para profesor participantes que preparen análisis de viñetas que pueden elegir de un conjunto de unas 15 viñetas. Estas viñetas consisten en representaciones de situaciones de clase y de las tareas que conllevan. Los formatos de las viñetas varían desde el texto, los dibujos animados, hasta los formatos de vídeo (este último formato depende de las posibles restricciones relacionadas con la protección de datos para algunas viñetas). A los estudiantes para maestro participantes se les pide que preparen una sesión, con preguntas de análisis y actividades para sus compañeros, que organicen la discusión y la reflexión, que recojan los análisis de sus compañeros y que proporcionen retroalimentación relacionada con el modelo de pasos de análisis. A los estudiantes para maestro que han preparado la sesión se les pide además que preparen análisis ejemplares.

En general, se pide a los estudiantes para profesor participantes que documenten los resultados de las sesiones del seminario en formato de portafolio.

Después de completar la prueba final (basada en viñetas), se invita a los participantes a dar su opinión, y sobre la base de sus respuestas a la prueba inicial y final, se les pide que autoevalúen sus progresos y resultados de aprendizaje.

Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:



Referencias

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected

Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41(10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Bei-träge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). Konstruktivismus. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proceedings of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.



Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. Journal für Mathematik-Didaktik, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. Review of Educational Research, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), Pädagogische Psychologie. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.

Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 71-88). Opladen: Les-ke+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. Teaching and Teacher Education, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im

Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2009 (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). *Psychologie der Fehler*. Leipzig: Klinkhardt.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Reflexionar sobre la actuación del profesor

en relación con el fomento de la interacción

de los alumnos respecto a los errores



una viñeta para

Reflexionar sobre la actuación del profesor en relación con el

fomento de la interacción de los alumnos respecto a los errores

“Probar y des-probar”

¿**A quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (5º y 6º curso) y Educación
Secundaria (1º a 4º)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Sí, forma parte del curso:

Utilizar los errores como oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas

¿Cuál es **el contexto** en el que la viñeta se usa?

Esta viñeta es una de las viñetas para analizar y debatir situaciones de clase basadas en los nuevos criterios teóricos introducidos en el curso (véase el curso)

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para profesor para analizar

- los errores (matemáticamente)
- el pensamiento de los alumnos detrás del error
- el potencial de aprendizaje relacionado con el error (para el alumno que lo ha cometido y para todos los alumnos de la clase)
- cómo se tratan los errores en el aula de matemáticas
- lo que pueden ofrecer las distintas formas de reaccionar o tratar el error en términos de aprendizaje

El desarrollo de un conocimiento profesional, diferentes perspectivas y el “ser consciente de”

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Esta viñeta muestra una situación de aula real, que ha sido diseñada de acuerdo con un vídeo de aula. Esto da lugar a posibilidades específicas de observación, por ejemplo, la observación de dificultades en el discurso de la clase, frases incompletas, etc.

En esta situación, un alumno localiza un error -un hecho que se había observado muy raramente en la muestra de vídeo de la que procede la situación- un aspecto entre muchos otros



¿**Cuánto tiempo** duraría la situación en el aula?

Situación en el aula parte de la viñeta: Unos 5-10 min.

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Véase más arriba, esta viñeta se ha diseñado según un vídeo auténtico de clase

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

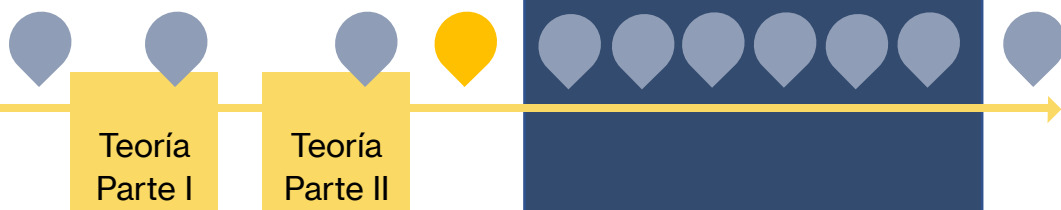
Teoría del conocimiento negativo (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); aspectos y posibilidades de tratar los errores (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); la competencia de análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016); el conocimiento profesional, el ser consciente de y el análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al, 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); perspectivas y análisis de los profesores relacionados con la gestión de errores (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992).

Posición de la viñeta

en el curso:

Prueba inicial basada en viñetas

Prueba final basada en viñetas



Análisis de las viñetas según los criterios de la teoría

Trabajar sobre una serie de viñetas en una serie de sesiones preparadas y organizadas por los estudiantes para profesor

Elementos clave del proceso de trabajo: Análisis de viñetas basado en criterios. retroalimentación a los análisis



Viñeta – “Probar y des-probar”

1

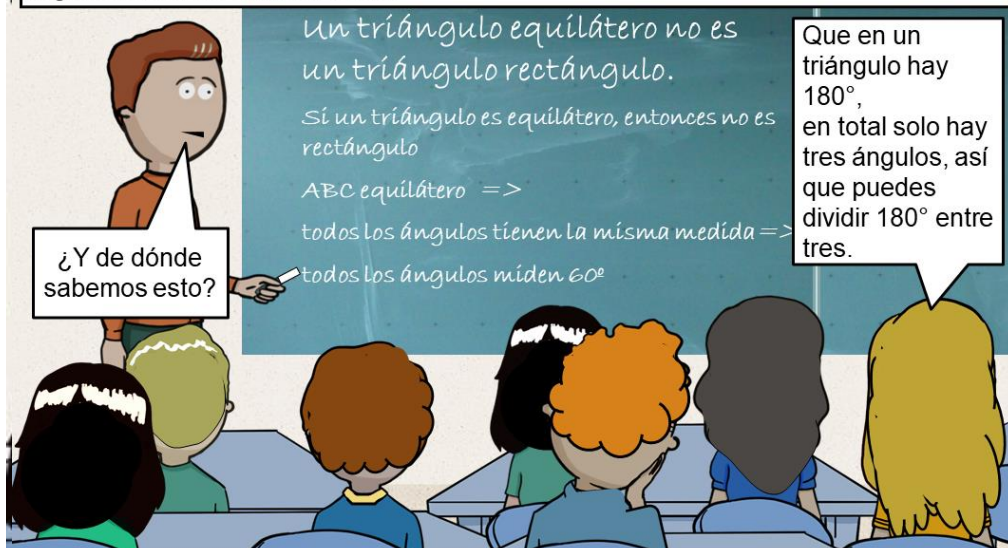
Un triángulo equilátero no es un triángulo rectángulo.

- Contexto de la situación real de aula:

- Clase de geometría de 1º ESO
- Justo antes, los alumnos habían estado trabajando (durante unos 10 minutos) en parejas en tareas de argumentación, que ahora se están discutiendo
- Se discuten las argumentaciones relacionadas con la afirmación „Un triángulo equilátero no es un triángulo rectángulo“.

2

Poco después, el profesor ha ido anotando poco a poco en la pizarra lo que un alumno ("Pablo") ha presentado como solución. Ahora repasa los pasos de la argumentación con los alumnos:



3



4





5



6





7



8





9



10





11

Sí, precisamente. Lo que Pablo nos ha dicho aquí tan rápido era una prueba para esta afirmación. El enunciado que hemos establecido aquí, lo hemos reformulado en un enunciado "si-entonces" y solo hemos utilizado las cosas que ya conocíamos. Primero la premisa, luego los ángulos en un triángulo equilátero, la suma de los ángulos en el triángulo y con todo esto hemos descubierto que el triángulo no puede ser rectángulo.



Referencias

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41 (10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom



Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Bei-träge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) *Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the class-room. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Szitányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim: Beltz.



- Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.
- Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.
- Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.
- Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 71-88). Opladen: Les-ke+Budrich.
- Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.
- Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.
- Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].
- Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37.
- Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.
- Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.
- Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.
- Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73-94). Dordrecht: Kluwer.
- Weimer, H. (1925). *Psychologie der Fehler*. Leipzig: Klinkhardt.



Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Promover la argumentación

en el aula de matemáticas



un concepto de curso para

Promover la argumentación

en el aula de matemáticas

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (5º y 6º curso) y Educación
Secundaria (1º a 4º)

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para maestro/profesor para analizar

- el contenido matemático con respecto a la identificación de oportunidades de aprendizaje relacionadas con la argumentación
- el razonamiento de los alumnos
- las situaciones del aula con respecto a las oportunidades de argumentación
- en qué medida las diferentes reacciones de los profesores pueden promover el razonamiento y la argumentación de los alumnos

El desarrollo/construcción de conocimiento profesional, diferentes perspectivas y “el ser consciente de”

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

La argumentación y la prueba en el aula de matemáticas y los resultados empíricos relacionados (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); aspectos y posibilidades de promover el discurso y la argumentación (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); la competencia de análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016); el conocimiento profesional, el ser consciente de y el análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); perspectivas y análisis de los



profesores relacionados con la argumentación (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy y Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012).

¿Cuál es la **estructura** del curso?

Duración: (hasta) un semestre con sesiones de seminario semanales de 90 minutos

Estructura:

- Prueba inicial (basada en viñetas)
- Parte I: introducción al papel de la prueba y la argumentación en la disciplina de las matemáticas, utilizando el método Topic Study (Kuntze, 2006)
- Parte II: introducción a diferentes teorías relacionadas con la argumentación y la prueba (por ejemplo Healy & Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); en particular, se pone de manifiesto el papel potencialmente perjudicial de los patrones de interacción centrados en el profesor para la argumentación y el discurso en el aula; el trabajo basado en viñetas
- Parte III: estrategias para potenciar la argumentación en el aula de matemáticas: Discourse-oriented approaches to classroom interaction (por ejemplo, Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021): trabajo basado en viñetas
- Prueba final (basada en viñetas), retroalimentación, autoevaluación del progreso

¿**Qué se representa y en qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

Viñetas de situaciones de clase combinadas con material de tareas relacionado con las situaciones de clase: Formatos posibles: viñetas de texto y de dibujos animados, (las viñetas de vídeo también están disponibles en algunos casos, pero están sujetas a posibles restricciones relacionadas con la protección de datos)

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

Dependiendo del tiempo disponible, se incluyen en el curso de 6 a 10 viñetas de situaciones de aula; el curso también está abierto en general a viñetas producidas/traídas por los profesores en formación



¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Se incluyen tanto viñetas derivadas de situaciones auténticas del aula como viñetas diseñadas específicamente para ofrecer un rico potencial de reflexión, debate y razonamiento sobre las oportunidades de promover la argumentación en el aula de matemáticas

¿Cómo es el **formato del curso**? (organización de las sesiones, online/fuera de línea/híbrido, duración, ...)

Son posibles los formatos online y presencial; el curso está previsto que cubra un semestre (unas 14 sesiones de 90 minutos cada una), también son posibles módulos de curso más cortos (por ejemplo, para integrarlos en otros seminarios, como una subsección

Descripción del curso y cronograma que muestra el uso de viñetas en el curso

El curso comienza con un pre-test inicial basado en viñetas, que también se centra en las opiniones de los profesores relacionadas con la argumentación en el aula de matemáticas. Este instrumento en forma de cuestionario abre el tema del curso y ayuda a evaluar el progreso de los participantes.

La primera parte del curso es una introducción al papel de la prueba y la argumentación en la disciplina de las matemáticas, utilizando el método de Topic Study (Kuntze, 2006). Los participantes deben redactar un informe resumiendo lo estudiado. Sobre esta base, la parte II del curso se centra en aspectos clave de la teoría de la educación matemática y en los hallazgos de los estudios empíricos relacionados con la argumentación en el aula de matemáticas; en particular, se pone de manifiesto el papel potencialmente perjudicial de los patrones de interacción centrados en el profesor para la argumentación y el discurso en el aula. Esta parte del curso incluye repetidas veces actividades de aprendizaje basadas en viñetas. De este modo, se pretende conectar el trasfondo teórico con los contextos de la práctica mediante el análisis de ejemplos de viñetas. Para estas actividades de análisis se pueden utilizar tanto viñetas de dibujos animados como viñetas de vídeo de clases reales. La parte III del curso tiene como objetivo reforzar los conocimientos de los participantes en relación con las estrategias para promover la argumentación en el aula de matemáticas: Discourse-oriented approaches to classroom interaction (por ejemplo, Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021) son un ejemplo de apoyo a los objetivos relacionados, y estos enfoques se conectan con contextos de situaciones prácticas a través del trabajo basado en viñetas.

Después de completar la prueba final (basado en viñetas), se invita a los participantes a dar su opinión, y sobre la base de sus respuestas a la prueba inicial y final, se les pide que autoevalúen sus progresos y resultados de aprendizaje.



Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:

Prueba inicial basada en viñetas

Parte II y III: Trabajo basado en viñetas alternado con breves fases de

Prueba final basada en viñetas



Parte I: Estudio del tema de la argumentación y la prueba

Parte II: La argumentación en el aula de matemáticas: Hallazgos en la educación matemática

Parte III: Reforzar las estrategias de promoción del discurso

Referencias

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.

Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.

Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). Justifying and Proving in School Mathematics. Technical Report on the Nationwide Survey. *Mathematical Science*. London: Institute of Education, University of London.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.

Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME.Mason, J.

(2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografierter Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente

Una viñeta para

Reflexionar sobre la argumentación

en la interacción en el aula



Una viñeta para

Reflexionar sobre la argumentación

en la interacción en el aula

“Probando y refutando”

¿A quién va dirigido el curso?

Profesores en formación de Matemáticas
Educación Secundaria (estudiantes de cursos 5-12/13)

¿Es esta **viñeta parte de un curso**?

Sí, es parte del curso:
Fomentando la argumentación en el aula de matemáticas

Observación: Al mismo tiempo, también es (bajo una perspectiva diferente, parte del curso):
Uso de los errores como oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Esta viñeta es una de las viñetas en la Parte III del curso, para analizar y discutir cómo se puede promover la argumentación en la interacción en el aula (ver el curso)

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar y mejorar la competencia de los futuros docentes para analizar

- cómo puede tener lugar la argumentación en la interacción en el aula
- obstáculos potenciales en el discurso del aula
- estrategias de organización y estructuración de la interacción en torno a la argumentación
- cómo los errores pueden funcionar como oportunidades para la argumentación

Desarrollar el conocimiento, puntos de vista y conciencia profesional relacionada

¿Qué se representa y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Esta viñeta muestra una situación de aula auténtica, ha sido diseñada a partir de un vídeo de aula. Esto da como resultado posibilidades específicas para la observación, p.e. la observación de dificultades en el discurso de clase, frases incompletas, etc.

¿Cuánto **tiempo** durará la situación en el aula?

Situación del aula correspondiente a la viñeta: Unos 5-10 min.

¿La viñeta es encontrada, **auténtica, adaptada o escrita**?

Esta viñeta ha sido diseñada de acuerdo con un video de aula auténtico (ver arriba)

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Argumentación y demostración en el aula de matemáticas y hallazgos empíricos relacionados (Healy y Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel y Sowder, 1998; Kuntze y Reiss, 2004; Kuntze, Rechner y Reiss, 2004, 2005; Küchemann y Hoyles, 2002, Reiss, Hellmich y Reiss, 2002, Reiss, Hellmich y Thomas, 2002); aspectos y posibilidades de promover el discurso y la argumentación (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); la competencia de análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016); conocimiento profesional, conciencia y análisis de los docentes (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011, Shulman, 1986, Mason, 2002, Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992, Törner, 2002); puntos de vista y análisis de los profesores relacionados con la argumentación (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

Posición de la viñeta

en el curso:

Prueba pre-
via basada
en viñetas

Parte II y III: trabajo basado en viñetas alter-
nado con breves fases de entrada de teoría

Post-
prueba
basada
en viñeta



Parte I: Estudio del tema sobre argumentación y demostración

Parte II: Argumen-
tación en el aula
de matemáticas:
Hallazgos en edu-
cación matemá-
tica

Parte III: Fortale-
cimiento de las
estrategias de
promoción del
discurso



Viñeta – “Probando y refutando”

1

Un triángulo equilátero no es un triángulo rectángulo.

- Contexto de la situación real de aula:

- Clase de geometría de 1º ESO
- Justo antes, los alumnos habían estado trabajando (durante unos 10 minutos) en parejas en tareas de argumentación, que ahora se están discutiendo
- Se discuten las argumentaciones relacionadas con la afirmación „*un triángulo equilátero no es un triángulo rectángulo*”.

2

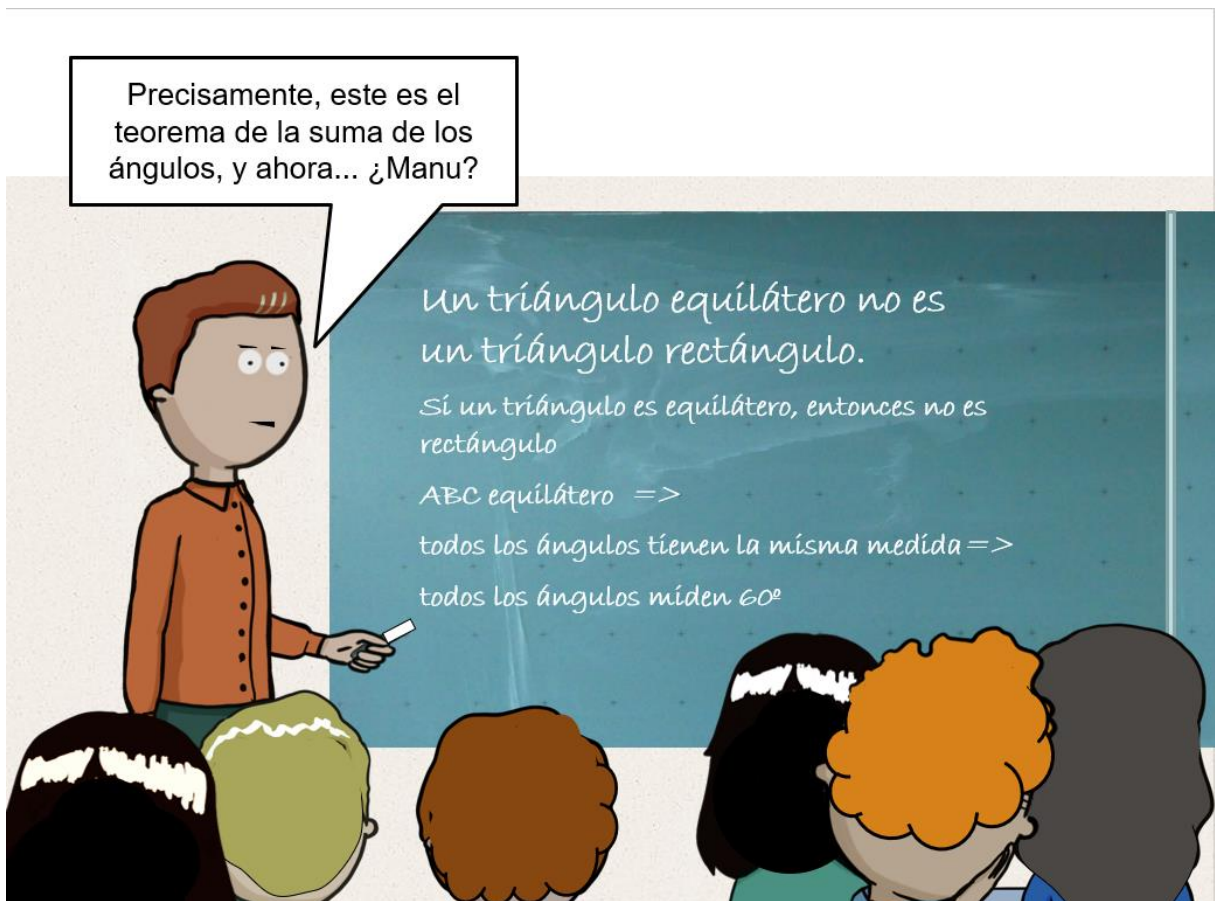
Poco después, el profesor ha ido anotando poco a poco en la pizarra lo que un alumno ("Pablo") ha presentado como solución. Ahora repasa los pasos de la argumentación con los alumnos:



3



4



5



6



7



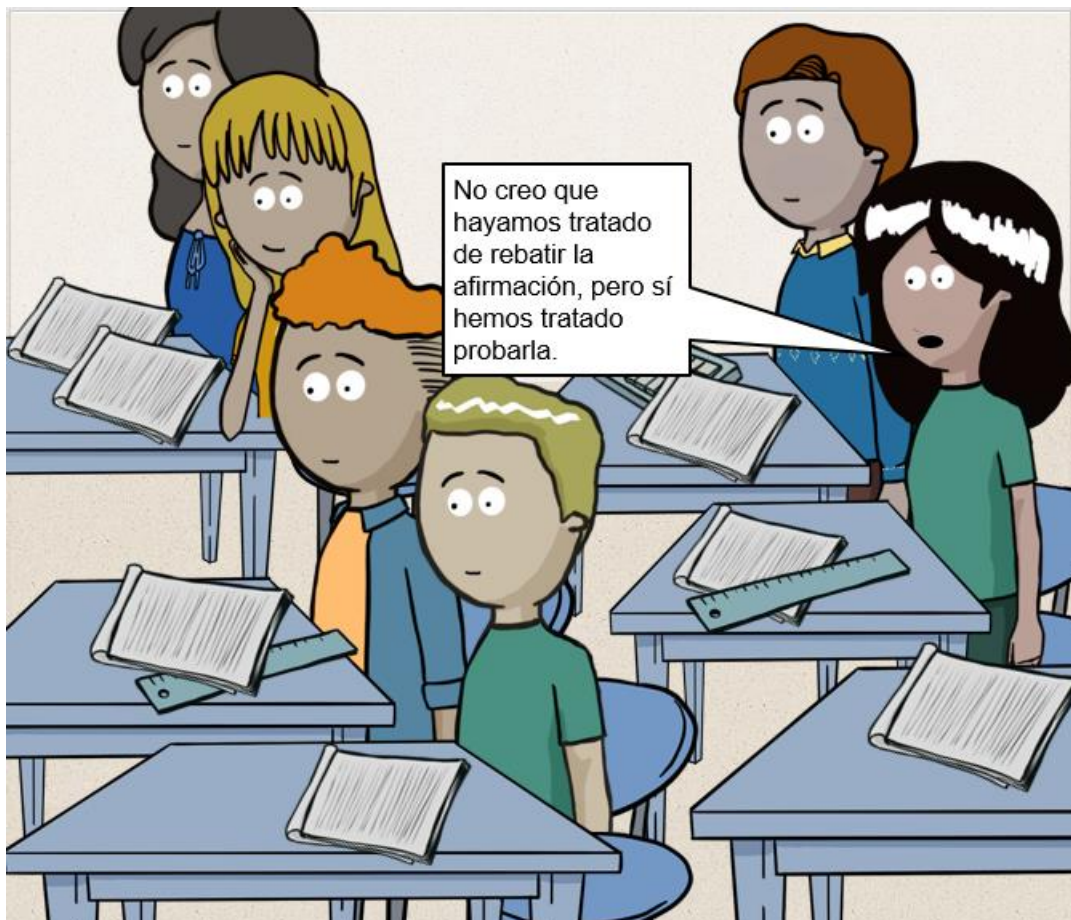
8



9



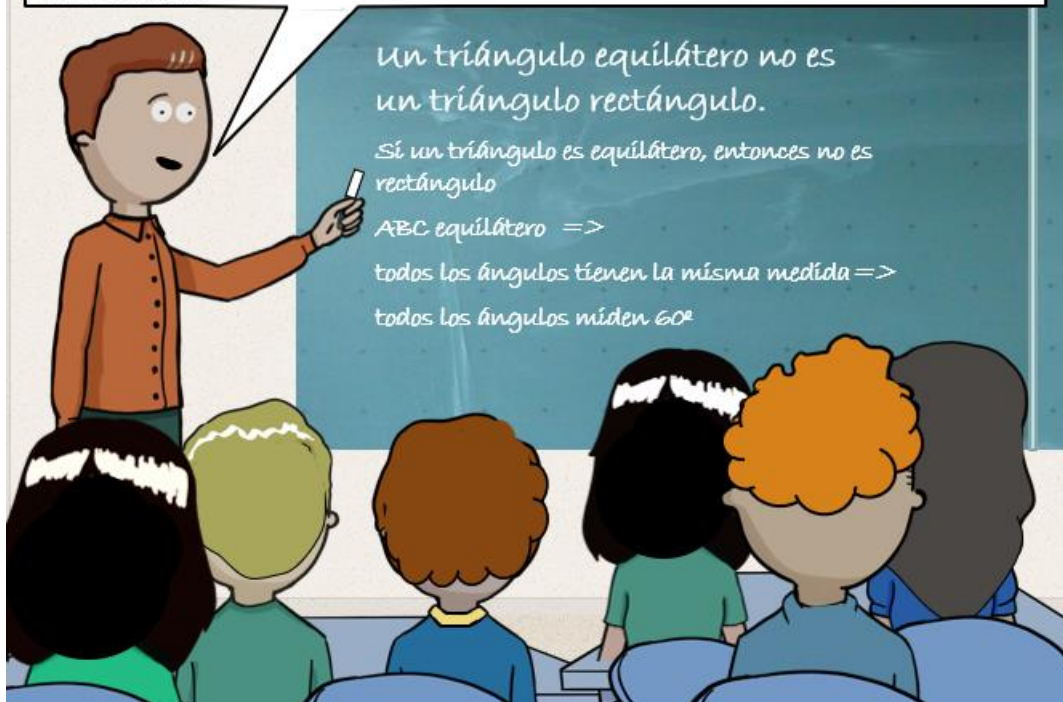
10





11

Sí, precisamente. Lo que Pablo nos ha dicho aquí tan rápido era una prueba para esta afirmación. El enunciado que hemos establecido aquí, lo hemos reformulado en un enunciado "si-entonces" y solo hemos utilizado las cosas que ya conocíamos. Primero la premisa, luego los ángulos en un triángulo equilátero, la suma de los ángulos en el triángulo y con todo esto hemos descubierto que el triángulo no puede ser rectángulo.



Referencias

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.

Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.

Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). Justifying and Proving in School Mathematics. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.

Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPM* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPM* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografiertes Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International*

Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur *Zeitschrift für Pädagogik* (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Contacto

Para más información sobre el curso,
contacte con:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Tratar con prerrequisitos de aprendizaje

heterogéneos / diversidad

en el aula de matemáticas



un concepto de curso para

Tratar con prerequisites de aprendizaje heterogéneos

/ diversidad en el aula de matemáticas

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (5º y 6º curso) y Educación
Secundaria (1º a 4º)

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Los estudiantes para maestro/profesor aprenden sobre los objetivos de un aula de matemáticas relacionados con el ser consciente de los prerequisites de aprendizaje heterogéneos:

- Un aula que conecte con los conocimientos previos y los puntos de vista/concepciones individuales
- Un aula que evite crear obstáculos para los alumnos más débiles
- Un aula que permita tareas desafiantes y consideraciones de profundización para los alumnos de mayor rendimiento
- Un aula que se adapte a los estímulos y al apoyo del aprendizaje
- Un aula que ofrezca múltiples oportunidades de aprendizaje
- Un aula que ofrezca un espacio para los procesos de aprendizaje individual y colaborativo

Se apoya a los estudiantes para maestro/profesor en el desarrollo de competencias relacionadas con el análisis:

- Análisis del pensamiento de los alumnos, de los prerequisites previos de aprendizaje y de las dificultades
- Análisis de las tareas y contenidos relacionados con las posibilidades de ofrecer oportunidades de aprendizaje y apoyo al aprendizaje en varios niveles de complejidad

- Análisis relacionado con el tratamiento de los prerrequisitos y las necesidades de aprendizaje de forma adaptative

Además, se ayuda a los estudiantes para maestro/profesor a construir un conocimiento profesional, diferentes perspectivas/puntos de vista y “el ser consciente de”.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Las teorías de apoyo al aprendizaje individual (por ejemplo, Krammer, 2009; Schnebel, 2013) y los contenidos de educación matemática relacionados son la base para la competencia mirar profesionalmente que abarca un conjunto de criterios diferentes: en Kuntze et al. (2021) se ha presentado el constructo “multi-criterion noticing” necesario para contextos en los que hay que tener en cuenta prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos. El análisis de los profesores relacionado con esta mirada profesional multicriterio se centra en las características de la tarea, en la capacidad de los profesores para abordar las necesidades individuales de aprendizaje, de reaccionar de forma flexible y adaptativa, según las formas de pensar de los estudiantes, entre otras.

Como herramienta de análisis para diagnosticar las necesidades individuales de aprendizaje, también se hace referencia a las formas de abordar las representaciones de los objetos matemáticos (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006, véase también el concepto del curso "Abordar las representaciones de los objetos matemáticos), por lo que la competencia de los profesores para analizar el uso de las representaciones por parte de los alumnos y en las tareas también está en primer plano (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016); El marco teórico de fondo también se basa de forma más general en el conocimiento profesional, el ser consciente de y el análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012).

Las consideraciones sobre cuestiones relacionadas con las competencias lingüísticas de los alumnos se basan en Reinhold, Oppelt y Reiss (2018), así como en Prediger (2017).

¿Cuál es la **estructura** del curso?

Duración: Un semestre con sesiones de seminario semanales de 90 minutos



Estructura: El curso comienza con una prueba inicial (basada en viñetas). Los contenidos del curso se dividen en capítulos sobre

- Introducción a los prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos / diversidad
- Análisis de los prerrequisitos de aprendizaje y de los procesos de aprendizaje de los alumnos
- Prerrequisitos de aprendizaje - análisis de un vídeo: ejemplo de análisis de una viñeta de vídeo con un ejemplo de resolución
- Prerrequisitos de aprendizaje - una viñeta
- Prerrequisitos de aprendizaje - cuestiones de lenguaje
- Prerrequisitos de aprendizaje - una mirada crítica a las formas de diagnóstico actualmente institucionalizadas (por la administración escolar y en el material de los libros de texto): Trabajo basado en viñetas con material de viñetas
- El papel de las tareas
- Tareas abiertas, tareas abiertas a enfoques con diferentes niveles de complejidad

Una prueba final basada de nuevo en viñetas, se recogen las opiniones de los profesores, la retroalimentación y una autoevaluación del progreso

¿Cómo es el **formato del curso**? (organización de las sesiones, online/fuera de línea/híbrido, duración, ...)

Son posibles los formatos online (como consecuencia de la situación de la pandemia) y no online (Véase también la descripción de la estructura del curso más arriba)

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Las viñetas de situaciones en el aula están en su mayoría en formato de texto y/o dibujos animados, también hay una viñeta de vídeo (recurso público con pregunta de análisis específica del curso) implementada en el curso

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Las viñetas mencionadas anteriormente se han diseñado específicamente en función de los objetivos de los capítulos específicos del seminario, con el fin de proporcionar material específico para conectar la teoría y la práctica, estimulando la reflexión y el debate relacionados con la práctica

¿Existe material de texto complementario para los participantes del curso?

Véase más arriba en la sección "teoría relacionada", hay un documento de texto que acompaña al curso online y sus tareas de reflexión



Otros comentarios /
recomendaciones

El desarrollo de la llamada mirada profesional multicriterio (multi-criterion noticing) de los participantes se ha documentado empíricamente (Kuntze et al., 2021). Sin embargo, frente a la evidencia de la dificultad de algunos estudiantes para profesor, debería ponerse a disposición de aquellos estudiantes para profesor que tienen dificultades con la mirada profesional multicriterio, una (auto)evaluación intermedia durante el curso del seminario que podría aportar un valor añadido adicional.

Descripción del curso y cronograma que muestra el uso de viñetas en el curso

El curso comienza con una prueba inicial basada en una viñeta y un cuestionario relacionado con las opiniones de los profesores sobre el tratamiento de los prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos. El instrumento de prueba permite evaluar el progreso de los participantes, también a través de su autoevaluación.

El curso está dividido en ocho partes/capítulos, que contienen trabajos basados en casos, apoyados por viñetas y reflexiones más generales y contenidos teóricos. Los puntos de vista de los profesores están siempre en primer plano también, ya que los profesores tienen que enfrentarse a una serie de dilemas pedagógicos al tratar con prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos en el aula - los puntos de vista pueden jugar un papel clave en este complejo contexto de toma de decisiones profesionales.

La experiencia en este ámbito también significa que los profesores de matemáticas tienen que ser capaces de enfrentarse a estas situaciones dilemáticas en el sentido de que tienen que argumentar y sopesar críticamente los argumentos relacionados con las decisiones en el aula.

Las ocho partes/capítulos son los siguientes

- (1) Introducción a los prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos / diversidad
- (2) Análisis de los prerrequisitos de aprendizaje y de los procesos de aprendizaje de los alumnos
- (3) Prerrequisitos de aprendizaje - análisis de un vídeo: Ejemplo de análisis de una viñeta de vídeo con una resolución de ejemplo
- (4) Prerrequisitos de aprendizaje - una viñeta
- (5) Prerrequisitos de aprendizaje - cuestiones de lenguaje



- (6) xPrerrequisitos de aprendizaje - una mirada crítica a las formas de diagnóstico actualmente institucionalizadas (por la administración escolar y en el material de los libros de texto): Trabajo basado en viñetas con viñetas de material
- (7) El papel de las tareas
- (8) Tareas abiertas, tareas abiertas a enfoques con diferentes niveles de complejidad

Así, se abordan varias áreas de interés significativas: Después de una orientación en marcos teóricos en la introducción, un conjunto de aspectos relacionados con el diagnóstico y el tratamiento de los prerrequisitos de aprendizaje que juegan un papel importante, incluyendo el aspecto importante de las competencias lingüísticas. Un enfoque en el material de la tarea complementa el enfoque en los alumnos y sus necesidades, representando el lado de las oportunidades de aprendizaje y su diseño.

Después de completar una prueba final (basada en viñetas), se invita a los participantes a dar su opinión, y sobre la base de sus respuestas a las pruebas previas y posteriores, se les pide que autoevalúen sus progresos y resultados de aprendizaje.

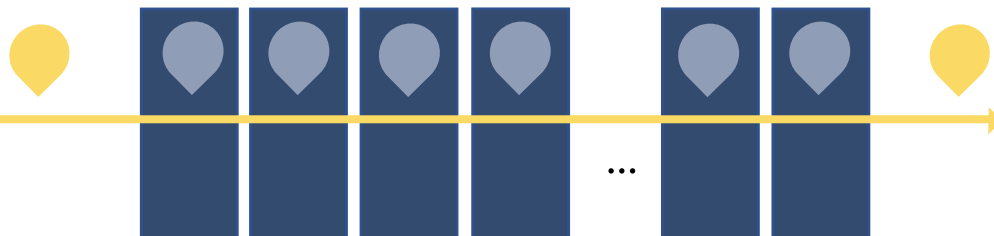
Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:

Prueba previa basada en viñetas

8 unidades temáticas / partes del curso con trabajo basado en viñetas aplicado en las unidades temáticas

Prueba posterior basada en viñetas



Elementos clave del proceso de trabajo: Aprendizaje de elementos de conocimiento relacionados con la teoría y los criterios de tratamiento de prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos, análisis de viñetas en base a criterios, reflexión colaborativa



Referencias

Krammer, K. (2009). Individuelle Lernunterstützung in Schülerarbeitsphasen. Eine videobasierte Analyse des Unterstützungsverhaltens von Lehrpersonen im Mathematikunterricht. [Individual learning support during student work. A video-based analysis of support by teachers in mathematics classrooms]. Münster: Waxmann.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPM* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPM* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S., Friesen, M., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L. & Healy, L. (2021). Multi-criterion noticing: Pre-service teachers' difficulties in analysing classroom vignettes. In Inprasitha, M., Changsri, N., Boonsena (Eds.). *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 173-183). Khon Kaen, Thailand: PME.

Prediger, S. (2017). Auf sprachliche Heterogenität im Mathematikunterricht vorbereiten – Fokussierte Problemdiagnose und Förderansätze. In J. Leuders et al. (Hrsg.), *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen, Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik* (S. 29-39). Wiesbaden: Springer. doi 10.1007/978-3-658-16903-9_3.

Reinhold, F., Oppelt, S., Reiss, K. (2018). DaZ-Methoden im Fachunterricht Mathematik. *MNU-Journal*, (5), 297-302.

Schnebel, S. (2013). Lernberatung, Lernbegleitung, Lerncoaching – neue Handlungsformen in der Allgemeinen Didaktik? *Jahrbuch für Allgemeine Didaktik*, 3, 278-296.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Promover el debate sobre temas relacionados con

la práctica escolar en matemáticas elementales

- resolver y evaluar tareas abiertas



un concepto de curso para

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar

en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** del curso?

El curso consiste en un conjunto de 10 viñetas (Concept Cartoons) relacionadas con diversos temas de educación matemática elemental. El objetivo de este conjunto es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas abiertas:

- múltiples formas correctas de resolución,
- múltiples resultados correctos,
- múltiples interpretaciones de la tarea,
- múltiples interpretaciones de los resultados,
- formas correctas e incorrectas de resolución,
- procedimientos de resolución de múltiples pasos,
- evaluación de las respuestas de los alumnos (evaluación de los resultados frente a la evaluación de los pasos individuales del procedimiento), etc.

El conjunto de viñetas pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir

- conocimiento de las tareas (varias formas de resolverlas)
- conocimiento de los estudiantes (diversas ideas de solución),
- conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), enfoque abierto (Nohda, Becker y Shimada), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).



¿Cuál es la **estructura**
del curso?

Introducción

- La estructura de los Concept Cartoons.
- El conjunto de preguntas orientativas.

El trabajo con las viñetas

- Trabajo escrito individual: para cada una de las viñetas, los encuestados responden individualmente a las preguntas orientativas.
- Análisis intermedio: [si procede, opcional] el responsable del curso analiza las respuestas, para poder organizar mejor el debate posterior.
- Discusión en grupo.

Conclusión

- Tareas abiertas.
- Resolución de las tareas abiertas.
- Evaluación de las soluciones de las tareas abiertas.

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños se equivocan?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

¿Cómo es el **formato** del
curso?

Duración: 6 sesiones de 45 minutos

1ª sesión: Introducción

2ª sesión: Trabajo individual (viñetas nº 1 a 5)

3ª sesión: Debate (viñetas nº 1 a 5)

4ª sesión: Trabajo individual (viñetas nº 6 a 10)

5ª sesión: Discusión (viñetas nº 6 a 10)

6ª sesión: Conclusión

Formato presencial -
versión lenta o rápida:

- 3 weeks, 2 units per week
- 6 weeks, 1 unit per week

Ajuste del **formato online:**

- Sesiones de trabajo individual como deberes
- Sesiones de introducción, debate y conclusión como lección en línea.



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Situaciones en el aula
- Múltiples formas de interpretar y resolver una tarea determinada

Formato:

Un conjunto de dibujos animados independientes (Concept Cartoons)

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

10 viñetas

Nº 1 - Cubos en una caja

Nº 2 - Área del triángulo

Nº 3 - Dígitos que faltan

Nº 4 - Pastillas

Nº 5 - Escuela Millgate

Nº 6 - Pesando limones

Nº 7 - Balancines

Nº 8 - Carrera

Nº 9 - Temperatura de la ciudad

Nº 10 - Manzanas

¿Son las viñetas **auténticas**, o **adaptadas**?

Encontradas (nº 1, 2, 8, 9)

Adaptadas (nº 3, 4, 5, 10)

Escritas (nº 6, 7)

Cronograma que muestra

El uso de viñetas en el curso

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/teacher.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/teacher.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.



Referencias

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). Open-ended approach. Reston: NCTM.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.c



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Cubos en una caja“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

“Cubos en una caja”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 1**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema del volumen de un cubo. El objetivo es promover el debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar (por ejemplo, el significado de los conceptos matemáticos esenciales).

La viñeta pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (conceptos matemáticos importantes que subyacen a las tareas), el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas, conceptos erróneos más o menos habituales de los alumnos) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué formato (*video, texto, comic o combinación*)?

Formato:

Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (*video, texto, comic o combinación*)?

Se representan:

- Una situación del aula
- Una tarea sobre el concepto de volumen (comparación del volumen de dos cubos)
- Una solución correcta de la tarea dada
- Tres conceptos erróneos de los alumnos sobre el concepto de volumen

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

- Encontrado, adaptado gráficamente.
- Fuente: (Roubíček, 2014).
- Elementos gráficos: DIVER.

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

Comentarios adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

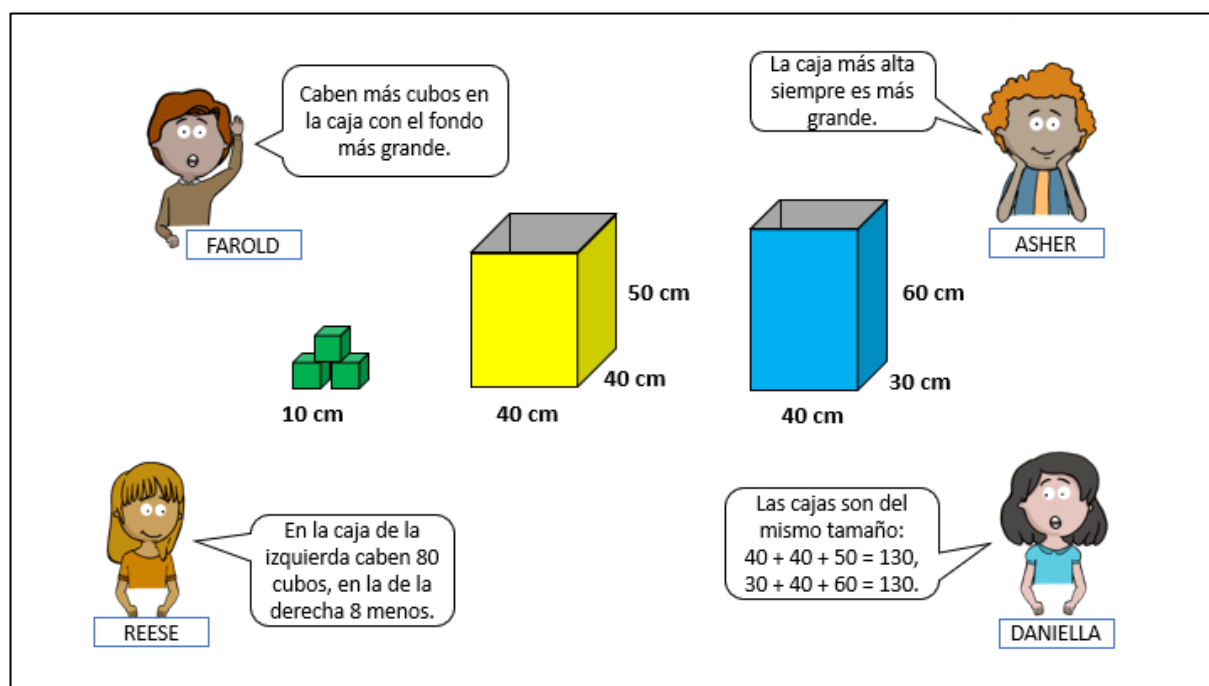
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

Viñeta – “Cubos en una caja”



Fuente de la tarea y del contenido de los bocadillos: Roubíček (2014); elementos gráficos: DIVER

Referencias

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Área del triángulo“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

“Área del triángulo”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 2**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema del área del triángulo. El objetivo es promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que son abiertas (por ejemplo, que tienen múltiples formas correctas de resolución).

La viñeta también tiene por objetivo aumentar los conocimientos pedagógicos de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (diversas formas de resolverlas), su conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas, conceptos erróneos más o menos habituales de los alumnos) y su conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

Formato: Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Comentarios adicionales

Se representan:

- Una situación de aula
- Una tarea con un resultado, pero con más procedimientos de solución posibles
- Tres procedimientos de solución correctos diferentes
- Dos conceptos erróneos diferentes de los alumnos
- Encontrado, adaptado gráficamente.
- Fuente: (Roubíček, 2014).
- Elementos gráficos: DIVER.

No es necesario un texto complementario.

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

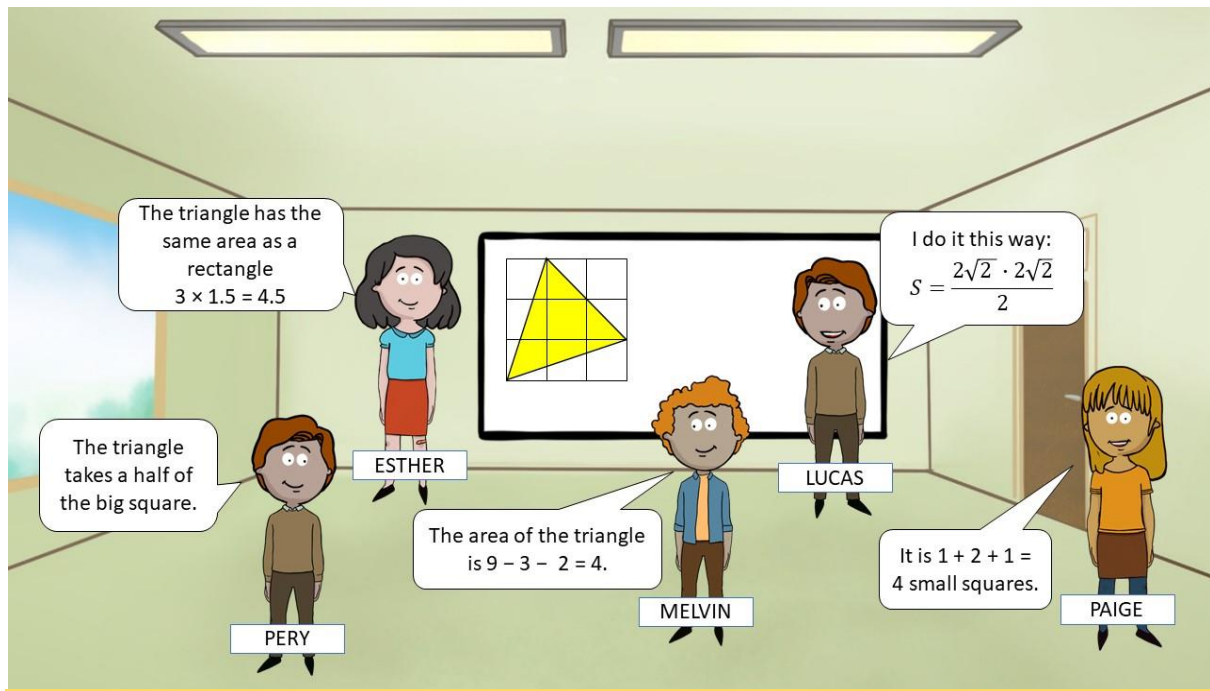
Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.



Viñeta – “Área del triángulo”



Fuente de la tarea y del contenido del bocadillo: Roubíček (2014); elementos gráficos: DIVER

Referencias

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz

El apoyo de la Comisión Europea para la producción de esta publicación no constituye una aprobación del contenido, el cual refleja únicamente las opiniones de los autores, y la Comisión no se hace responsable del uso que pueda hacerse de la información contenida en la misma.



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Dígitos perdidos“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

“Dígitos perdidos”

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 3**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema del algoritmo de la resta. El objetivo es promover una discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que son abiertas (por ejemplo, tienen múltiples resultados correctos, múltiples notaciones correctas de un resultado determinado).

La viñeta también pretende construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (múltiples resultados correctos y su búsqueda sistemática), el conocimiento de los alumnos (varias ideas de solución correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Formato: Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación de aula
- Una tarea con dos soluciones (resultados) diferentes, cada resultado consta de tres números que pueden ordenarse de forma diferente (por tamaño, por el orden en el esquema final, por el orden de aparición durante el proceso de resolución)
- Uno de los resultados correctos, en dos ordenaciones diferentes
- Dos resultados incorrectos diferentes
- Un mensaje de la posibilidad de la existencia de otro resultado correcto

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptada. Fuente de la versión antes de la adaptación: (Dabell et al., 2008: 2_10). Se ha adaptado: la tarea, el contenido de los bocadillos y los gráficos. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2022).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

Comentarios adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

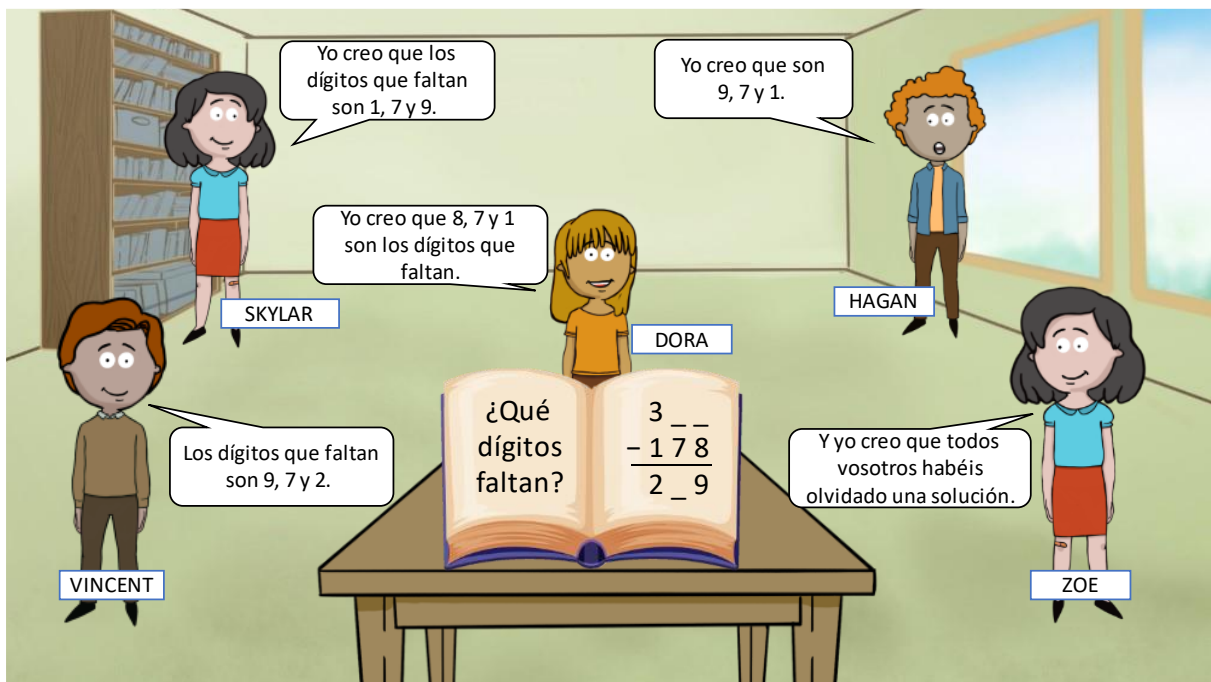
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

Viñeta – “Dígitos perdidos”



Creado por una adaptación de los gráficos, la tarea y el contenido de las burbujas en (Dabell et al., 2008: 2_10); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2022)

Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). *Opened book with empty pages*. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/opened-book-with-empty-pages_21302874.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 9(2), 37–44.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Pastillas“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

“Pastillas”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 4**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema de problemas de estructura multiplicativa. El objetivo es promover el debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que son abiertas (por ejemplo, que tienen múltiples interpretaciones del resultado).

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (resultados exactos vs. aproximados), el conocimiento de los alumnos (varias interpretaciones posibles correctas e incorrectas de los resultados) y el conocimiento de la instrucción (evaluación). La tarea de aplicación que se encuentra detrás del Concept Cartoon también tiene múltiples formas correctas de resolución, aunque no se muestra ningún procedimiento de solución en los bocadillos.

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Formato: Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación de aplicación cotidiana
- Una tarea con una solución (resultado) y múltiples interpretaciones del resultado (al menos tres interpretaciones diferentes - la duración se expresa de manera exacta en días, semanas, y aproximadamente en meses).
- Tres interpretaciones diferentes del resultado correcto
- Dos resultados incorrectos diferentes

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptado. Fuente de la versión antes de la adaptación: (Dabell et al., 2008: 3_12). Se ha adaptado: la tarea, el contenido de los bocadillos y los gráficos. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

Comentarios adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

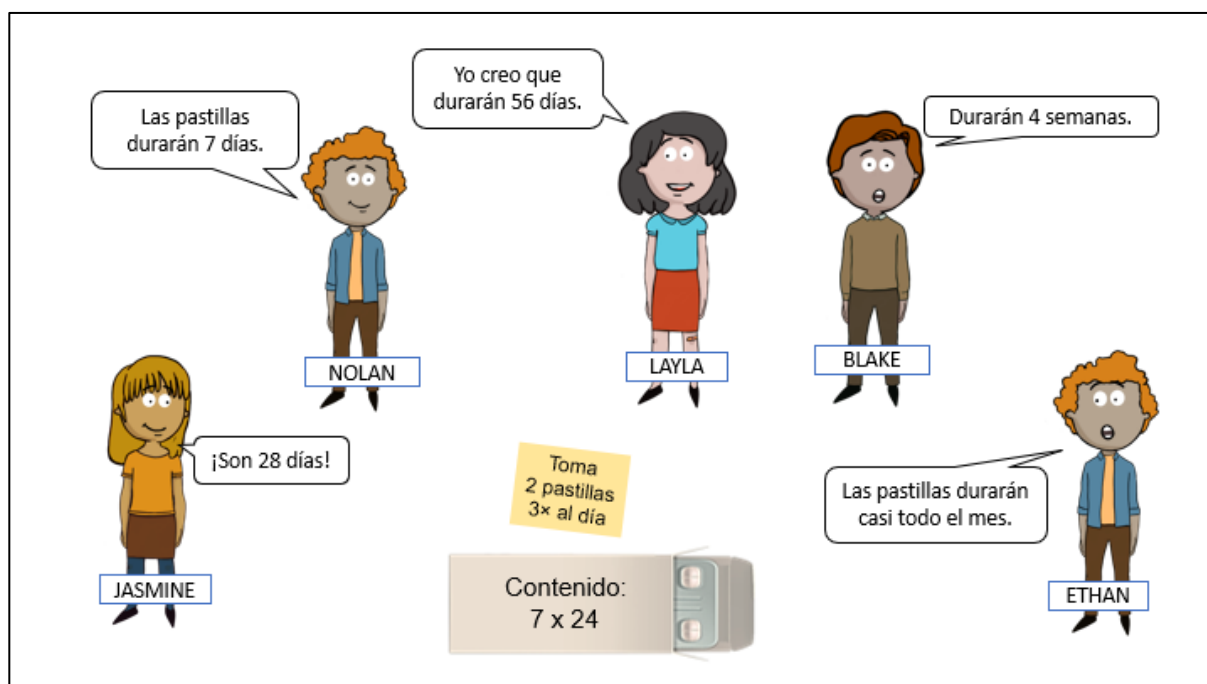
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

Viñeta – “Pastillas”



Creado por una adaptación de los gráficos y el contenido de los bocadillos en (Dabell et al., 2008: 3_12); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021)

Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Blisters. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/realistic-set-opened-paper-packaging-with-blisters-medicine-pills-capsules_7437909.htm#page=1&query=pills%20blister&position=3&from_view=search [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science, 9(2), 37–44.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Escuela Millgate“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

“Escuela Millgate”

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 5**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema de problemas de partición no equitativa. El objetivo es promover un debate entre los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de problemas que parecen ser difíciles para los alumnos.

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (problemas de partición no equitativa y su solución, verificación de los resultados de dichos problemas), el conocimiento de los alumnos (varias soluciones incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación). La tarea que está detrás del Concept Cartoon tiene múltiples procedimientos de resolución, sin embargo, no se muestra ningún procedimiento de resolución en los bocadillos.

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

Formato: Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea con una solución (resultado) y múltiples procesos de resolución.
- Un resultado correcto.
- Cuatro resultados incorrectos diferentes basados en los cuatro conceptos erróneos más comunes.

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptado. Fuente de la versión antes de la adaptación: (Dabell et al., 2008: 1_14). Se ha adaptado: el contenido de los bocadillos y los gráficos. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2022a, 2022b, 2022c).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), problemas de partición desigual (MacGregor & Stacey, 1998; Samková & Tichá, 2015), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

Comentarios adicionales

La lista de **preguntas indicativas:**

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

Viñeta – “Escuela Millgate”



Creado por una adaptación de los gráficos y el contenido de los bocadillos en (Dabell et al., 2008: 1_14); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2022a, 2022b, 2022c)

References

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022a). Bush game template gui kit. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/bush-game-template-gui-kit_17628784.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Cartoon clouds collection. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/cartoon-clouds-collection_15783479.htm [29 August 2022].

Freepik (2022c). School building educational institution, college. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/school-building-educational-institution-college_7101629.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

MacGregor, M. & Stacey, K. (1998). Cognitive models underlying algebraic and non-algebraic solutions to unequal partition problems. *Mathematics Education Research Journal*, 10, 46-60.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2015). Investigating future primary teachers' grasping of situations related to unequal partition word problems. In *Proceedings CIEAEM 67* (295–303), Palermo, Italy: G.R.I.M.

Información de contacto

Para más información contactad con:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Pesando limones“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

“Escuela Millgate”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 6**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la introducción al tema de las ecuaciones y al tema de las razones. El objetivo es promover un debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que son abiertas (por ejemplo, tener múltiples interpretaciones correctas de la tarea, múltiples procedimientos correctos).

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (múltiples interpretaciones correctas de la tarea, múltiples procedimientos correctos de solución), el conocimiento de los alumnos (varios conceptos erróneos posibles) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

Formato: Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea con dos interpretaciones diferentes de la tarea y múltiples procedimientos de resolución correcta
- Tres afirmaciones correctas sobre la situación ilustrada (dos afirmaciones relacionadas con la interpretación más común, una con la interpretación menos común)
- Una afirmación incorrecta (en la que se afirma que la tarea no se puede resolver)

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Escrita. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

Comentarios adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/professor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/professor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

Viñeta – “Pesando limones”



Creación nueva; elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b)

Referencias

Freepik (2021a). Empty Supermarket. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/vector-background-empty-supermarket_4015161.htm#page=1&query=shop%20window&position=32 [21 November 2021].

Freepik (2021b). Empty Balance Scales. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-empty-balance-scales-isolated-white-background_12321162.htm#page=1&query=equal%20scales&position=17&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2021c). Lemon Pieces. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/different-lemon-pieces-flat-item-set_11235342.htm#page=1&query=lemon&position=19&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2022a). Raw organic eggplant food vector. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/raw-organic-eggplant-food-vector_3229571.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Various banana fruits flat icon set. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/various-banana-fruits-flat-icon-set-cartoon-exotic-natural-dessert-isolated-vector-illustration-collection_10173996.htm [29 August 2022].



Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In *SEMT '19. Proceedings (372-382)*, Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de contacto

Para más información contactad con:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Balancines“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

“Balancines”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 7**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la introducción al tema de las desigualdades. El objetivo es promover un debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que son abiertas (por ejemplo, tener múltiples respuestas correctas).

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (múltiples respuestas correctas), el conocimiento de los alumnos (varios conceptos erróneos posibles) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Formato: Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea con dos posibles resultados correctos (dos objetos pueden ser los más ligeros, no es posible decir cuál es realmente)
- Tres afirmaciones correctas sobre la situación representada
- Dos afirmaciones incorrectas, basadas en un error frecuente

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Escrita. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

What is the related
¿Cuál es la teoría relacionada?

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

Comentarios adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

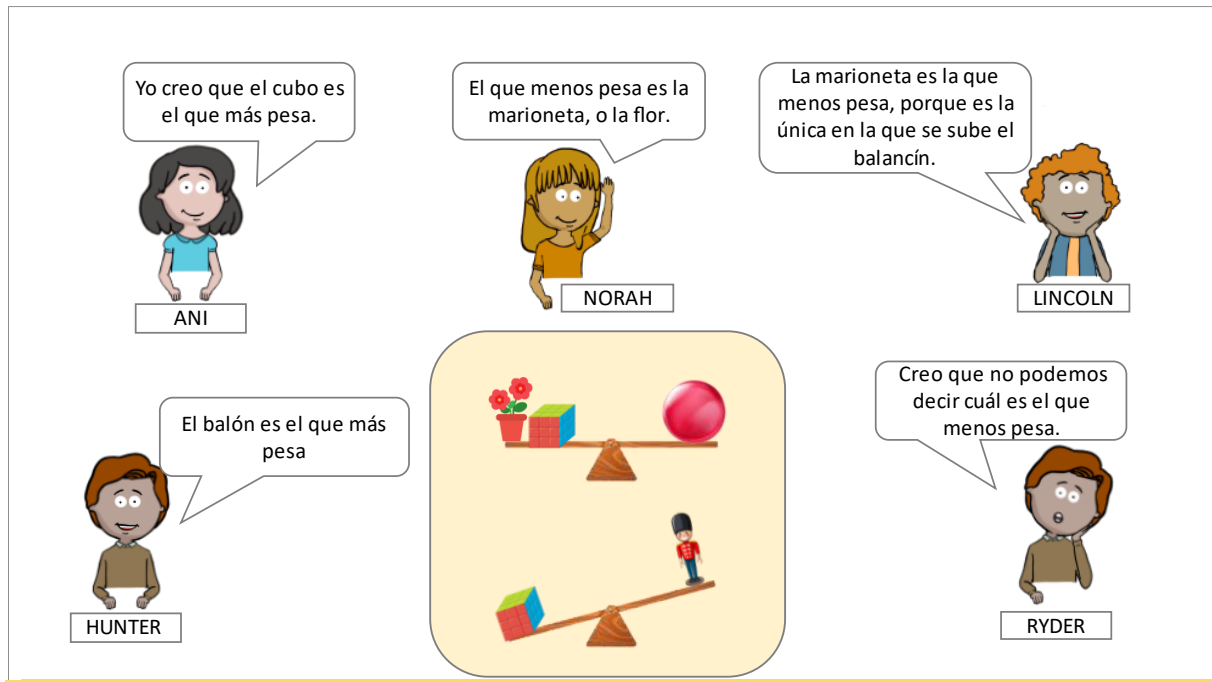
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

Viñeta – “Balancines”



Creación nueva; elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022)

Referencias

Freepik (2021a). Wooden Seesaw. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/wooden-seesaw-kids-swing-board-triangle-circle-stand-vector-cartoon-set-unbalanced-e_18056395.htm#page=1&query=equal%20scales&position=16&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2021b). Colorful flowers. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/colorful-flowers-collection-flat-style_2032696.htm#page=1&query=flower%20with%20pot&position=6&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2021c). Children Toys. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-children-toys_4382512.htm#page=1&query=toy%20doll&position=0&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2022). Isolated rubics cube. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/isolated-rubics-cube_4950488.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in educatione, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In SEMT '19. Proceedings (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de contacto

Para más información contactad con:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Carrera“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

“Carrera”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 8**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema de los números decimales y sus aplicaciones cotidianas. El objetivo es promover un debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar (por ejemplo, significado de los conceptos matemáticos, sus aplicaciones).

La viñeta pretende construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, el conocimiento de las tareas (capacidad para resolver el problema), el conocimiento de los alumnos (conceptos erróneos sobre el orden de los números decimales, sobre la matematización de la tarea) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

Formato: Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea de aplicación basada en el orden de los números decimales
- Una solución correcta de la tarea dada
- Un error común de los alumnos sobre el orden de los números decimales
- Un error común de los alumnos sobre la matematización de la tarea de aplicación

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Encontrada, adaptada gráficamente. Fuente: (Dabell et al., 2008: 1_6). Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

Comentarios adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

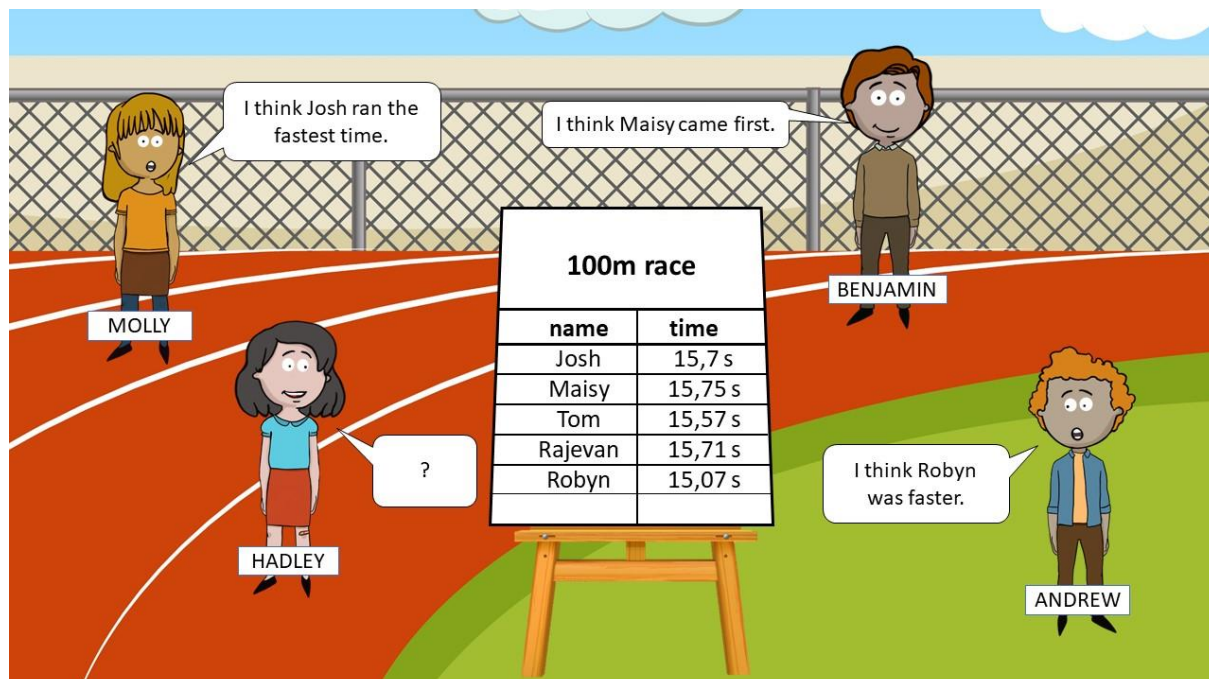
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

Viñeta – “Carrera”



Creado a partir de (Dabell et al., 2008: 1_6); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b)

Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021a). Running Track. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/scene-with-running-track-green-field_7103596.htm#page=1&query=run %20track&position=12](http://www.freepik.com/free-vector/scene-with-running-track-green-field_7103596.htm#page=1&query=run%20track&position=12) [21 November 2021].

Freepik (2021b). Wooden Easel. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/wooden-easel-with-white-canvas-front-angle-view_10547494.htm#page=1&query=easel&position=23 [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de contacto

Para más información contactad con:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Temperatura de la ciudad“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

“Temperatura de la ciudad”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 9**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema de la diferencia entre números enteros y el trabajo con tablas. El objetivo es promover un debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas abiertas (por ejemplo, tener múltiples respuestas correctas).

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (múltiples resultados correctos y su búsqueda sistemática), el conocimiento de los alumnos (va varias ideas de respuesta correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Formato: Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

Se representan:

- Una situación de aula.
- Una tarea con cuatro soluciones diferentes (resultados)
- Uno de los resultados correctos
- Dos resultados incorrectos diferentes

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Encontrada, adaptada gráficamente. Fuente: (Dabell et al., 2008: 2_6). Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

Comentarios adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

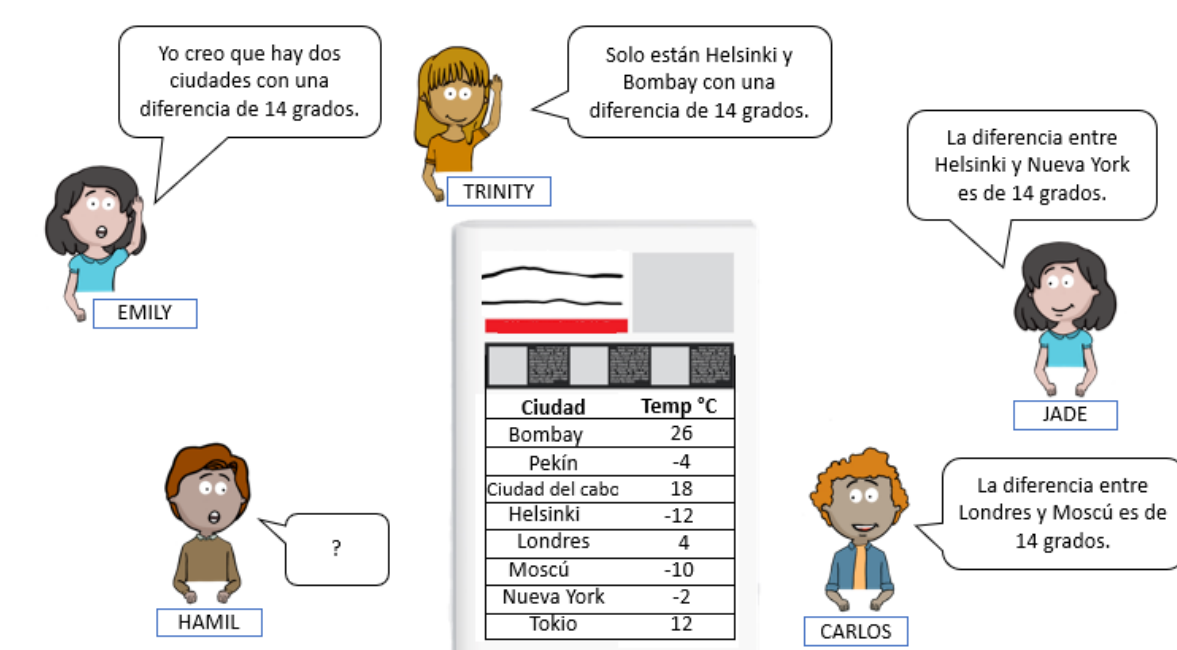
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

Viñeta – “Temperatura de la ciudad”



Creado a partir de (Dabell et al., 2008: 2_6); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021)

Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). *Newspaper Realistic*. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/newspaper-realistic-set_5972436.htm#page=1&query=newspapers&position=11&from_view=search [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Manzanas“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

“Manzanas”

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 10**

¿Cuál es el contexto en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el objetivo y los objetivos de aprendizaje de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema de fracciones. El objetivo es promover un debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas abiertas (por ejemplo, tener múltiples respuestas correctas).

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (varias formas de resolverla), el conocimiento de los alumnos (varias ideas de respuestas correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Formato: Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Comentarios adicionales

Se representan:

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea con un resultado, pero con más procedimientos de resolución posibles
- Tres procedimientos de solución correctos diferentes
- Dos conceptos erróneos diferentes de los alumnos

Adaptada. Fuente de la versión antes de la adaptación: (Dabell et al., 2008: 3_10). Se ha adaptado: el número de manzanas, el contenido de los bocadillos, los gráficos. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021, 2022).

No es necesario un texto complementario.

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

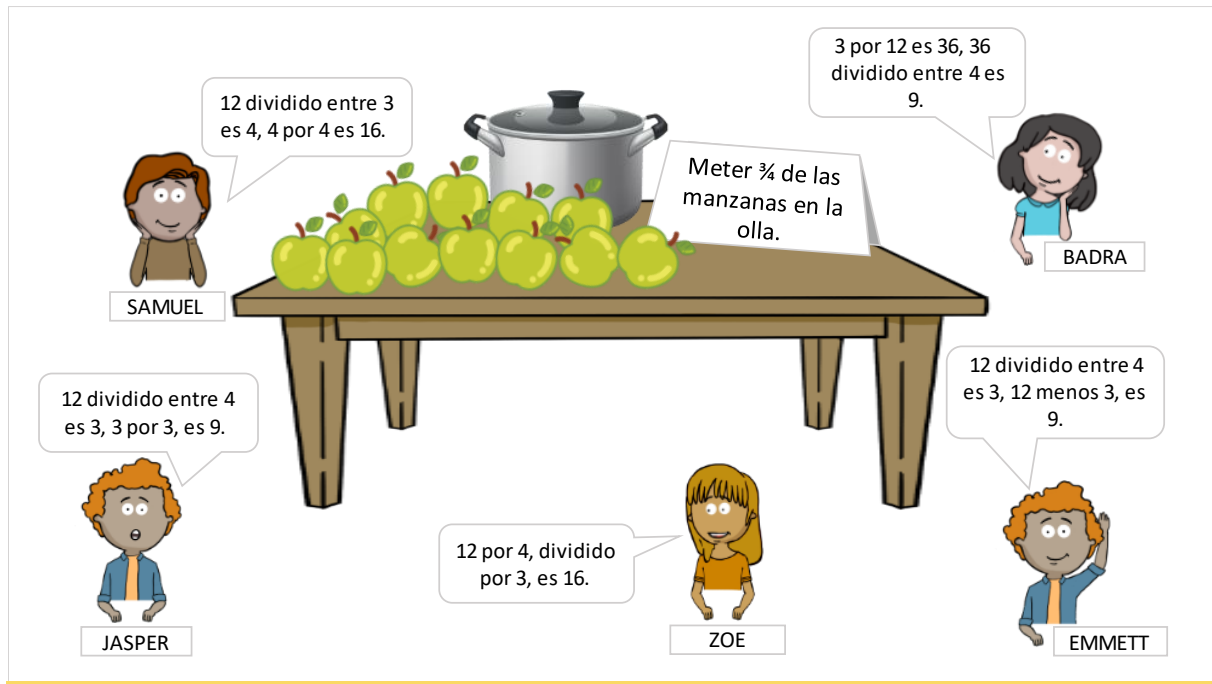
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

Viñeta – “Manzanas”



Creado por una adaptación de los gráficos, la tarea y el contenido de los bocadillos de (Dabell et al., 2008: 3_10); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021, 2022)

Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.



Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in education, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Promover la discusión sobre temas relacionados

con la práctica escolar en matemáticas elementales

- Comprender las fracciones



un concepto de curso para

Promover la discusión sobre temas relacionados con la práctica

escolar en matemáticas elementales - Comprender las fracciones

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-6)
Nivel Educación Secundaria (1º-3º ESO)

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** del curso?

El curso consiste en un conjunto de 4 viñetas (Concept Cartoons) relacionadas con el tema de las fracciones, desde la perspectiva de la educación matemática elemental. El objetivo de este conjunto es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que incluyen fracciones. Se aborda la fracción con el significado parte todo, comparaciones de fracciones en contextos discretos y continuos y descuentos. Las tareas representadas en las viñetas son todas abiertas: tienen múltiples procedimientos de resolución, múltiples formas de presentar los resultados. El conjunto de viñetas pretende construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir

- el conocimiento de las tareas (varias formas de resolverlas),
- el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de resolución),
- el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), enfoque abierto (Nohda, Becker y Shimada), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.), fracciones (Lamon).

¿Cuál es la **estructura** del curso?

Introducción

- La estructura de los Concept Cartoons.
- El conjunto de preguntas orientativas.



El trabajo con las viñetas

- Trabajo escrito individual: para cada una de las viñetas, los participantes responden individualmente a las preguntas orientativas.
- Análisis intermedio: [si procede, opcional] el responsable del curso analiza las respuestas, para poder organizar mejor el debate posterior.
- Discusión en grupo.

Conclusión

- Tareas que incluyen fracciones en su resolución.
- Resolución de tareas con fracciones.
- Evaluación de las soluciones de las tareas abiertas.
- Tareas abiertas.

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños cometen errores?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).
- ¿Cuál puede haber sido la causa de los errores?
- ¿Cómo ayudarías a los niños que han cometido los errores?
- ¿Qué importancia consideras que tienen los errores?

¿Cómo es el **formato del curso**?

Duración: 4 sesiones de 45 minutos

1ª sesión: Introducción

2ª sesión: Trabajo individual (viñetas nº 1 a 2)

3ª sesión: Discusión (viñetas nº 1 a 2)

4ª sesión: Trabajo individual (viñetas nº 3 a 4)

5ª sesión: Discusión (viñetas nº 3 a 4)

6ª sesión: Conclusión

Formato **presencial** - versión lenta o rápida:

- 2 semanas, 2 sesiones por semana
- 4 semanas, 1 sesión por semana

Ajuste del formato **online**:

- Sesiones de trabajo individual como deberes
- Sesiones de introducción, debate y conclusión como lección en línea.



¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Situaciones de aula
- Múltiples formas de interpretar y resolver una tarea determinada

Formato:

Un conjunto de dibujos animados independientes (Concept Cartoons)

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

4 viñetas

- Nº 1 - Manzanas
- Nº 2 - Caramelos
- Nº 3 – Comparación de rectángulos
- Nº 4 – Descuento de la sartén
-

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Adaptadas (Nº 1, 2, 3)

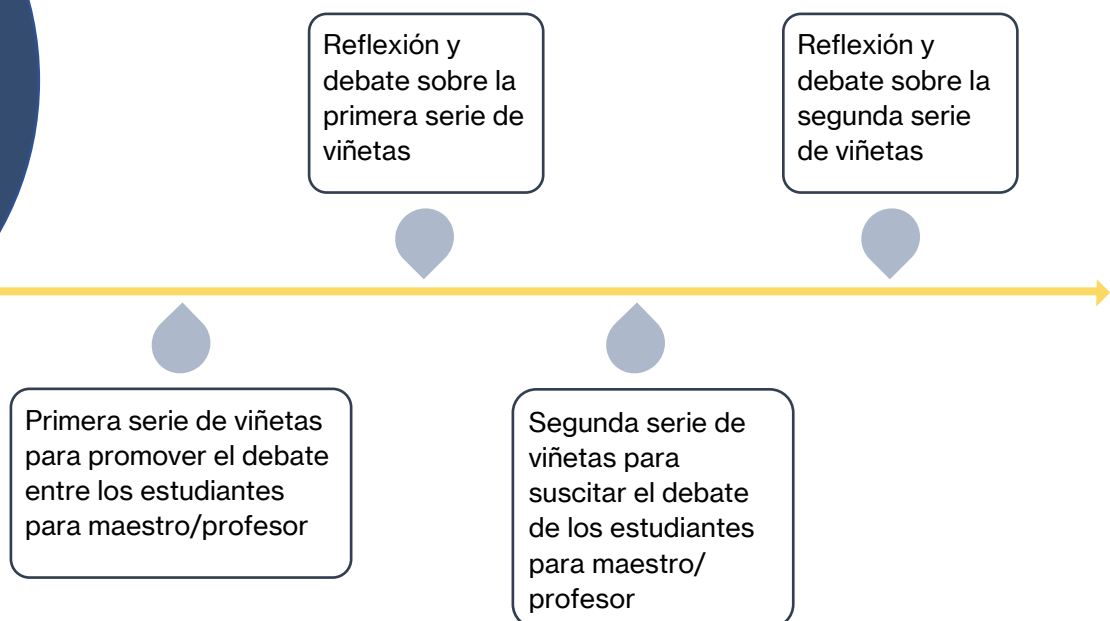
Escritas (Nº 4)

Otros comentarios / recomendaciones

El análisis de las respuestas antes del debate es opcional pero muy recomendable.

Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:



Referencias

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Comprender las fracciones



una viñeta para

Comprender las fracciones

“Manzanas”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-6)
Nivel Educación Secundaria (1º-3º ESO)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Comprender las fracciones: como la viñeta nº 1

¿Cuál es el contexto en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual
Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el objetivo y los objetivos de aprendizaje de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la educación matemática elemental, con el tema de las fracciones. El objetivo es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que incluyen fracciones. La viñeta también pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (diversas formas de resolución), el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación cotidiana
- Una tarea sobre una fracción de una cantidad
- Una tarea con un resultado, pero con más procedimientos de resolución
- Tres procedimientos de resolución diferentes correctos
- Dos errores conceptuales de los estudiantes

Formato:

Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptada.

Fuente de la versión antes de la adaptación: (Dabell et al., 2008: 3_10).

Qué se adaptó: el número de manzanas, el contenido de las burbujas, los gráficos.

Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021, 2022)

Fuente: (Roubíček, 2014).

Elementos gráficos: DIVER.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.), fracciones (Lamon).

Comentarios adicionales

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños cometen errores?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).
- ¿Cuál puede haber sido la causa de los errores?
- ¿Cómo ayudarías a los niños que han cometido los errores?
- ¿Qué importancia consideras que tienen los errores?

Posición de la viñeta

en el curso:

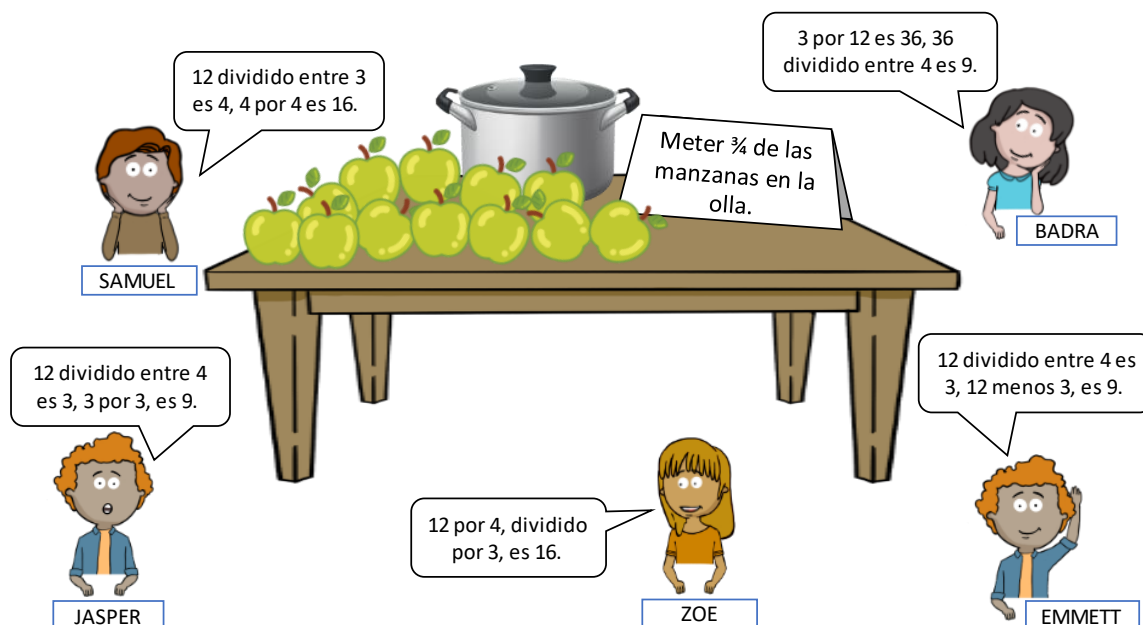
Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/ profesor

Manzanas



Creado por una adaptación de los gráficos, la tarea y el contenido de los bocadillos de (Dabell et al., 2008: 3_10); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021,2022)

Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice*. Praha: JČMF.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Comprender las fracciones



una viñeta para

Comprender las fracciones

“Caramelos”

¿**A quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-6)
Nivel Educación Secundaria (1º-3º ESO)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Comprender las fracciones: como la viñeta **nº 2**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual
Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la educación matemática elemental, con el tema de las fracciones. El objetivo es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que incluyen fracciones. La viñeta también pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (diversas formas de resolución), el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación cotidiana
- Una tarea sobre una fracción de una cantidad
- Una tarea con un resultado, pero con más procedimientos de resolución
- Tres procedimientos de resolución diferentes correctos
- Dos errores conceptuales de los estudiantes

Formato:

Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptada.
Fuente de la versión antes de adaptarla: (Samková & Tichá, 2017: 97).
Qué fue adaptado: los textos, los gráficos.
Elementos gráficos: DIVER (Freepik, 2022)

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.), fracciones (Lamon).

Comentarios adicionales

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños cometen errores?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).
- ¿Cuál puede haber sido la causa de los errores?
- ¿Cómo ayudarías a los niños que han cometido los errores?
- ¿Qué importancia consideras que tienen los errores?

Posición de la viñeta

en el curso:

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/ profesor

Caramelos



Creado por una adaptación de los dibujos y textos (Samková & Tichá, 2017: 97); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2022).

Referencias

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Freepik (2022). Sweet candy icon composition. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/sweet-candy-icon-composition_10154691.htm [29 August 2022].
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Comprender las fracciones



una viñeta para

Comprender las fracciones

“Comparación de rectángulos”

¿**A quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-6)
Nivel Educación Secundaria (1º-3º ESO)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Comprender las fracciones: como la viñeta **nº 3**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual
Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la educación matemática elemental, con el tema de las fracciones. El objetivo es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que incluyen fracciones. La viñeta también pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (diversas formas de resolución), el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación cotidiana
- Una tarea sobre una fracción de una cantidad
- Una tarea con un resultado, pero con más procedimientos de resolución
- Tres procedimientos de resolución diferentes correctos
- Dos errores conceptuales de los estudiantes

Formato:

Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptada.
Fuente de la versión antes de adaptarla: (Samková & Tichá, 2017: 97).
Qué fue adaptado: los textos, los dibujos.
Elementos gráficos: DIVER.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.), fracciones (Lamon).

Comentarios adicionales

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños cometen errores?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).
- ¿Cuál puede haber sido la causa de los errores?
- ¿Cómo ayudarías a los niños que han cometido los errores?
- ¿Qué importancia consideras que tienen los errores?

Posición de la viñeta

en el curso:

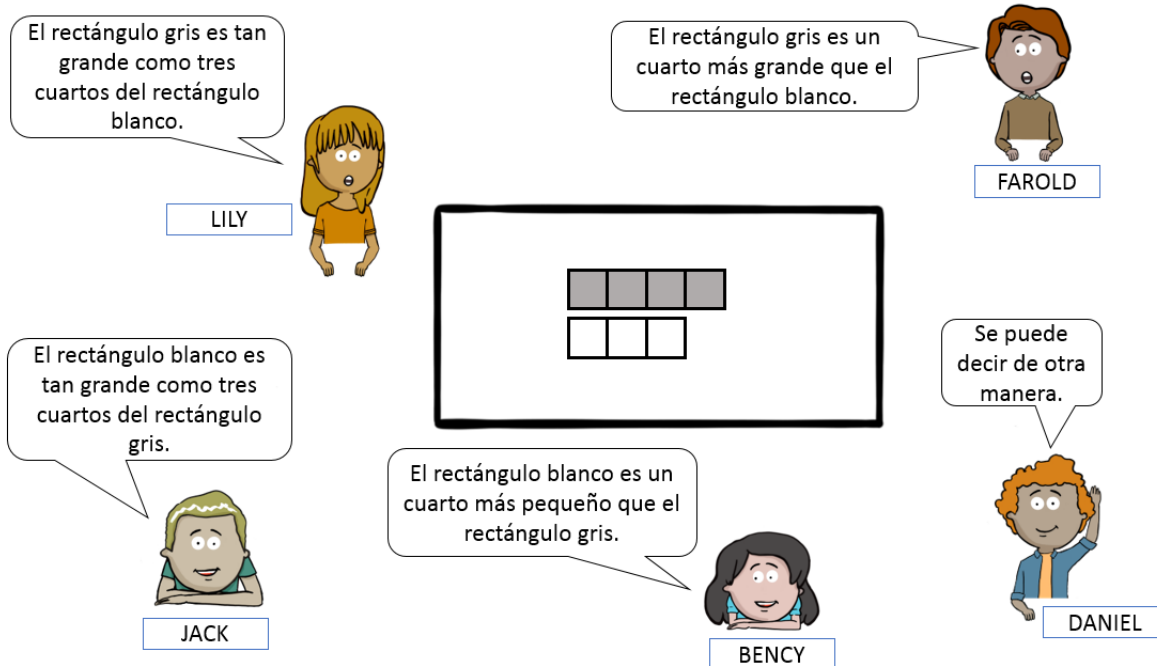
Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor

Comparación de rectángulos



Creado por una adaptación de los dibujos y textos (Samková & Tichá, 2017: 97); elementos gráficos: DIVER

Referencias

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.
- Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.
- Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.



Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Comprender las fracciones



una viñeta para

Comprender las fracciones

“Descuento de la sartén”

¿A **quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (grados 1-6)
Nivel Educación Secundaria (1º-3º ESO)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Comprender las fracciones: como la viñeta **nº 4**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual
Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la educación matemática elemental, con el tema de las fracciones. El objetivo es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que incluyen fracciones. La viñeta también pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (diversas formas de resolución), el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea sobre un descuento doble dado por dos fracciones diferentes
- Una tarea con muchas formas correctas diferentes de presentar el resultado, muchos procedimientos diferentes de resolución correctos
- Dos formas diferentes del resultado correcto (resultado como fracción, resultado como porcentaje), dos procedimientos diferentes de resolución correcta (relacionados con el orden en que se aplican los descuentos), dos



formas diferentes de presentar la solución (instrucciones de cómo proceder sin el resultado final, resultado final sin instrucciones)

- Un error común (resultado incorrecto)

Formato:

Una viñeta independiente (Concept Cartoon)

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Escrita.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.), fracciones (Lamon).

Comentarios adicionales

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños cometen errores?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).
- ¿Cuál puede haber sido la causa de los errores?
- ¿Cómo ayudarías a los niños que han cometido los errores?
- ¿Qué importancia consideras que tienen los errores?

Posición de la viñeta

en el curso:

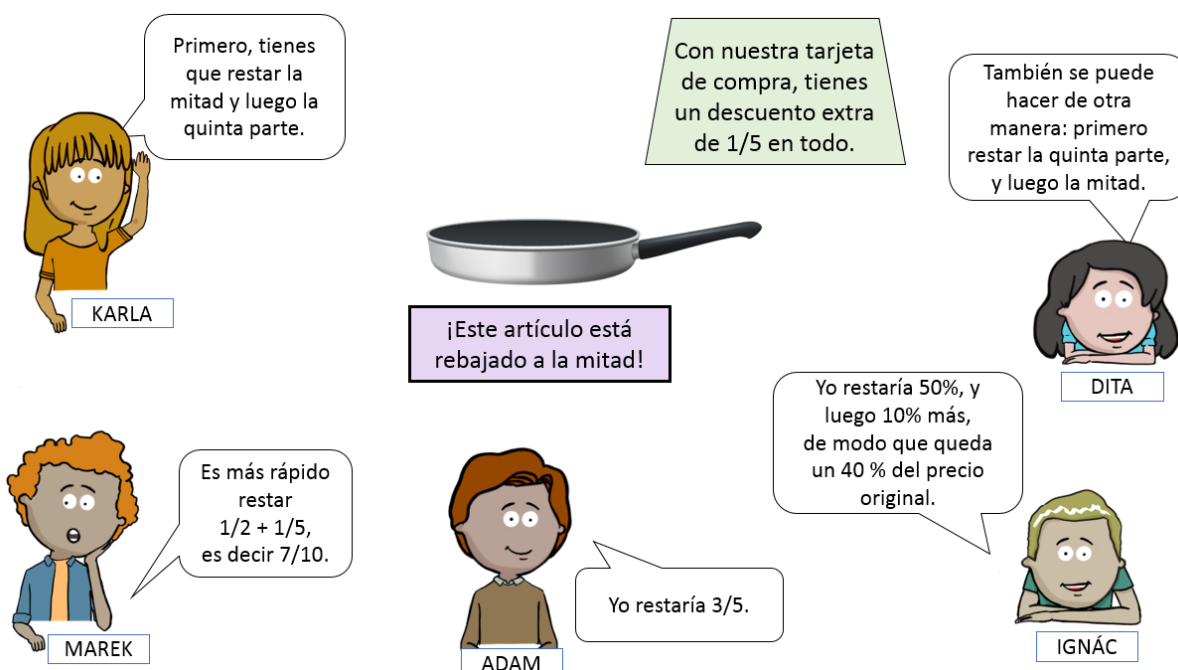
Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor

Descuento de la sartén



Primero, tienes que restar la mitad y luego la quinta parte.

KARLA

Con nuestra tarjeta de compra, tienes un descuento extra de $1/5$ en todo.

¡Este artículo está rebajado a la mitad!

También se puede hacer de otra manera: primero restar la quinta parte, y luego la mitad.

DITA

Es más rápido restar $1/2 + 1/5$, es decir $7/10$.

MAREK

Yo restaría $3/5$.

ADAM

Yo restaría 50%, y luego 10% más, de modo que queda un 40 % del precio original.

IGNÁC

De nueva creación; elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021)

Referencias

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsnér, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente

el pensamiento matemático de los estudiantes

sobre las fracciones



un concepto de curso para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento

matemático de los estudiantes sobre las fracciones

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 3º - 6º)

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Interpretar la comprensión sobre el concepto de fracción de los estudiantes (usando el conocimiento proporcionado en una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) sobre el concepto de fracción).
- Decidir cómo continuar con la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes identificada.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

THA del concepto de fracción: objetivo de aprendizaje, niveles de progresión en la comprensión del concepto de fracción y ejemplos de tareas que ayudan a los estudiantes a progresar en los niveles de comprensión (Battista, 2012)

¿Cuál es la **estructura** del curso?

Duración: 4 sesiones de 2 horas (Total: 8 horas)
El curso consta de un documento teórico (con la THA del concepto de fracción) y 3 viñetas.

¿Cómo es el **formato del curso**?

Sesión 1 (2 horas): Introducción del documento teórico (THA)
Sesión 2 (2 horas): Viñeta 1 relacionada con la identificación y representación de fracciones
Sesión 3 (2 horas): Viñeta 2 relacionada con la comparación de fracciones
Sesión 4 (2 horas): Viñeta 3 relacionada con la reconstrucción de la unidad

Cada viñeta es trabajada en pequeños grupos y después se discute en gran grupo.



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Cada viñeta (en formato texto y comic) incluye:

- Una situación de aula: interacción de un maestro/a con varios estudiantes o parejas de estudiantes resolviendo una actividad sobre fracciones. Cada estudiante o pareja de estudiantes muestra diferentes características de la comprensión del concepto de fracción.
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los estudiantes para maestro sobre la situación de aula proporcionada.

Los estudiantes para maestro deben usar la información proporcionada en el documento teórico (THA sobre el concepto de fracción) para contestar las preguntas guía proporcionadas en la viñeta.

- Un espacio de interacción social es creado para la discusión de las viñetas. Este espacio puede ser en el aula o a través de debates virtuales.

¿Cuántas viñetas forman parte del curso?

Un conjunto de 3 viñetas, tal y como se ha mencionado anteriormente.

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

El conjunto de viñetas se ha diseñado específicamente para incentivar una rica discusión con los estudiantes para maestro y mejorar su competencia de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes.

¿Existe **material complementario** para los participantes del curso?

Un documento teórico con la THA sobre el concepto de fracción (este documento se ha diseñado adaptando la investigación de Battista, 2012).



Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:

Introducción

del documento teórico (THA del concepto de fracción)

Discusión de la viñeta 2:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: comparar fracciones

Discusión de la viñeta 1:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar y representar fracciones

Discusión de la viñeta 3:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: reconstruir el todo

Referencias

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning*. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. *Int J of Sci and Math Educ* 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary

Teachers' Professional Discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Dr. Pere Ivars. Universidad de Alicante (España)
pere.ivars@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Pere Ivars, Geneida Fernández y Salvador Llinares.** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente

el pensamiento matemático de los estudiantes:

identificar y representar fracciones



una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento

matemático de los estudiantes: identificar y representar fracciones

“Viñeta 1”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 3º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso:
Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes sobre las fracciones

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Interpretar la comprensión de los estudiantes
- Decidir cómo continuar con la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes.

Contenido matemático: identificar y representar fracciones (significado de parte-todo del concepto de fracción)

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

La viñeta tiene el formato de texto/cómic y consta de:

- Las respuestas de tres parejas de estudiantes de primaria resolviendo una actividad de identificar y representar fracciones propias ($f < 1$). Cada pareja de estudiantes muestra diferentes características de la comprensión del concepto de fracción (diferentes niveles de comprensión).
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los estudiantes para maestro sobre el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar, interpretar y decidir.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Para contestar a las preguntas guía los estudiantes para maestro deben usar la información proporcionada en el documento teórico como parte del curso:

- THA del concepto de fracción basada en Battista (2012)



Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.

Posición de la viñeta

en el curso:

Discusión de la viñeta 1:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar y representar fracciones

Discusión de la viñeta 2:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: comparar fracciones


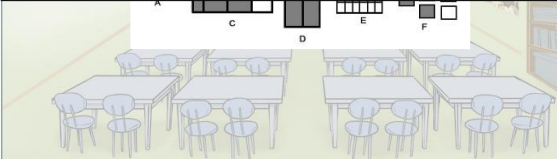
Introducción

del documento teórico (THA del concepto de fracción)

Discusión de la viñeta 3:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: reconstruir el todo

Viñeta 1

 <p>PRACTICE 1- IDENTIFYING- REPRESENTING FRACTIONS</p> <p>Description of a classroom situation:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Content: Identifying different representations of a fraction • Objective: Understand that the parts into which the whole is partitioned must be of equal size and that a part can be divided into other parts. 	<p>es profesora de 3º de primaria (8-9 años). Este año tiene un grupo de 26 alumnos.</p> <p>clases: predomina el trabajo en grupo y trata de promover el desarrollo de las ideas de sus alumnos a través de las sesiones y el intercambio de ideas que surgen con las tareas propuestas.</p> <p>primera lección se centra en la identificación de fracciones adecuadas entre varias representaciones.</p> 
--	--

¿Qué figura representa $\frac{3}{4}$?
Explica tu respuesta.

Vais a resolver este problema por parejas. Voy a pasar por las mesas y, en 5 minutos, compartiremos las respuestas.

¿Cuál es vuestra respuesta, Xavi y Víctor?

¿Qué figura representa $\frac{3}{4}$?
Explica tu respuesta.

Mmmm, bueno nosotros creemos que la figura A, B, C y D representan tres cuartos.

Xavi, ¿tú estás de acuerdo con Víctor?

¿Qué figura representa $\frac{3}{4}$?
Explica tu respuesta.

Sí, creo que sí porque A, B, C y D son 3 partes de 4 sombreadas, es decir tres cuartos.

¿Estáis todos de acuerdo?

¿Qué figura representa $\frac{3}{4}$?
Explica tu respuesta.

Nosotros no, seño.

¿Que pensáis vosotros, Joan y Tere?

¿Qué figura representa $\frac{3}{4}$?
Explica tu respuesta.

Nosotros creemos que la figura B y D son tres cuartos porque están divididas en cuatro partes y tres sombreadas. Las figuras A y C tienen 3 partes de 4 sombreadas, pero las partes no son iguales...

¿Y la figura E?
¿Qué pensáis de la figura E?

¿Qué figura representa $\frac{3}{4}$?
Explica tu respuesta.

La figura E no son tres cuartos porque si te fijas están divididos en 24 partes iguales y hay pintadas 18.

Eso es, no son tres cuartos.

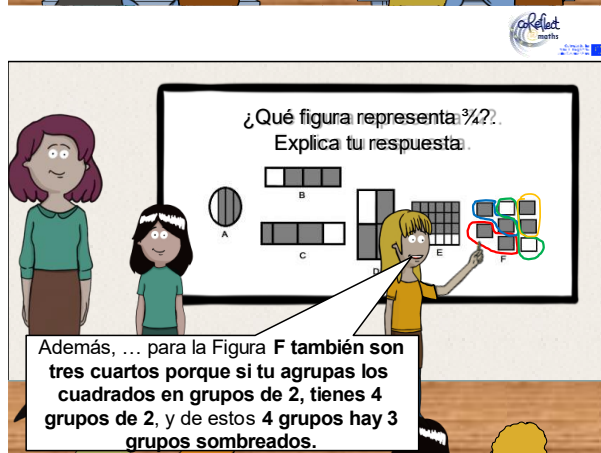
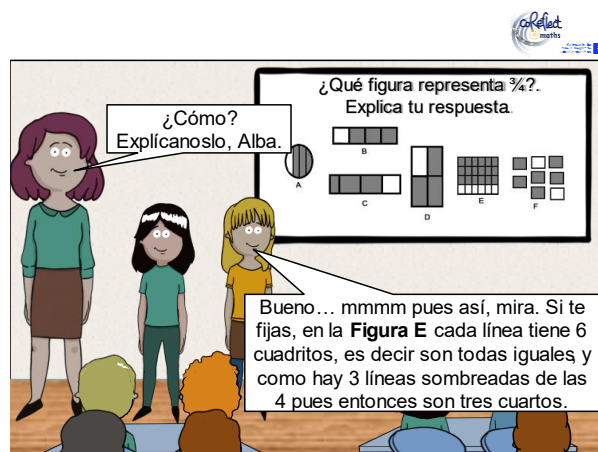
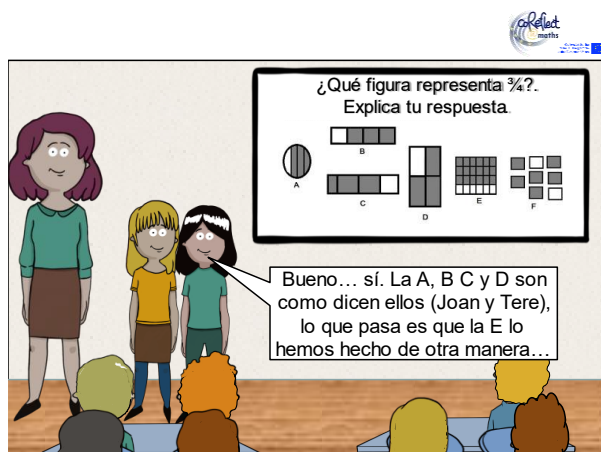
Entonces la F...

¿Qué figura representa $\frac{3}{4}$?
Explica tu respuesta.

Tampoco, eso son 6 cuadrados sombreados.

¿Estáis todos de acuerdo con la respuesta de Joan y Tere? ¿Hay alguien que lo haya pensado de manera diferente? ¿Carmen y Alba qué habéis hecho?

¿Qué figura representa $\frac{3}{4}$?
Explica tu respuesta.



- C1-** Describe la actividad que se está resolviendo en el aula teniendo en cuenta el objetivo de aprendizaje previsto: ¿cuáles son los elementos matemáticos que el alumno debe conocer para resolverla?
- C2-** Describe cómo cada pareja de alumnos ha resuelto la actividad identificando cómo han utilizado los elementos matemáticos implicados y sus dificultades con ellos
- C3-** ¿En qué nivel de la Trayectoria de Aprendizaje situarías cada pareja? Justifica tu respuesta..
- C4-** Considerando el nivel en el que has situado a cada pareja de alumnos, define un objetivo de aprendizaje y propón una actividad (o modifica la dada inicialmente por Júlia) para ayudar a los alumnos a progresar en su comprensión de las fracciones según la Trayectoria de Aprendizaje prevista

Referencias

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning*. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. *Int J of Sci and Math Educ* 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>



Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Dr. Pere Ivars. Universidad de Alicante (España)
pere.ivars@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Pere Ivars, Ceneida Fernández y Salvador Llinares..** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente

el pensamiento matemático de los estudiantes:

comparar fracciones



una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento

matemático de los estudiantes: comparar fracciones

“Viñeta 2”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 3º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes sobre las fracciones

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Interpretar la comprensión de los estudiantes
- Decidir cómo continuar en la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes.

Contenido matemático: Comparación de fracciones.

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

La viñeta tiene el formato de texto/cómic y consta de:

- Las respuestas de tres parejas de estudiantes de primaria resolviendo una actividad de comparar fracciones. Cada pareja de estudiantes muestra diferentes características de la comprensión del concepto de fracción (diferentes niveles de comprensión).
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los estudiantes para maestro sobre el pensamiento matemático

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Para contestar a las preguntas guía los estudiantes para maestro deben usar la información proporcionada en el documento teórico como parte del curso:

- THA del concepto de fracción basada en Battista (2012)

Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.



Posición de la viñeta

en el curso:

Discusión de la viñeta 1:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar y representar fracciones

Discusión de la viñeta 2:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: comparar fracciones



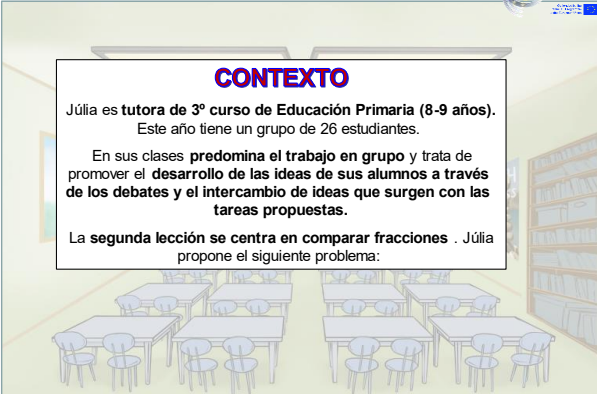
Introducción

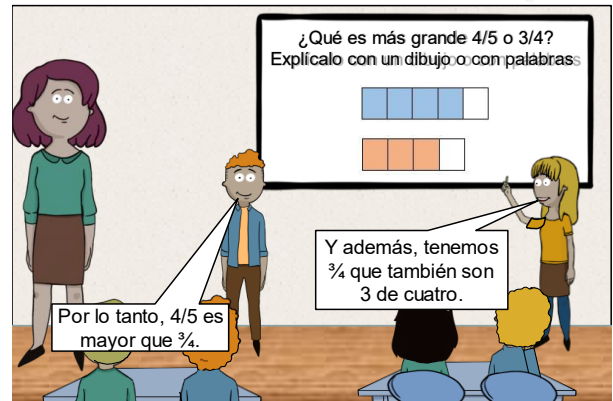
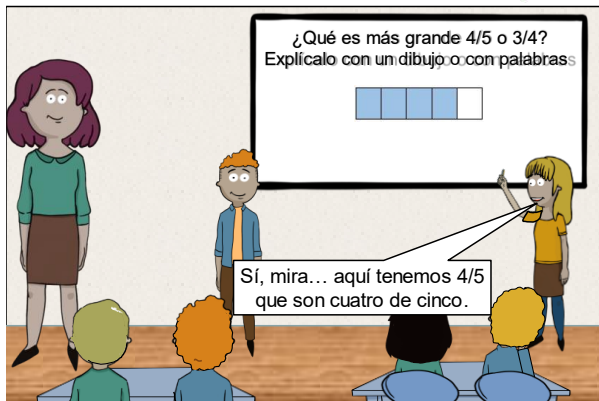
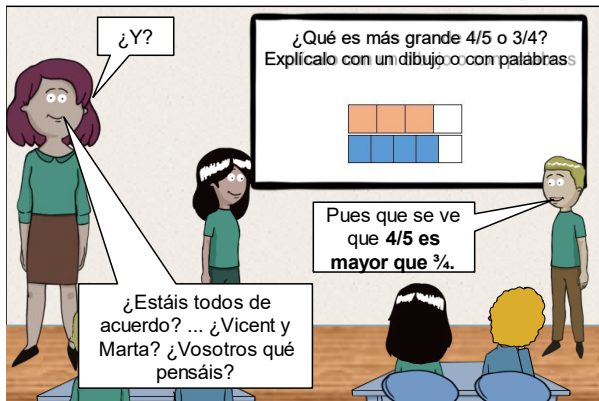
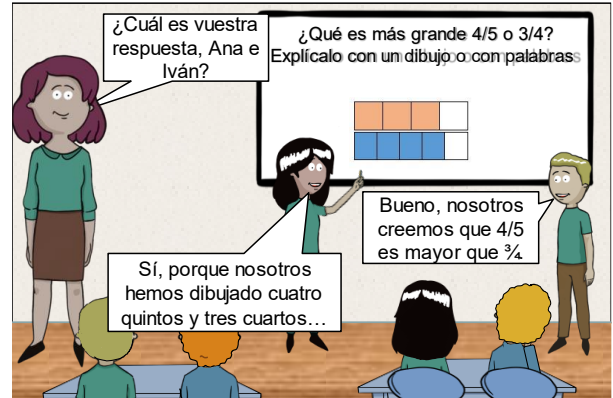
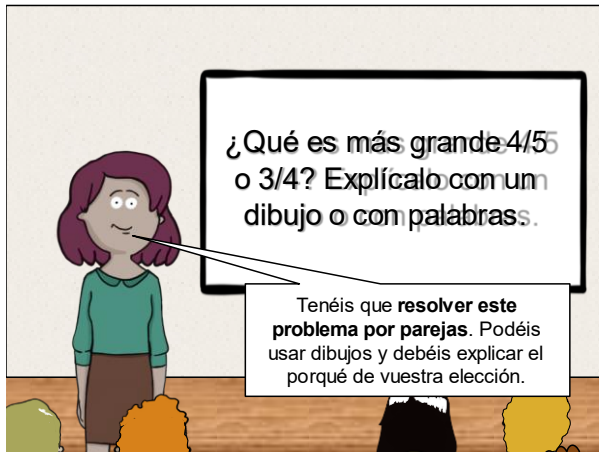
del documento teórico (THA del concepto de fracción)

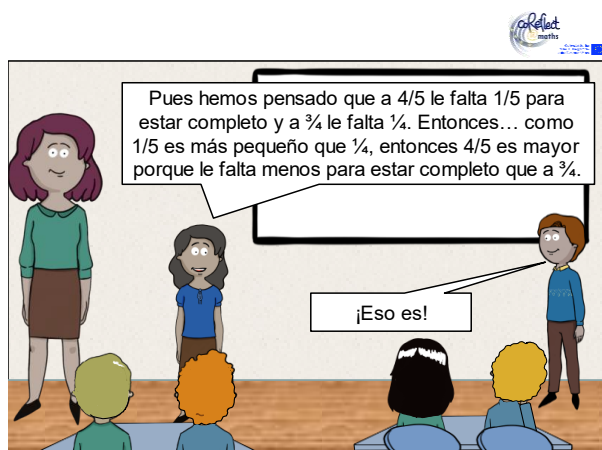
Discusión de la viñeta 3:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: reconstruir el todo

Viñeta 2

<p style="text-align: right;"></p> <h3 style="text-align: center;">PRACTICE 2- COMPARING FRACTIONS</h3> <p>Description of the classroom situation:</p> <ul style="list-style-type: none">• Content: Comparing fractions• Objective: Understanding that:<ul style="list-style-type: none">• the wholes must be the same to compare, and• the inverse relationship between the number of the parts and the size of each part	<p style="text-align: right;"></p> <h3 style="text-align: center;">CONTEXTO</h3> <p>Júlia es tutora de 3º curso de Educación Primaria (8-9 años). Este año tiene un grupo de 26 estudiantes.</p> <p>En sus clases predomina el trabajo en grupo y trata de promover el desarrollo de las ideas de sus alumnos a través de los debates y el intercambio de ideas que surgen con las tareas propuestas.</p> <p>La segunda lección se centra en comparar fracciones. Júlia propone el siguiente problema:</p> 
---	---





- Q1-** Describe the activity being solved in the classroom considering the intended learning objective: what are the mathematical elements that the student needs to know to solve it?
- Q2-** Describe how each pair of students has solved the activity identifying how they have used the mathematical elements involved and their difficulties with them.
- Q3-** At which level of the Learning Trajectory would you place each pair? Justify your answer.
- Q4-** Considering the level at which you have placed each pair of students, define a learning objective and propose an activity (or modify the one initially offered by Júlia) to help them progress in their understanding of fractions according to the expected Learning Trajectory

Referencias

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Dr. Pere Ivars. Universidad de Alicante (España)
pere.ivars@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Pere Ivars, Ceneida Fernández y Salvador Llinares..** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente

el pensamiento matemático de los estudiantes:

reconstruir el todo



una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento

matemático de los estudiantes: reconstruir el todo

“Viñeta 3”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 3º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso:
Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes sobre las fracciones

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Interpretar la comprensión de los estudiantes
- Decidir cómo continuar en la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes.

Contenido matemático: Identificar fracciones y reconstruir la el todo

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

La viñeta tiene el formato de texto/cómic y consta de:

- Las respuestas de tres estudiantes de primaria resolviendo dos actividades: una sobre identificar una fracción propia y la otra sobre la reconstrucción del todo. Cada estudiante muestra diferentes características de la comprensión del concepto de fracción (diferentes niveles de comprensión).
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los estudiantes para maestro sobre el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar, interpretar y decidir.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Para contestar a las preguntas guía los estudiantes para maestro deben usar la información proporcionada en el documento teórico como parte del curso:

- THA del concepto de fracción basada en Battista (2012)

Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.



Posición de la viñeta

en el curso:

Discusión de la viñeta 1:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar y representar fracciones

Discusión de la viñeta 2:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: comparar fracciones



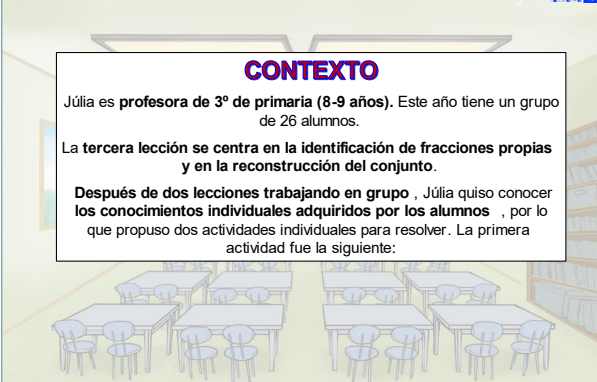
Introducción

del documento teórico (THA del concepto de fracción)

Discusión de la viñeta 3:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: reconstruir el todo

Viñeta 3

<p style="text-align: right;"></p> <h3 style="text-align: center;">PRACTICE 3</h3> <h3 style="text-align: center;">IDENTIFYING PROPER FRACTIONS AND RECONSTRUCTING THE WHOLE</h3> <p>Description of the classroom situation:</p> <ul style="list-style-type: none">• Content: Identify different representations of a proper fractions and use of a part to reconstruct the whole• Objective: Understanding; that<ul style="list-style-type: none">• The parts into which the whole is partitioned must be of equal size• A part could be divided into other parts, and• Use a part (unit fraction) as an iterative unit, to reconstruct the whole	<p style="text-align: right;"></p> <h3 style="text-align: center;">CONTEXTO</h3> <p>Júlia es profesora de 3º de primaria (8-9 años). Este año tiene un grupo de 26 alumnos.</p> <p>La tercera lección se centra en la identificación de fracciones propias y en la reconstrucción del conjunto.</p> <p>Después de dos lecciones trabajando en grupo, Júlia quiso conocer los conocimientos individuales adquiridos por los alumnos, por lo que propuso dos actividades individuales para resolver. La primera actividad fue la siguiente:</p> 
--	---

¿Qué figuras representan $\frac{3}{8}$?

A) B) C) D) E) F) (Note: In the original image, F is a circle with 8 sectors, 3 shaded, but the text says it's 6/16, which is 3/8. I will assume the image shows 6 sectors, 3 shaded.)

Vais a resolver este problema de forma individual. Recordad que tenéis que justificar vuestra respuesta.

David, ¿podrías decirnos qué figuras representan $\frac{3}{8}$?

¿Qué figuras representan $\frac{3}{8}$?

Claro. Las figuras que representan $\frac{3}{8}$ son la "A", "B" y "F" porque hay tres partes de 8 pintadas.

Mmm... ¿Qué opináis? ¿Alguien tiene una respuesta diferente? Por ejemplo, Anna...

¿Qué figuras representan $\frac{3}{8}$?

A) B) C) D) E) F) (Note: In the original image, A, B, C, and E are crossed out with red X's.)

Sí. Yo lo he resuelto de otra manera. Creo que sólo la "F" representa $\frac{3}{8}$ porque la "A" y "B" no son $\frac{3}{8}$ porque las partes no son iguales. En la "C" son 3 puntos pintados, la "E" son 6 puntos pintados y la "D" son $\frac{6}{16}$.

¿Qué figuras representan $\frac{3}{8}$?

Muy bien. Gracias por compartir tu respuesta, Anna. ¿Alguien lo ha resuelto de otra manera? ¿Cómo lo has resuelto, Joan?

¿Qué figuras representan $\frac{3}{8}$?

A) B) C) D) E) F) (Note: In the original image, A, B, C, and E are circled in blue.)

Bueno, yo creo que la "A" y "B" no tienen partes iguales y no son $\frac{3}{8}$. La "C", "D", "E" y "F" representan $\frac{3}{8}$.

¡Vale! Gracias por tu respuesta.

Esta figura representa $\frac{5}{3}$ de la unidad. Representa la unidad.

Ahora, vais a resolver otro problema de forma individual. Como siempre, recordad que tenéis que justificar vuestra respuesta

David, ¿podrías explicarnos cómo has representado la unidad?

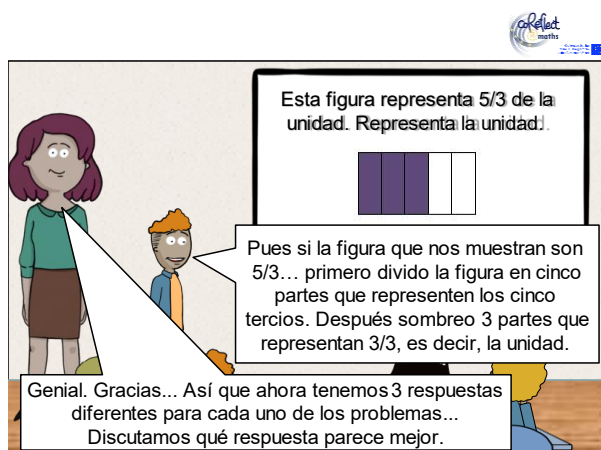
Claro. Uno, dos y tres. Esto son 3 partes.

Vale... gracias por compartir tu respuesta. Vamos a ver cómo ha resuelto Anna la actividad. ¿Te importaría explicarlo, Anna?

Esta figura representa $\frac{5}{3}$ de la unidad. Representa la unidad.

Sí, Júlia. Yo lo he hecho de otra manera. Divido lo que me han dado en 3 partes iguales y luego cojo cinco partes como las que he pintado.

Gracias, Anna. Y Joan, ¿cómo lo has resuelto?



- Q1-** Describe the activity being solved in the classroom considering the intended learning objective: what are the mathematical elements that the student needs to know to solve it?
- Q2-** Describe how each pair of students has solved the activity identifying how they have used the mathematical elements involved and their difficulties with them.
- Q3-** At which level of the Learning Trajectory would you place each pair? Justify your answer.
- Q4-** Considering the level at which you have placed each pair of students, define a learning objective and propose an activity (or modify the one initially offered by Júlia) to help them progress in their understanding of fractions according to the expected Learning Trajectory

Referencias

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Dr. Pere Ivars. Universidad de Alicante (España)
pere.ivars@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Pere Ivars, Ceneida Fernández y Salvador Llinares..** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente

el pensamiento de los estudiantes sobre

el límite de función en un punto



un concepto de curso para

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento

de los estudiantes sobre el límite de función en un punto

¿A **quién** va dirigido el curso?

Futuros profesores de Educación Secundaria y Bachillerato (curso 1º Bachillerato, 16-17 años)

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** del curso?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Identificar elementos matemáticos y modos de representación vinculados al límite de una función en un punto en diferentes actividades de libros de texto.
- Anticipar respuestas de estudiantes con diferente comprensión del concepto de límite de una función en un punto.
- Analizar respuestas de estudiantes a diferentes actividades de límite de una función en un punto para interpretar su comprensión.
- Decidir cómo continuar con la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes identificada.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Elementos matemáticos y modos de representación en el concepto de límite de una función en un punto (concepción dinámica de límite) (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls y Llinares, 2012).
Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) del concepto de límite una función en un punto (Pons, 2014)

¿Cómo está **estructurado** y **organizado** el curso?
(duración, organización de las sesiones, modalidad: online / presencial...)

Duración: 5 sesiones de 2 horas (Total: 10 horas)

El curso consta de dos documentos teóricos: un documento con información sobre los elementos matemáticos implicados en el concepto de límite de una función en un punto y los diferentes modos de representación y otro documento teórico con información sobre una THA del concepto de límite de



una función en un punto (diferentes niveles de comprensión del concepto).

Además, consta de 4 viñetas: una viñeta donde los futuros profesores tienen que analizar diferentes actividades de un libro de texto, una viñeta de anticipar respuestas de estudiantes con diferente nivel de comprensión del concepto, y dos viñetas donde los futuros profesores tienen que analizar respuestas de estudiantes para interpretar su comprensión y proponer actividades que ayuden a progresar a los estudiantes en su comprensión.

¿Cómo es el **formato** del curso?

Sesión 1 (2 horas)

Viñeta 1 formada por tres actividades (procedentes de libros de texto) sobre el concepto de límite de función en un punto. Los futuros profesores deben resolver las actividades e identificar los elementos matemáticos del concepto implicados, así como los modos de representación. Para ello cuentan con el documento teórico con información sobre los elementos matemáticos implicados en el concepto de límite de función en un punto y los diferentes modos de representación.

Sesión 2 (2 horas)

Viñeta 2 formada por las mismas tres actividades de la viñeta 1 pero ahora las preguntas que deben de responder los futuros profesores están centradas en la anticipación de respuestas de estudiantes para discutir posibles niveles de comprensión del concepto de límite de una función en un punto. Para ello cuentan con el mismo documento teórico que en la viñeta 1.

Sesiones 3 y 4 (4 horas)

Viñeta 3 formada por las respuestas de tres estudiantes de bachillerato a tres actividades sobre el concepto de límite de una función en un punto. Los futuros profesores deben de identificar características de la comprensión en los diferentes estudiantes y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente. Para ello cuentan con un documento teórico con información sobre una THA del concepto de límite de una función en un punto (diferentes niveles de comprensión del concepto).

Sesión 5 (2 horas)

Viñeta 4 (viñeta de evaluación) formada por las respuestas de tres estudiantes de bachillerato a seis actividades sobre el concepto de límite de una



función en un punto. Los futuros profesores tienen que identificar características de la comprensión en los diferentes estudiantes y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente. Para ello cuentan con el mismo documento teórico que en la viñeta 3.

Cada viñeta es trabajada en pequeños grupos y después se discute en gran grupo. A excepción de la viñeta 4 que, al ser una viñeta de evaluación, es trabajada individualmente.

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Cada viñeta (en formato texto o comic) incluye:

- Páginas de libros de texto o una situación de aula en la que un profesor/a propone varias actividades a estudiantes de Bachillerato (16-17 años) y se muestran diferentes respuestas reales de estos estudiantes. Cada estudiante muestra diferentes características de la comprensión del concepto de límite de función en un punto.
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los futuros profesores sobre la situación proporcionada: identificar elementos matemáticos implicados en las actividades, anticipar respuestas de estudiantes, analizar respuestas de estudiantes para interpretar su comprensión y proponer actividades para ayudar a los estudiantes a progresar en su comprensión.

Los futuros profesores tienen que usar la información proporcionada en los dos documentos teóricos.

Un espacio de interacción social es creado para la discusión de las viñetas. Este espacio puede ser en el aula o a través de debates virtuales.

¿Cuántas viñetas forman parte del curso?

Un conjunto de 4 viñetas, tal y como se ha mencionado anteriormente.

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

El conjunto de viñetas es auténtico (viñetas construidas usando respuestas reales de estudiantes) o adaptadas y se ha diseñado específicamente para incentivar una rica discusión con los futuros profesores y desarrollar su competencia de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes.



¿Existe **material complementario** para los participantes del curso?

Dos documentos teóricos:

(i) un documento con información sobre los elementos matemáticos implicados en el concepto de límite de una función en un punto y los diferentes modos de representación (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls y Llinares, 2012)

(ii) un documento teórico con información sobre una THA del concepto de límite de una función en un punto (diferentes niveles de comprensión del concepto) (Pons, 2014).

Línea de tiempo que muestra el uso de viñetas en el curso:

Viñeta 1
Resolver actividades sobre el concepto de límite de función en un punto e identificar elementos matemáticos y modos de representación implicados

Viñeta 2
Anticipar respuestas de estudiantes a diferentes actividades sobre el concepto de límite de función en un punto que muestren diferente nivel de comprensión

Viñeta 3
Identificar características de la comprensión (analizando respuestas de estudiantes) y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente

Viñeta 4 (Evaluación)
Identificar características de la comprensión (analizando respuestas de estudiantes) y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente

Referencias

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K. y Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 167–192.



Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Tesis Doctoral. Universidad de Alicante. Alicante. España.

Pons, J., Valls, J. y Llinares, S. (2012). La comprensión de la aproximación a un número en el acceso al significado de límite de una función en un punto. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García y L. Ordóñez (Eds.) Investigación en Educación Matemática XVI (pp. 435–445). Jaén: SEIEM.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Dra. Ceneida Fernández, Ceneida.fernandez@ua.es
Universidad de Alicante (España)

El curso ha sido diseñado por:

Ceneida Fernández, M. Mar Moreno y Julia Valls
Universidad de Alicante (España)

Gloria Sánchez-Matamoros
Universidad de Sevilla (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Interpretar la comprensión de estudiantes sobre

el concepto de límite de función en un punto

y decidir cómo continuar con la instrucción



una viñeta para

Interpretar la comprensión de estudiantes sobre el concepto de límite

de función en un punto y decidir cómo continuar con la instrucción

“Viñeta 3”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Futuros profesores de Educación Secundaria y Bachillerato (curso 1º Bachillerato, 16-17 años)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso: “**Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento de los estudiantes sobre el límite de función en un punto**”

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Interpretar la comprensión de los estudiantes
- Decidir cómo continuar con la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes.

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

La viñeta tiene el formato de cómic y consta de:

- Las respuestas de tres estudiantes de bachillerato a tres actividades sobre el concepto de límite de una función en un punto (en diferentes modos e representación: analítico, numérico y gráfico). Cada estudiante muestra diferentes características (nivel) de la comprensión del concepto.
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los futuros profesores sobre el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar, interpretar y decidir.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Para contestar a las preguntas guía los estudiantes para maestro deben usar la información proporcionada en el documento teórico como parte del curso:

- THA (niveles de comprensión) del concepto de límite de función en un punto (Pons, 2014).

Comentarios adicionales

La viñeta está disponible en español, inglés, alemán y checo.



Línea de tiempo que muestra el uso de viñetas en el curso:

Viñeta 4 (Evaluación)

Identificar características de la comprensión (analizando respuestas de estudiantes) y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente

Viñeta 1

Resolver actividades sobre el concepto de límite de función en un punto e identificar elementos matemáticos y modos de representación implicados

Viñeta 2

Anticipar respuestas de estudiantes a diferentes actividades sobre el concepto de límite de función en un punto que muestren diferente nivel de comprensión

Viñeta 3

Identificar características de la comprensión (analizando respuestas de estudiantes) y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente

Viñeta 3

VIÑETA 3. Interpretar la comprensión de estudiantes sobre el concepto de límite de función en un punto y decidir cómo continuar con la instrucción



Contexto:

Carlos, es un profesor de secundaria que está impartiendo clase a un grupo de 1º de Bachillerato. Como práctica de clase, propone las siguientes tres actividades sobre el concepto de límite de función en un punto. Se muestran las resoluciones de tres estudiantes a las tres actividades.

La práctica de hoy consiste en que resolváis las siguientes tres actividades individualmente.

Problema 1
Sean las funciones

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$
 Calcule el límite de $f(x)$ cuando:
 a) x tiende a 1
 b) x tiende a 2

Problema 3
Relaciona las siguientes gráficas con las afirmaciones a, b y c. Jt

a) El límite de la función es 2 en $x=2$
 b) El límite de la función es 5 en $x=2$
 c) No existe el límite de la función en $x=2$

Sara: Resolución problema 1

a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x+1 = 3$
 b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} 4 = 4$

Sara: Resolución problema 2

a) 1. x_1 por la i.d.g. se acerca a $\frac{1}{2}$
 x_2 por la d.g. se acerca a $\frac{1}{2}$
 x_3 por la i.d.g. se acerca a $\frac{1}{2}$
 x_4 por la d.g. se acerca a $\frac{1}{2}$
 $f(x_1) = \frac{1}{2}$
 $f(x_2) = \frac{1}{2}$
 $f(x_3) = \frac{1}{2}$
 $f(x_4) = \frac{1}{2}$
 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \frac{1}{2}$
 2. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$
 $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2$
 3. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$
 b) 1. $x_1^- = 0$ $x_2^+ = 2$
 $f(x_1^-) = 1$ $f(x_2^+) = 2$
 2. $x_1^- = 0$ $x_2^+ = 1$
 $f(x_1^-) = 0$ $f(x_2^+) = 2$
 coinciden.

Sara: Resolución problema 3

3. a) El límite de la función es 2 en $x=2$ porque existe el límite por la i.d.g. y por la d.g. y es 2.
 b) El límite de la función es 5 en $x=2$ porque existe el límite por la i.d.g. y por la d.g. y es 5.
 c) No existe el límite en $x=2$ porque por la i.d.g. tiende a 2 y por la d.g. a 5.

Luis: Resolución problema 1

1. a) No tiene límite porque $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

Luis: Resolución problema 2

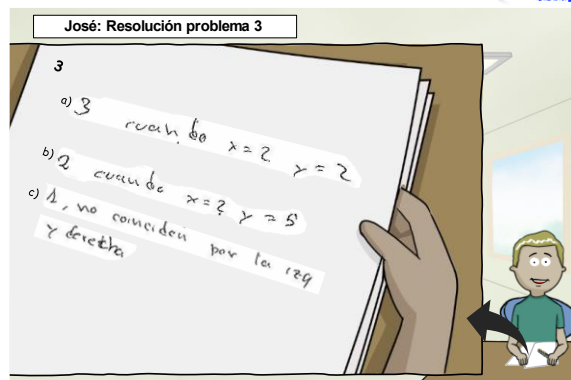
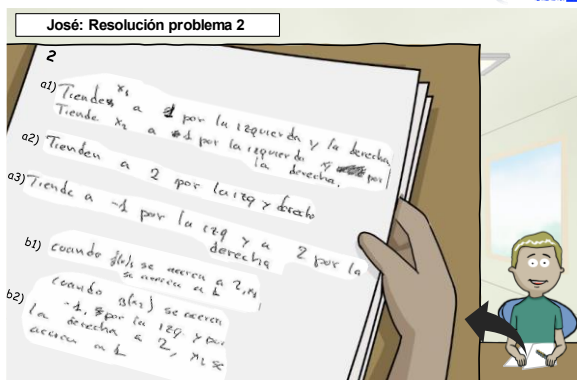
2. a) ¿A qué valor se acercan?
 1. x_1 y x_2 por la derecha y por la izquierda
 2. las imágenes de $f(x_1)$ por la derecha y por la izquierda
 3. las imágenes de $f(x_2)$ por la derecha y por la izquierda?
 b) ¿A qué valor se acercan?
 1. las imágenes de $f(x_1)$ en relación al valor que se acerca x_1 . Se acercan a 2 y 4.
 2. las imágenes de $f(x_2)$ en relación al valor que se acerca x_2 . Se acercan a 1.
 Justifica tus respuestas: En los gráficos es igual por $f(x)$. La relación es que $f(x_1)$ es el doble que $f(x_2)$.
 como en los negativos cambia a $f(x)$.
 c) ¿Alguno cuando x_1 tiende a 1? (cuando x_1 tiende a 1)
 cuando x_1 tiende a 1

Luis: Resolución problema 3

3. a) La 3 ya que se acerca por los dos lados
 b) La 2 ya que se acerca por los dos lados.
 c) La 1 ya que como por 2+ y por 2- dan diferente por lo tanto no existe límite.

José: Resolución problema 1

1. a) 3 ya que el 1 se aproxima en la $f(x)$ $2x+1$ porque $x=1$ equivale a 1.
 b) 4 ya que el 2 se aproxima en la $f(x)$ 4 porque $1 \times 4 = 4$ equivale a 4.



CUESTIONES

1. Describe en cada una de las actividades qué elementos matemáticos de la concepción dinámica de límite ha usado **cada estudiante** (Sara/Luís/José) para resolverlas e indica si han tenido dificultades y por qué.
2. A partir de las descripciones de cómo **cada estudiante** ha realizado las tres actividades ¿es posible identificar alguna característica de cómo **cada estudiante** comprende el concepto de límite de una función en un punto? Justifica tu respuesta a partir de los elementos y los modos de representación.
3. Considerando la comprensión de límite de una función en un punto de **cada estudiante** mostrada en la resolución de las tres actividades, diseña una nueva actividad para mejorar su comprensión. Justifica tu respuesta.

Referencias

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Tesis Doctoral. Universidad de Alicante. Alicante. España.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Dra. Ceneida Fernández, Ceneida.fernandez@ua.es
Universidad de Alicante (España)

El curso ha sido diseñado por:

Ceneida Fernández, M. Mar Moreno y Julia Valls
Universidad de Alicante (España)

Gloria Sánchez-Matamoros

Universidad de Sevilla (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Desarrollar la competencia mirar

profesionalmente las situaciones de enseñanza

de la geometría en Educación Primaria



un concepto de curso para

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente las situaciones

de enseñanza de la geometría en Educación Primaria

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 1º - 6º)

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de la geometría, con foco en:

- El pensamiento geométrico de los estudiantes (identificar los elementos matemáticos relevantes, interpretar la comprensión, decidir cómo continuar)
- Análisis de tareas desde libros de texto (y actividades interactivas)
- Análisis de la interacción estudiantes-maestro (lenguaje en el aula)
- El diseño de tareas instruccionales (plan de lecciones) para promover el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Bernabeu, M. y Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

¿Cuál es la **estructura** del curso?

Duración:

- 5 sesiones de 2 horas (total: 10 horas)

Estructura:

- **Introducción a la teoría** sobre el pensamiento geométrico de los estudiantes de educación primaria (niveles de sofisticación/ desarrollo) y tipos de tareas. Usando viñetas/narrativas para ilustrar la teoría



- **En cada sesión:**
 - Análisis colaborativo de una viñeta (en pequeño grupo). El foco en cada viñeta es: analizar respuestas de estudiantes a actividades geométricas, analizar secuencia de actividades en libros de textos, anticipar respuestas de los estudiantes, analizar interacciones/diálogos en el aula
 - Los estudiantes para maestro recogen las respuestas de sus compañeros y les proporcionan feedback en relación con la enseñanza de la geometría (considerando el pensamiento geométrico de los estudiantes),
 - Discusión/Reflexión colectiva en gran grupo
- **Resolución individual** de tarea basada en viñeta. feedback y autoevaluación del progreso

¿Cómo es el **formato del curso**?

Texto y/o comics: video-viñetas también son posibles
Cada viñeta (en formato texto y comic) incluye:

- **Descripción del Contexto:**
- **Una representación de la práctica.**
Por ejemplo,
 - Un conjunto de respuestas de estudiantes a un problema
 - Interacción de un maestro/a con varios estudiantes/o resolviendo una actividad
 - Dialogo entre varios maestros/as sobre una situación de aula
 - Ejemplos de actividades y lecciones de libros de texto
- **Cuestiones guía** para centrar la mirada de los estudiantes para maestro sobre los elementos relevantes de la situación para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

¿ **Cuántas viñetas** forman parte del curso?

El curso está formado por 5 viñetas a ser resueltas de manera colaborativa

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

- **Viñeta 1:** Pensamiento geométrico de los estudiantes: Reconocer y razonar con los atributos de las figuras (reconocer, interpretar, tomar decisiones)
- **Viñeta 2:** actividades/paginas desde los libros de texto y recursos interactivos (atender a, interpretar, rediseñar/tomar decisiones)



- **Viñeta 3:** Anticipar respuestas de los estudiantes (relaciones inclusivas entre figuras y/o cuerpos geométricos) (planificación lección, interpretar)
3A – Figuras Geométricas
3B – Cuerpos geométricos
- **Viñeta 4:** Diálogos/interacción en el aula (atender a, interpretar y tomar decisiones)

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Algunas viñetas son adaptadas desde situaciones reales y otras son reales. El conjunto de viñetas se ha diseñado para incentivar una rica discusión con los estudiantes para maestro y mejorar su competencia docente

¿Cómo se desarrolla el curso? (organización de las sesiones, online/offline/híbrido, ...)

Tres tipos de formatos:

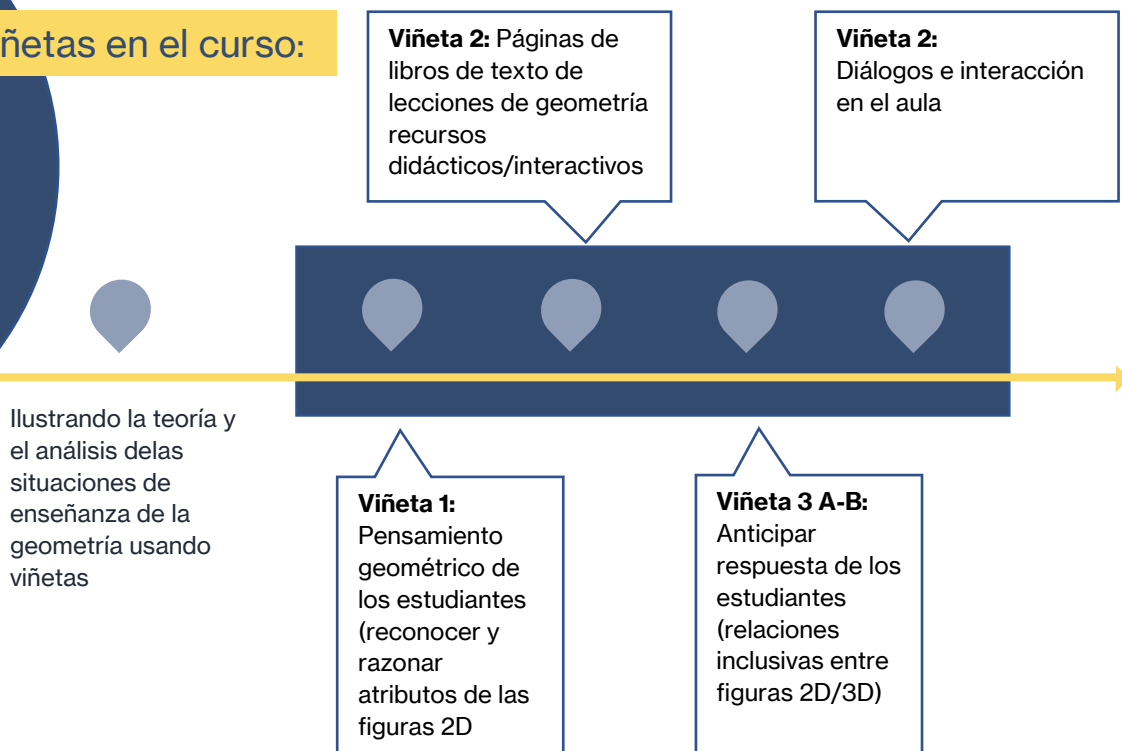
- Online
- Híbrido, y
- Presencial

¿Existe **material complementario** para los participantes del curso?

Un documento teórico con las características del desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de educación primaria (Battista, 2012).

Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:





Referencias

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning*. Heinemann.

Battista, M. (2007) The development of Geometric and Spatial Thinking. In F. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843–869). NCTM-IAP.

Bernabeu, M. y Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 85, 60-65.

Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. *Education Studies in Mathematics*, 106, 251-270.

Bernabeu, M. y Llinares, S. (2017). How do six to nine years-old children understand geometrical shapes. *Educación Matemática*, 29(2), 9–35.

Bernabeu, M., Llinares, S. y Moreno, M. (2021). Levels of Sophistication in elementary Students' understanding of Polygon concept and Polygons Classess. *Mathematics*, 9, 1966. <https://doi.org/10.3390/math9161966>

Clements, D. y Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. Lester (ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*; (p. 461-455). Information Age Publishing.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Springer.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60–72.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In Nesher & Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge University Press.

Levenson, S., Tirosh, D. y Tsamir, P. (2011). *Preschool Geometry. Theory, Research and Practical Perspectives*. Sense Publishers.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Dra. Melania Bernabeu. Universidad de Alicante
(España) Melania.bernabeu@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Melania Bernabeu,**
Mar Moreno y Salvador Llinares. Universidad de
Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Reconocer y razonar con los

los atributos de las figuras 2D



una viñeta para

Reconocer y razonar con los

los atributos de las figuras 2D

“Viñeta 1”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 1º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso: **Desarrollar la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza de la geometría en Educación Primaria**

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la mirada profesional de los estudiantes para maestro/a sobre el pensamiento geométrico de los estudiantes

- Analizar cómo los estudiantes de educación primaria reconocen y razonan con los atributos de las figuras geométricas
- Reconocer e interpretar la comprensión de los estudiantes (usando la información teórica sobre el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes)
- Aprender a tomar decisiones instruccionales sobre la base de la comprensión de los estudiantes

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Lo que es representado: respuestas de estudiantes de educación primaria a tareas geométricas

Formato: texto y comic;

- Tareas instruccionales: agrupar tarjetas con ejemplos y no-ejemplos de polígonos
- Respuesta de un estudiante
- Características de la respuesta del estudiante: la respuesta muestra ciertas características de la comprensión del concepto de polígono (en este caso, el estudiante razona con los atributos del concepto de polígono)
- Cuestiones guía: identificar, interpretar, decidir



¿Cuánto dura la resolución?

Análisis de la viñeta en pequeño grupo: 30'
Los comentarios de los estudiantes para maestro/a a las respuestas de sus compañeros: 60'
Total: 90'

¿La viñeta es auténtica, adaptada o construida?

La viñeta es adaptada de respuestas reales de estudiantes de educación primaria

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Teoría para los estudiantes para maestro para analizar el contenido de la viñeta: La del curso

Teoría para los formadores de maestros para analizar el aprendizaje de los estudiantes para maestro/a (adaptando perspectivas social-cultural, cognitiva o instrumentalización): La del curso

Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.

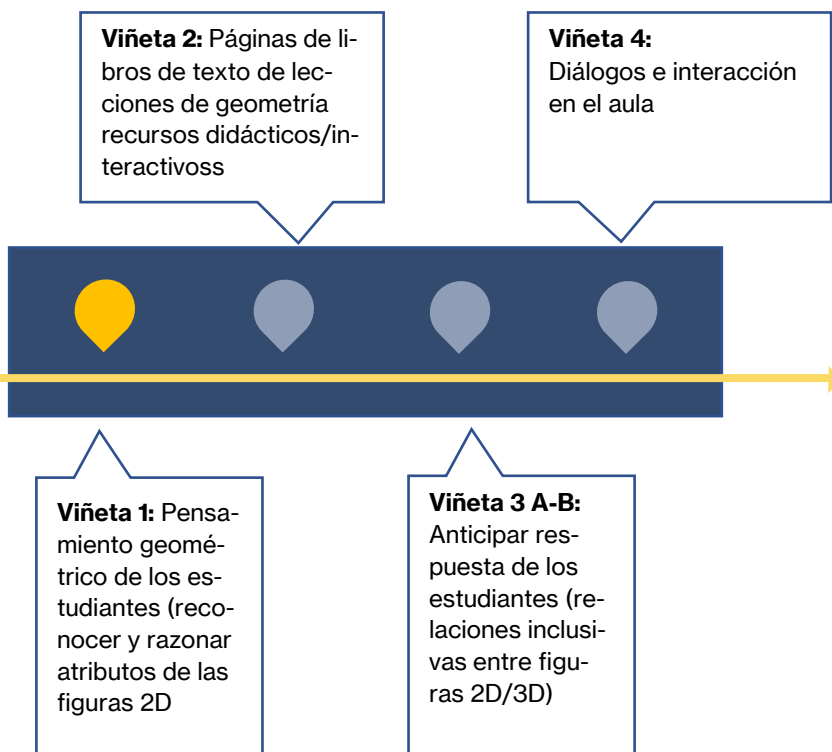
Referencias

Las mismas que el curso

Posición de la viñeta

en el curso:

Ilustrando la teoría y el análisis de las situaciones de enseñanza de la geometría usando viñetas



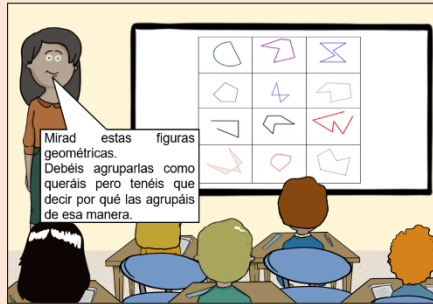
Viñeta 1

Ana es maestra de 2º de Educación Primaria.

Ha planificado una lección para hoy con el objetivo de saber **cómo sus alumnos reconocen y razonan con los atributos de las figuras para construir el concepto de polígono**.

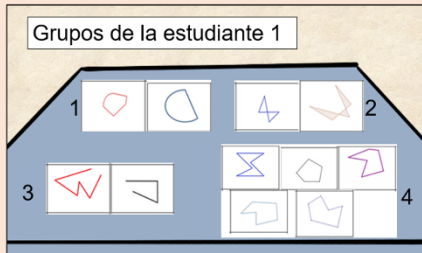
Ana ha decidido buscar diferentes momentos para realizar entrevistas clínicas a sus alumnos.

En la entrevista les propone la siguiente tarea.



Estudiante 1

Grupos de la estudiante 1



Vale, explícame, ¿cómo has agrupado?

Pues estos porque tienen algún lado curvo (1).

Estos porque se cruzan (2).

Estos porque están abiertos (3).

Y estos porque sus lados son rectos y no están abiertos, están cerrados (4).

Estudiante 2

Grupos del estudiante 2



Vale, explícame, ¿por qué has agrupado así?

Aquí hay seis (1) y aquí hay otras seis (2).

Vale, me has agrupado poniendo seis fichas en un lado y seis fichas en otro.

Sí.

Estudiante 3

Grupos de la estudiante 3

1 2

Explicame, ¿por qué has agrupado así?

Todas estas son polígonos (1) y estas no (2).

¿Todos estos son polígonos (1)?

Si, ya que un polígono es una figura plana, no cruzada y con todos los lados rectos. Y estas lo son (1), pero estos no (2).

CUESTIONES

- **C1-** Describe **la tarea** en función del objetivo de aprendizaje: ¿cuáles son los elementos y procesos geométricos que el resolutor debe usar para resolverla?
 - Identifica las características de los ejemplos de las figuras usadas por la maestra y justifica su uso desde lo que la tarea exige a los estudiantes.
- **C2-** Describe **cómo cada estudiante ha resuelto la tarea**, identificando:
 - Cómo ha utilizado los *elementos* y *procesos geométricos*, y las dificultades que ha tenido con ellos;
 - ¿En qué nivel del desarrollo del pensamiento geométrico lo situarías? Justifica tu respuesta.
- **C3-** Teniendo en cuenta el nivel en el que has situado a los niños, define un objetivo de aprendizaje para la lección siguiente y propón una actividad (o modifica la propuesta inicialmente por Ana) para ayudar a que sus alumnos progresen en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Dra. Melania Bernabeu. Universidad de Alicante (España) Melania.bernabeu@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Melania Bernabeu, Mar Moreno y Salvador Llinares.** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Anticipar respuestas de los estudiantes:

Proceso de definir y relaciones inclusivas entre

figuras geométricas (3A) y cuerpos geométricos (3B)



una viñeta para

Anticipar respuestas de los estudiantes: Proceso de definir y relaciones

inclusivas entre figuras geométricas (3A) y cuerpos geométricos (3B)

“Viñeta 3A y 3B”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 1º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso: **Desarrollar la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza de la geometría en Educación Primaria**

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la mirada profesional de los estudiantes para maestro/a sobre el pensamiento geométrico de los estudiantes

- Aprender a anticipar respuestas de estudiantes de educación primaria con diferente nivel de comprensión
Foco: relaciones inclusivas entre figuras geométricas
- Aprender a tomar decisiones instruccionales sobre la base de la comprensión de los estudiantes

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Lo que es representado: situación en un curso de formación de maestros. Se presenta la resolución de estudiantes para maestro a una tarea de anticipar respuestas de estudiantes de educación primaria sobre la relación entre definición y las relaciones de inclusión entre figuras geométricas (3A) y entre cuerpos geométricos (3B)

Formato: texto y cómic.

Cuestiones guía: identificar, interpretar, y planificar

¿Cuánto dura la resolución?

Viñeta 3A

- Análisis de la viñeta en pequeño grupo: 30'
- Los comentarios de los estudiantes para maestro/a a las respuestas de sus compañeros: 60'

Total: 90'



Viñeta 3B

- Análisis de la viñeta en pequeño grupo: 30'
- Los comentarios de los estudiantes para maestro/a a las respuestas de sus compañeros: 60'

Total: 90'

¿La viñeta es auténtica, adaptada o construida?

Viñeta es adaptada

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Teoría para los estudiantes para maestro para analizar el contenido de la viñeta: La del curso + Documento sobre procesos de definir y clasificar

Teoría para los formadores de maestros para analizar el aprendizaje de los estudiantes para maestro/a (adaptando perspectivas social-cultural, cognitiva o instrumentalización): La misma del curso

Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.

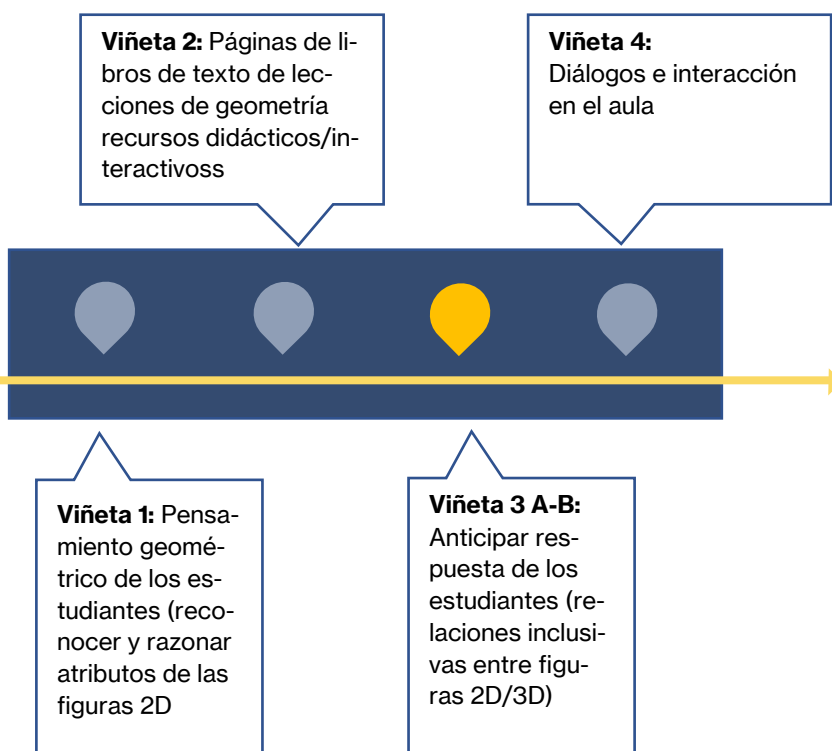
Referencias

Las mismas que el curso

Posición de la viñeta

en el curso:

Ilustrando la teoría y el análisis de las situaciones de enseñanza de la geometría usando viñetas



Viñeta 3A

A un alumno de educación primaria que se encuentra en el nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico se le presenta la siguiente clasificación y se le pide que defina las figuras geométricas. Anticipa una posible respuesta correcta.

```

    ROMBOIDE
    |
    ROMBO
    |
    CUADRADO
    
```

Las líneas que unen las etiquetas significan de abajo hacia arriba: "es un ejemplo de ..."

A un alumno de educación primaria que se encuentra en el nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico se le presenta la siguiente clasificación y se le pide que defina las figuras geométricas. Anticipa una posible respuesta correcta.

```

    ROMBOIDE
    |
    ROMBO
    |
    CUADRADO
    
```

Por ejemplo... **Carla**, ¿cómo definiría el estudiante estas figuras geométricas?

Pues...

Romboide como figura de cuatro lados que no forman ángulos rectos, de los cuales son iguales los opuestos y desiguales los contiguos.

Rombo como figura geométrica de cuatro lados iguales que no forman ángulos rectos.

Cuadrado como figura que tiene cuatro lados iguales que forman cuatro ángulos rectos.

A un alumno de educación primaria que se encuentra en el nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico se le presenta la siguiente clasificación y se le pide que defina las figuras geométricas. Anticipa una posible respuesta correcta.

```

    ROMBOIDE
    |
    ROMBO
    |
    CUADRADO
    
```

Gracias Carla. **Alicia**, ¿definirías igual que Carla o de otra manera?

Yo creo que un estudiante definiría distinto, Héctor, pero no sé si está bien... Diría que...

El **romboide** es un paralelogramo con ángulos y lados iguales 2 a 2.

El **rombo** es un romboide con 4 lados iguales.

El **cuadrado** es un rombo con 4 ángulos rectos.

A un alumno de educación primaria que se encuentra en el nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico se le presenta la siguiente clasificación y se le pide que defina las figuras geométricas. Anticipa una posible respuesta correcta.

```

    ROMBOIDE
    |
    ROMBO
    |
    CUADRADO
    
```

Vale, es otra opción. **Iker**, ¿cómo definirías tu estas figuras geométricas si fueras el estudiante?

El alumno diría que todos son cuadriláteros porque tienen 4 aristas y 4 vértices, pero que

el **romboide** tiene los lados iguales 2 a 2 y los ángulos iguales 2 a 2, que

el **rombo** tiene los 4 lados iguales pero los ángulos diferentes 2 a 2 y que

el **cuadrado** tiene todos los lados y todos los ángulos iguales.

CUESTIONES

- **C1- IDENTIFICAR E INTERPRETAR.** Teniendo en cuenta las respuestas de Carla, Alicia e Iker.
 - ¿Quién crees que ha dado las definiciones correctas y por qué? **Justifica** tu respuesta indicando en qué medida las respuestas dadas reflejan o no la especialización de la definición y la transición de las relaciones de inclusión.
- **C2- PLANIFICAR** (decidir) - En aquellos casos en los que la respuesta no refleje las dos características, **especialización de la definición y/o transitividad de la relación de inclusión**, propón una actividad dirigida a que los estudiantes de educación primaria puedan comprender y usar estas características en las tareas de definir diferentes polígonos.

Viñeta 3B

Héctor es formador de maestros.

El contenido de la lección de hoy es estudiar las características del pensamiento geométrico de estudiantes de educación primaria (en el contexto de definir figuras geométricas considerando relaciones de inclusión)

La lección de hoy tiene como **Objetivo**:

- **Anticipar respuestas de estudiantes en un determinado nivel de desarrollo del pensamiento geométrico** (definir objetos geométricos considerando relaciones de inclusión).
- **Diseñar tareas** para que estudiantes de educación primaria aprendan a definir figuras geométricas teniendo en cuenta relaciones de inclusión

Para ello propone el siguiente problema



CUESTIONES

- **C1- IDENTIFICAR E INTERPRETAR.** Teniendo en cuenta las respuestas de Carla, Alicia e Iker.
 - ¿Quién crees que ha dado las definiciones correctas y por qué? **Justifica** tu respuesta indicando en qué medida las respuestas dadas reflejan o no la especialización de la definición y la transición de las relaciones de inclusión.
- **C2- PLANIFICAR** (decidir) - En aquellos casos en los que la respuesta no refleje las dos características, **especialización de la definición y/o transitividad de la relación de inclusión**, propón una actividad dirigida a que los estudiantes de educación primaria puedan comprender y usar estas características en las tareas de definir diferentes polígonos.

Información de contacto

Para más información contactad con:

Dra. Melania Bernabeu. Universidad de Alicante (España) Melania.bernabeu@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Melania Bernabeu, Mar Moreno y Salvador Linares.** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Reflexionar sobre diálogos

e interacción en el aula

Lenguaje matemático del maestro.



una viñeta para

Reflexionar sobre diálogos e interacción en el aula

Lenguaje matemático del maestro.

“Viñeta 4”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 1º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso: **Desarrollar la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza de la geometría en Educación Primaria**

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la mirada profesional de los estudiantes para maestro/a sobre el lenguaje matemático del maestro en el aula. Foco en vocabulario, explicaciones y ejemplos

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Lo que es representado: Situación de enseñanza de la geometría en 2º de Educación primaria. Objetivo de aprendizaje de la clase: Desarrollar los procesos de reconocer y razonar con los atributos de las figuras para construir el concepto de polígono
Formato: texto y cómic.
Cuestiones guía: Identificar características del lenguaje de la maestra (vocabulario, explicaciones, ejemplos)

¿Cuánto dura la resolución?

- Presentación 10'
- Análisis de la viñeta en pequeño grupo: 30'
- Discusión en gran grupo. Los comentarios de los estudiantes para maestro/a a las respuestas de sus compañeros: 60'

Total: 90'

¿La viñeta es auténtica, adaptada o construida?

Adaptada de una situación real

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Teoría para los estudiantes para maestro para analizar el contenido de la viñeta: La del curso + Documento sobre lenguaje matemáticos/ discurso del maestro (comunicación matemática en el aula)

Teoría para los formadores de maestros para analizar el aprendizaje de los estudiantes para maestro/a (adaptando perspectivas social-cultural, cognitiva o instrumentalización): La misma del curso

Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.

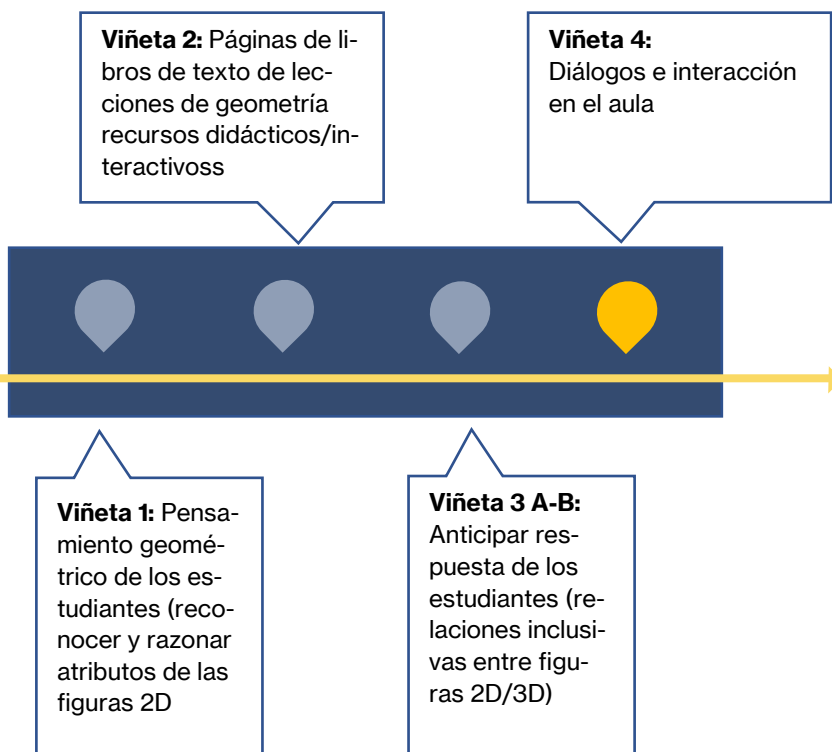
Referencias

Las mismas que el curso

Posición de la viñeta

en el curso:

Ilustrando la teoría y el análisis de las situaciones de enseñanza de la geometría usando viñetas





Viñeta 4

Alicia es maestra de 2º de Educación Primaria. Ha planificado una lección para hoy con el objetivo de saber cómo sus alumnos reconocen y razonan con los atributos de las figuras para construir el concepto de polígono. Ana ha decidido realizar tres tareas diferentes para ver cómo razonan sus estudiantes con los atributos de los polígonos.

Tarea 1

Polígonos No-polígonos

En esta tarea tenemos que clasificar las figuras en polígono o no-polígonos y justificar nuestra respuesta.

Polígonos No-polígonos

La figura 4, aquí los lados están rectos y está cerrada, entonces es un polígono.

No.

¿Por qué?

Porque se cruzan las líneas.

Polígonos No-polígonos

Muy bien. Vamos con la siguiente, la figura 5... es muy rara, es un no-polígono.

No.

¿No? ¿Por qué?

Porque tiene lados rectos y es cerrada.

Polígonos No-polígonos

Ahh, entonces la figura 4 va en polígonos...

No, porque se cruzan.

Entonces, ¿por qué la figura 5 es un polígono?

Porque está cerrada, no se cruza y los lados son rectos.

Tarea 2

Alguien puede decirme ¿qué es un cuadrilátero?

Son las figuras que tienen cuatro lados, no están curvas, están cerradas y están planas.

Vale... y si cambiamos todo eso...

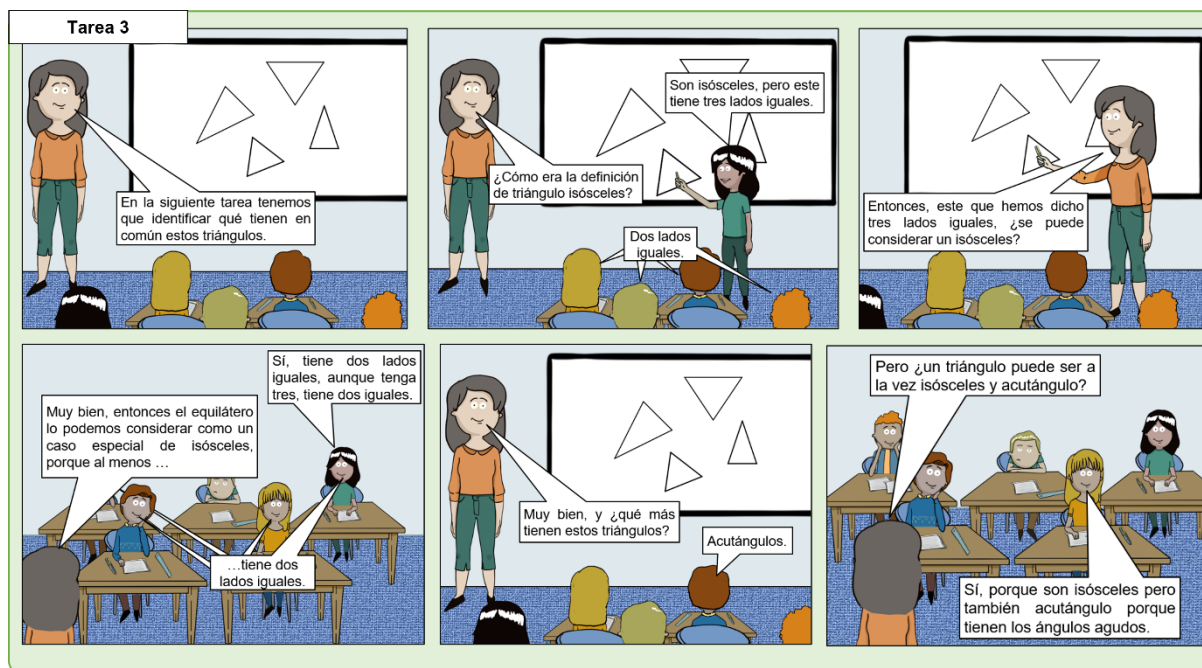
...por solamente... que son polígonos de cuatro lados.

Muy bien, porque un polígono, ¿qué era?

Una figura con lados rectos, que no se cruzan y están cerradas y son planas.

Muy bien, entonces si cambiamos todo esto por polígono, un cuadrilátero es...

...un polígono de cuatro lados.



CUESTIONES

C1- Identifica vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes en el discurso de Alicia en cada una de la gestión de las tres actividades mostradas en la viñeta.

C2- (1) Con el vocabulario identificado, ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar la maestra?

(2) Con las explicaciones identificadas ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar la maestra?

(3) Con los ejemplos identificados, ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar la maestra?

C3- Según tus respuestas en C1 y C2,

(1) ¿realizarías cambios en algunos de los tres aspectos del discurso de la maestra?

(2) En caso afirmativo ¿qué intervención en el diálogo modificarías, y por qué así se podría ayudar a los alumnos a superar sus dificultades?

Información de contacto

Para más información contactad con:

Dra. Melania Bernabeu. Universidad de Alicante (España) Melania.bernabeu@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Melania Bernabeu, Mar Moreno y Salvador Llinares.** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de

la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por

parte de los estudiantes en estudiantes para maestro



un concepto de curso para

Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas

verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesores de matemáticas; Educación primaria y secundaria: cursos 1-4, 6-10 años.

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Desarrollar el conocimiento profesional y analizar la resolución de problemas verbales no-rutinarios por parte de los estudiantes, en particular:

- ¿Cómo está integrada la resolución de problemas en el currículum?
- ¿Qué es la resolución de problemas matemáticos?
- ¿Cuáles son las características de una tarea de resolución de problemas?
- ¿Qué estrategias utilizan los niños en la escuela primaria?
- ¿Qué obstáculos encuentran?
- ¿Cómo se puede apoyar a los alumnos?

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas matemáticos (por ejemplo, Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Bruder & Collet, 2001; van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Liljedahl et al., 2016; Verschaffel et al., 1999)

¿Cuál es la **estructura** del curso?

Las viñetas que abordan los diferentes aspectos del contenido del curso se utilizan como material de aprendizaje y para la evaluación del curso:

- Prueba inicial basada en viñetas (pre-test)
- material didáctico centrado en viñetas
- Prueba final basada en viñetas (post-test)

¿Cómo es el **formato del curso**?

Duración: 4 semanas (es parte de un curso introductorio para estudiantes para maestro de primaria); cada semana se compone de una sesión en directo (90 minutos) + material de autoaprendizaje. Las sesiones pueden impartirse en línea o presencialmente.



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Representación de situaciones de clase sobre la resolución de problemas en educación primaria;
Comic con texto + preguntas abiertas adicionales

¿Cuántas viñetas forman parte del curso?

16 viñetas cortas para adquirir conocimientos sobre diferentes estrategias de resolución de problemas
3 viñetas más complejas para desarrollar la competencia de análisis de situaciones de aula en relación con la resolución de problemas
2 viñetas para la evaluación del curso

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

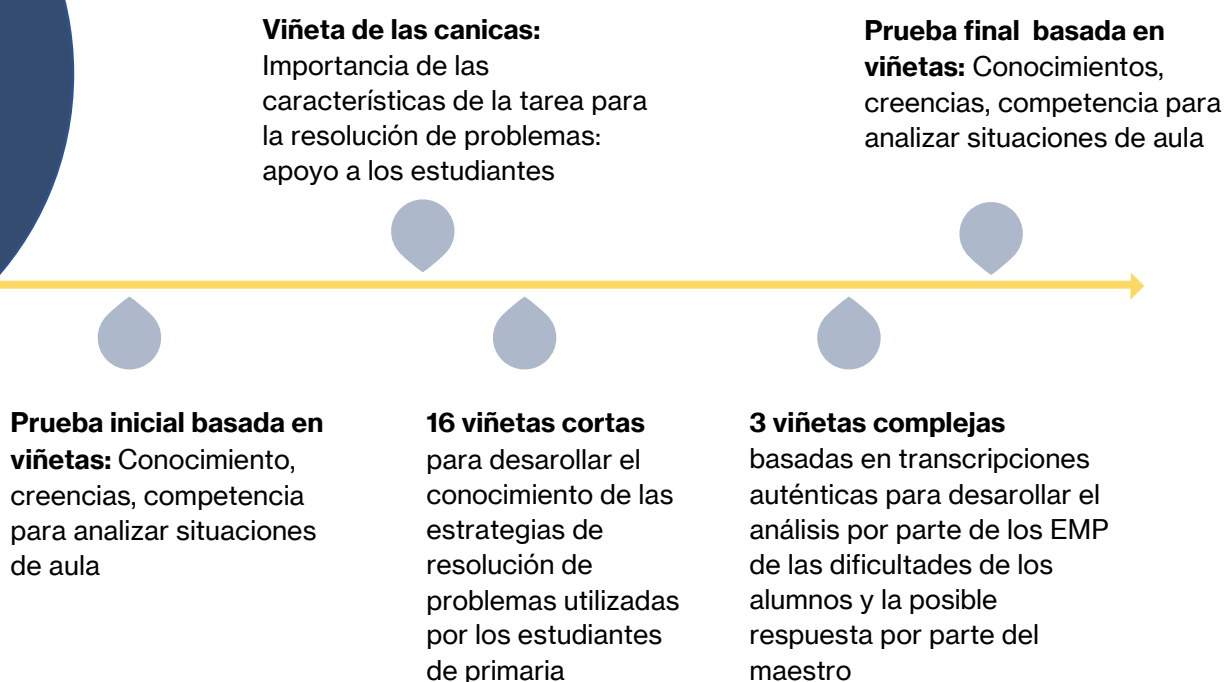
Se basan en la literatura o en transcripciones de lecciones auténticas.

Otros comentarios / recomendaciones

El curso y su evaluación se describen en un documento presentado en el CERME:
Friesen, M. y Knox, A. (aceptado). Pre-service teachers learn to analyse students' problem-solving strategies with cartoons. Actas del CERME12.

Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:





Referencias

Carlson, M., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 45–75.

Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1992). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA: NCTM.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41, 605–618.

Friesen, M. & Kuntze, S. (2020). The role of professional knowledge for teachers' analysing of classroom situations regarding the use of multiple representations. *Research in Mathematics Education* 22(2), 117–134.

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen [Learning to solve problems]. *GS Mathematik* 50, 32–35.

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education*. Cham: Springer.

Rasch, R. (2016). *Textaufgaben für Grundschul Kinder zum Denken und Knobeln [Word problems for primary school children. Solve mathematical problems - develop strategies.]* Seelze: Klett.

Schoenfeld, A. H. (1983). The wild, wild, wild, wild, wild world of problem solving: A review of sorts. *For the Learning of Mathematics*, 3, 40–47.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. *Math. Thinking & Learning*, 1(3), 195–229.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Identificar las creencias de los estudiantes para

maestro/a en relación con el uso de problemas

verbales no rutinarios en el aula de matemáticas



una viñeta para

Identificar las creencias de los estudiantes para maestro/a en relación con el uso de problemas verbales no rutinarios en el aula de matemáticas

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesores de matemáticas; Educación primaria y secundaria: cursos 1-4, 6-10 años.

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Forma parte del curso "**Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro**"

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

La viñeta se utiliza como actividad inicial al comienzo del curso para identificar las creencias de los participantes relacionadas con el uso de problemas verbales no rutinarios en el aula de matemáticas.

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

- Hacer visibles y accesibles las creencias para desarrollarlas en el curso de resolución de problemas.
- Hacer que los participantes sean conscientes del hecho de que tienen creencias y que las creencias pueden informar cómo actúan y toman decisiones al enseñar matemáticas.
- Mostrar creencias típicas y también opuestas que tienen los profesores de matemáticas sobre el uso de problemas verbales no rutinarios (basado en la literatura).
- Facilitar la discusión sobre creencias típicas que representan posibilidades y desafíos cuando se trabaja con problemas verbales no rutinarios en clase.
- Superar puntos de vista limitados/desequilibrados relacionados con el uso de problemas verbales no rutinarios.
- Fomentar y preparar el uso de problemas verbales no rutinarios como parte esencial de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la propia enseñanza de los futuros maestros.



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Siete personajes (estudiantes para maestro/a) que representan diferentes creencias (típicas) de los maestros sobre el uso de un problema verbal no rutinario dado en clase.

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Las creencias representadas en los siete bocadillos se derivan de la literatura (Anderson, 2004).

¿Hay material de texto complementario para los participantes en el curso?

Los vínculos entre el uso de enfoques de enseñanza de resolución de problemas en las aulas de matemáticas de primaria y las creencias de los docentes sobre el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas (e.g., Anderson, 2004; Thompson, 1992; Schoenfeld, 1999; Raymond, 1997)

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

La viñeta que incluye el cuestionario se puede realizar en línea.

Posición de la viñeta

en el curso:

Viñeta de las canicas:

Importancia de las características de la tarea para la resolución de problemas: apoyo a los estudiantes

Prueba final basada en viñetas:

Conocimientos, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

Prueba inicial basada en viñetas: Conocimiento, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

16 viñetas cortas para desarrollar el conocimiento de las estrategias de resolución de problemas utilizadas por los estudiantes de primaria

3 viñetas complejas basadas en transcripciones auténticas para desarrollar el análisis por parte de los EMP de las dificultades de los alumnos y la posible respuesta por parte del maestro



La viñeta (incluido el cuestionario) tal como se utiliza en el curso

Observa la viñeta que muestra comentarios sobre la resolución de problemas por parte de varios maestros en formación (A-G). Indica en qué medida estás de acuerdo o en desacuerdo con cada uno de sus comentarios y proporciona una **explicación sobre las creencias** que guían tu decisión. Luego, **haz un comentario** basado en tus creencias sobre el propósito de la resolución de problemas.

Las lecciones de matemáticas deberían enfocarse en problemas como este, en lugar de solo practicar algoritmos.

Resolver problemas como este es una buena manera de desafiar a los estudiantes de alto rendimiento.

Resolver problemas como este requiere mucho tiempo de clase.

Puede ser bastante desafiante planificar y organizar lecciones con estos problemas.

Los estudiantes pueden probar sus propias estrategias de resolución, antes de ser guiados por el profesor.

Los estudiantes pueden aprovechar sus conocimientos matemáticos para resolver problemas de este tipo.

Es mejor dejar problemas como este para el final del tema de matemáticas.

¿Tú qué crees?

Tú

Cuando entregaba huevos a una tienda local, un vendedor de huevos tuvo un accidente y todos los huevos se rompieron. El vendedor no podía recordar cuántos huevos había en la entrega, pero recordó que cuando intentaba empaquetarlos en lotes de 2, 3, 4, 5 y 6, siempre sobraba uno. Sin embargo, cuando se empaquetó en lotes de 7, no sobraba ninguno. ¿Cuál es el menor número de huevos que pudo haber en la entrega?

Estudiantes para maestro/a (A-G)						<p>Proporciona una explicación sobre las creencias que guían cada una de tus respuestas.</p> <p><i>Use tanto espacio como sea necesario para cada una de las explicaciones.</i></p>
	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	Parcialmente de acuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
E	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
G	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
<p>¿Tú qué crees?</p> <p>Tú</p>						<p><i>Por favor, haz un comentario sobre tus creencias sobre el propósito de la resolución de problemas. Usa tanto espacio como sea necesario.</i></p>



Referencias

Anderson, J., Sullivan, P., White, P. (2004). The Influence Of Perceived Constraints On Teachers' Problem-Solving Beliefs and Practices. *Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010*.

Schoenfeld, A.H. (1999). Models of the teaching process. *Journal of Mathematical Behaviour*, 18(3), 243-261.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws

(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York.

Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 550-76.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Marita Friesen & Karen Skilling:

- friesen@ph-heidelberg.de
- karen.skilling@education.ox.ac.uk



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Desarrollar el conocimiento de los estudiantes para

maestro/a relacionado con las estrategias de los estudiantes

de primaria en la resolución de problemas verbales



una viñeta para

Desarrollar el conocimiento de los estudiantes para maestro/a relacionado con las estrategias de los estudiantes de primaria en la resolución de problemas verbales

¿A **quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesores de matemáticas; Educación primaria y secundaria: cursos 1-4, 6-10 años.

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Forma parte del curso "**Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro**"

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

La viñeta se usa como material de aprendizaje para ilustrar el "trabajar hacia atrás" como una estrategia para resolver problemas.

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

desarrollar conocimientos profesionales sobre una variedad de estrategias de resolución de problemas que ya utilizan los niños de primaria (aquí: viñeta de ejemplo para la estrategia "trabajar hacia atrás").

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Escenario de clase muy corto con un maestro (estableciendo la tarea) y un estudiante (resolviendo la tarea usando una estrategia particular; aquí: trabajar hacia atrás)

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

La situación representada en la viñeta está guionizada en base a la literatura (estrategias para la resolución de problemas utilizadas por niños de primaria) (basado en Häring, 2016).

¿Hay material de texto complementario para los participantes en el curso?

Sí, dado que esta viñeta es parte del concepto del curso "Desarrollo del conocimiento profesional de los futuros maestros y análisis de la resolución de problemas verbales (no rutinarios) por parte de los estudiantes", hay artículos de revistas y capítulos de libros de texto relacionados en el curso.



¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas matemáticos en el nivel de primaria: Problemas verbales no rutinarios y qué estrategias utilizan los niños de primaria para resolverlos (por ejemplo, Häring, 2016)

Otros comentarios

A lo largo del curso, se usaron 16 de estas breves viñetas para ilustrar la variedad de estrategias de resolución de problemas que ya utilizan los niños de primaria (por ejemplo, hacer una mesa, hacer un dibujo o buscar un patrón, etc.)

Posición de la viñeta

en el curso:

Viñeta de las canicas:

Importancia de las características de la tarea para la resolución de problemas: apoyo a los estudiantes

Prueba final basada en

viñetas: Conocimientos, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

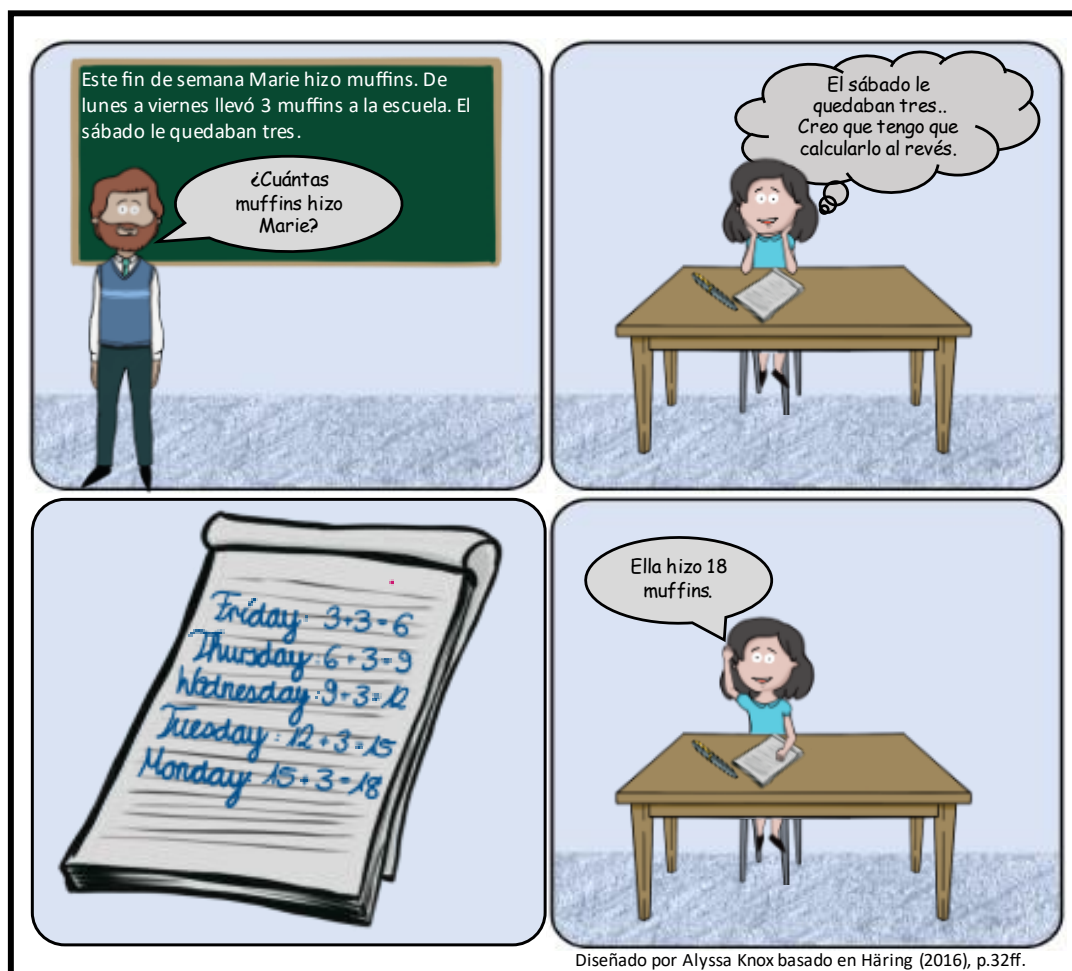
Prueba inicial basada en viñetas: Conocimiento, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

16 viñetas cortas para desarrollar el conocimiento de las estrategias de resolución de problemas utilizadas por los estudiantes de primaria

3 viñetas complejas basadas en transcripciones auténticas para desarrollar el análisis por parte de los EMP de las dificultades de los alumnos y la posible respuesta por parte del maestro



La viñeta (incluido el cuestionario) tal como se utiliza en el curso



Referencias

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen [Learning to solve problems]. GS Mathematik 50, 32–35..

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Marita Friesen
friesen@ph-heidelberg.de



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Evaluar el conocimiento, el análisis y la toma de decisiones de

los estudiantes para maestro en relación con las dificultades de

los alumnos de primaria en la resolución de problemas verbales



una viñeta para

Evaluar el conocimiento, el análisis y la toma de decisiones de los estudiantes para maestro en relación con las dificultades de los alumnos de primaria en la resolución de problemas verbales

“Viñeta de las canicas”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesores de matemáticas; Educación primaria y secundaria: cursos 1-4, 6-10 años.

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Forma parte del curso "**Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro**"

¿Cuál es el contexto en el que la viñeta se usa?

La viñeta se utiliza como revisión y evaluación del progreso de aprendizaje de los estudiantes para maestro en relación con las características de las tareas de problemas. También es el punto de partida para los debates sobre los diversos enfoques de las dificultades de comprensión de los estudiantes.

¿Cuáles son los objetivos y los objetivos de aprendizaje de la viñeta?

- revisar el conocimiento sobre las dificultades de los alumnos en la resolución de problemas y las características típicas de las tareas no rutinarias
- discutir diferentes enfoques para apoyar a los alumnos de primaria en la resolución de problemas verbales
- desarrollar la competencia de analizar situaciones de clase sobre la resolución de problemas (analizar las soluciones de los alumnos, razonar sobre las posibles razones de las dificultades o los errores, etc.)
- desarrollar y reflexionar sobre diferentes enfoques para la toma de decisiones en situaciones específicas del aula, en particular sobre las formas de apoyar a los alumnos de primaria en el uso de diferentes estrategias



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Breve situación de clase con dos alumnos y un profesor; los alumnos se enfrentan a un problema verbal determinado; se pide a los estudiantes para maestro que continúen la situación en el papel del profesor y que justifiquen su decisión

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

La situación representada en la viñeta está redactada en base a la literatura (tarea y dificultades de los alumnos) (Stern, 1998; Hasemann y Gasteiger, 2020).

¿Hay **material de texto complementario** para los participantes en el curso?

Sí, ya que esta viñeta forma parte del curso "Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro"

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas matemáticos en educación primaria:
Problemas verbales no rutinarios; características de las tareas que hacen que las tareas fáciles parezcan difíciles (Stern, 1998; Hasemann y Gasteiger, 2020)

Posición de la viñeta

en el curso:

Viñeta de las canicas:
Importancia de las características de la tarea para la resolución de problemas: apoyo a los estudiantes


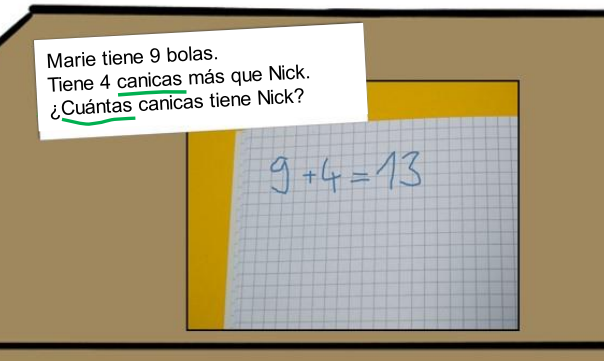
Prueba final basada en viñetas: Conocimientos, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

Prueba inicial basada en viñetas: Conocimiento, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

16 viñetas cortas para desarrollar el conocimiento de las estrategias de resolución de problemas utilizadas por los estudiantes de primaria

3 viñetas complejas basadas en transcripciones auténticas para desarrollar el análisis por parte de los EMP de las dificultades de los alumnos y la posible respuesta por parte del maestro

Viñeta de las canicas

<p>1</p>  <p>¿Puede comprobar nuestra solución?</p>	<p>2</p>  <p>Marie tiene 9 bolas. Tiene 4 canicas más que Nick. ¿Cuántas canicas tiene Nick?</p> $9 + 4 = 13$
<p>3</p>  <p>Bueno, deberías volver a mirar el escrito y leerlo con mucha atención...</p>	<p>4</p>  <p>¿Entonces nuestra solución es errónea?</p> <p>Pero lo leímos cuidadosamente y subrayamos todas las palabras matemáticas importantes...</p>
<p>¿Cómo procederías y por qué?</p> <ul style="list-style-type: none">• Asume el papel de la profesora y escribe un diálogo entre alumno-profesora para mostrar cómo se podría ayudar a los alumnos a resolver el problema verbal en la situación dada.• Razona detalladamente tus decisiones.	

Referencias

- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2020). Anfangsunterricht Mathematik. Berlin: Springer.
- Stern, E. (1998). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Lengerich: Pabst Publisher.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:
Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Evaluar el análisis y la toma de decisiones de

los estudiantes para maestro/a en relación con

la resolución de problemas en Educación Primaria



una viñeta para

Evaluar el análisis y la toma de decisiones de los estudiantes para maestro/a en relación con la resolución de problemas en Educación Primaria

¿**A quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesores de matemáticas; Educación primaria y secundaria: cursos 1-4, 6-10 años.

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Forma parte del curso "**Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro**"

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

La viñeta se utiliza como evaluación posterior (post-test) al progreso de aprendizaje de los estudiantes para maestros con respecto a las estrategias de resolución de problemas en educación primaria, sus dificultades y cómo se les puede apoyar.

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

evaluar el análisis y la toma de decisiones de los futuros docentes con respecto a la resolución de problemas verbales no-rutinarios en educación primaria al final de un curso universitario correspondiente.

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Escenario de aula basado en cartoons con un estudiante y un maestro: el estudiante tiene dificultades con un problema verbal dado, el maestro trata de apoyarlo; se pide a los futuros docentes que analicen las dificultades y el apoyo de la maestra; se les piden posibles formas alternativas de actuar para facilitar al alumno la resolución del problema verbal no rutinario por su cuenta

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

La situación representada en la viñeta está escrita en base a la literatura (Rasch, 2016: transcripción de una interacción auténtica entre el estudiante y el maestro, incluidos los diálogos, el material y las notas de los estudiantes)



¿Hay **material de texto complementario** para los participantes en el curso?

Sí, dado que esta viñeta es parte del concepto del curso "Desarrollo del conocimiento profesional de los futuros maestros y análisis de la resolución de problemas verbales (no rutinarios) por parte de los estudiantes", hay artículos de revistas y capítulos de libros de texto relacionados en el curso.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas matemáticos en el nivel de primaria: Resolución de problemas matemáticos en el nivel primario: Resolución de problemas verbales no rutinarios e interacción alumno-profesor relacionada, dificultades del alumnado y apoyo del profesor/a (Rasch, 2016)

Posición de la viñeta en el curso:

Viñeta de las canicas:
Importancia de las características de la tarea para la resolución de problemas: apoyo a los estudiantes

Prueba final basada en viñetas: Conocimientos, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

Prueba inicial basada en viñetas: Conocimiento, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

16 viñetas cortas para desarrollar el conocimiento de las estrategias de resolución de problemas utilizadas por los estudiantes de primaria

3 viñetas complejas basadas en transcripciones auténticas para desarrollar el análisis por parte de los EMP de las dificultades de los alumnos y la posible respuesta por parte del maestro

La viñeta incluidas las cuestiones (tal como se utiliza en el curso):

En esta situación de aula en una clase de de 2º curso de educación primaria, Max está tratando de encontrar la solución a un problema mientras que la maestra trata de ayudarles. Por favor, lee la situación y responde las siguientes preguntas

- ¿Qué tipo de estrategias de resolución usa Max para resolver el problema?
- ¿Qué otras estrategias de resolución podría haber usado para resolverlo?
- ¿Cómo ayuda la maestra a Max para encontrar la solución?
- Si tú fueras el maestro/a, ¿Qué hubieras hecho? ¿Por qué?
- Prepara una viñeta que presente un finalización alternativa a esta situación de aula

¿Podrías leer la tarea?

Entre Tim y Paul tienen 30 piezas de LEGO®. Tim tiene seis más que Paul. ¿Cuántas tiene Tim? ¿Cuántas tiene Paul?

Max lee la tarea.

Juntos tienen 30 piezas... Seis más, así que tiene... 30 se pueden dividir, 15/15, ¿no? ¿Tim tiene 16 y Paul 14?

Bueno, eso podría ser: tendrían 30 juntos. Pero creo que la diferencia no es correcta. Tienes que comprobar si Tim tiene seis piezas más que Paul.

Oh... Tim tiene 21 y el otro tiene 9.

Entonces, ¿ahora uno tiene 6 más que el otro?

Uno tiene 21 y el otro tiene 9, uno debe tener 6 seis más que el otro. Eso no puede ser correcto, porque uno tiene mucho más que el otro. Tu primer resultado fue incluso un poco mejor: ¿Cuál era la diferencia entre 16 y 14?

$15 + 6 = 21$, ¡sí!

¿Por qué no usas algún material? Eso podría ayudarte.

Max sigue pensando en la tarea sin el material.

16 no funciona. 17... Creo que no. La tarea no se puede resolver. ¡Simplemente no puedo hacer esto!

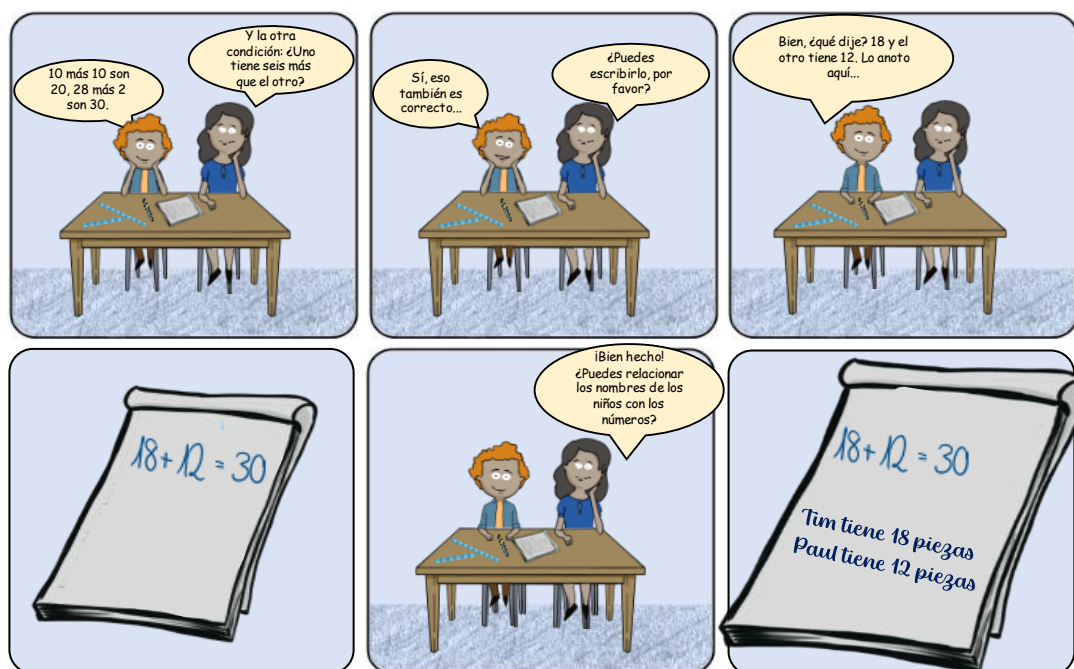
Finalmente, Max toma el material y coloca 30 piezas en fila.

Luego forma dos subconjuntos (17 y 13 piezas) y los compara.

Max piensa de nuevo y pone 18 y 12 piezas sobre la mesa.

Tienes que comprobar si las dos condiciones son correctas: juntas 30, y la diferencia es seis.

¿18 y 12?



diseñado por Alyssa Knox basado en Rasch, 2016, p. 18; personajes (Cartoons) dibujados por Michael Weninger

Referencias

- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2020). Anfangsunterricht Mathematik. Berlin: Springer.
- Stern, E. (1998). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Lengerich: Pabst Publisher.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Marita Friesen
friesen@ph-heidelberg.de



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Un concepto de curso para

Desarrollar el conocimiento del contenido y

la argumentación de los estudiantes para

maestro/profesor en aritmética: Divisibilidad



un concepto de curso para

Desarrollar el conocimiento del contenido y la argumentación de

los estudiantes para maestro/profesor en aritmética: Divisibilidad

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (cursos 1-6), 6-12 años
Nivel Educación Secundaria (cursos 1º y 2º), 12-13 años

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** del curso?

- Activar y evaluar el conocimiento del contenido matemático
- Desarrollar el conocimiento del contenido de los estudiantes para maestro/profesor en aritmética (en particular, en tema de la divisibilidad) => desarrollar el conocimiento del contenido relacionado con la escuela como base para la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria y primeros cursos de la educación secundaria
- Aprender y reflexionar sobre errores típicos y concepciones erróneas en el propio aprendizaje
- Mejorar la argumentación con los compañeros de clase
- Los Concept Cartoons se utilizan como material de aprendizaje y herramienta de evaluación formativa durante el curso.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

- Desarrollo del conocimiento del contenido matemático por parte del estudiante para maestro/profesor de matemáticas (por ejemplo, Dreher et al., 2018)
- Manejo de errores / aprendizaje de los errores en el aula de matemáticas (por ejemplo, Heinze, 2005)
- La argumentación en la educación matemática (por ejemplo, Sriraman y Umland, 2014)
- Concept Cartoons como herramientas educativas en la formación de estudiantes para maestro/profesor de matemáticas (por ejemplo, Samkova, presentado)



¿Cómo está **estructurado** y **organizado** el curso? (duración, organización de las sesiones, modalidad: online / presencial...)

- duración: un semestre (unas 12-14 semanas con una reunión semanal del curso de 90 minutos en línea o presencial)
- las sesiones semanales se complementan con material de autoaprendizaje que incluyen tareas que deben ser entregadas semanalmente y que son calificadas por los estudiantes asistentes (por ejemplo, responder a viñetas relacionadas con el tema en forma de Concept Cartoons o realizar una demostración utilizando diferentes técnicas de demostración fundamental)

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

- Grupo de estudiantes para maestro/profesor de matemáticas, cada uno de los cuales responde a un enunciado, tarea o pregunta matemática (por ejemplo, ¿Es 1764 divisible por 18?)
- Selección de respuestas típicas correctas, bien justificadas, mal justificadas, incompletas e incorrectas presentadas en bocadillos proporcionados por diferentes personajes de dibujos animados

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

3 Concept Cartoons sobre diferentes temas relacionados con el curso que abordan el conocimiento del contenido matemático sobre la divisibilidad:

- **¿Es 1764 divisible por 18?**
- **256·333·546 ·1113**
- **La última cifra de este número es 0.**
- **¿Cuántos números enteros de dos cifras tienen exactamente cinco divisores?**

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Los Concept Cartoons se basan principalmente en la literatura y en parte también en la experiencia docente; cada una de ellos aborda las típicas respuestas correctas, bien justificadas, mal justificadas, incompletas e incorrectas de los estudiantes para que los maestros/profesores de matemáticas aprenden sobre la aritmética.

Otros comentarios / recomendaciones

Sugerimos que se utilicen Concept Cartoons relacionados con otros aspectos de la divisibilidad tratados en el curso para evaluar el desarrollo profesional de los estudiantes para maestro/profesor al final del curso y para la evaluación del mismo. Los Concept Cartoons podrían utilizarse en los exámenes escritos y orales del curso.



Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:

Divisibilidad (primer tema del curso de aritmética), **semanas 1-3**
(3 sesiones presenciales que incluyen tareas)

otros temas del curso:
semanas 4-12

semana 1
Viñeta (1)
"Divisibilidad por 18": trabajo de seminario; activar y evaluar los pre-conocimientos de educación secundaria; conocer las viñetas

semana 2
Viñeta (2)
"Último dígito": deberes / evaluación formativa

semana 3
Viñeta (3)
"Números enteros": deberes / evaluación formativa

examen escrito
(también puede incluir una viñeta)
(también: evaluación del seminario)

Referencias

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I. [Arithmetic and number theory for primary and lower secondary schools]. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? JMD 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (accepted). "Helping learners" – Pre-service Mathematics teachers' conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Research Report submitted for Proceedings of the



45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. [Basic number theory]. Springer.

Samková, L. (accepted). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. Paper accepted for presentation at the 12th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12).

Samková, L. (submitted). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Samková, L. & Friesen, M. (accepted). Concept Cartoons in a future mathematics content course: Future teachers' reflections. Paper accepted for presentation. Prague.

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Prof. Dr. Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de

Dr. Ralf Erens

ralf.eren@ph-freiburg.de



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

Una viñeta para

Desarrollar y evaluar el conocimiento del contenido

y la argumentación de los estudiantes para

maestro/profesor en aritmética: Divisibilidad



una viñeta para

Desarrollar y evaluar el conocimiento del contenido y la argumentación

de los estudiantes para maestro/profesor en aritmética: Divisibilidad

“Viñeta 1”

¿**A quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas
Nivel Educación Primaria (cursos 1-6), 6-12 años
Nivel Educación Secundaria (cursos 1º y 2º), 12-13 años

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Forman parte del curso "**Desarrollar el conocimiento del contenido y la argumentación de los estudiantes para maestro/profesor en aritmética: divisibilidad**"

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Las viñetas se utilizan como oportunidad de aprendizaje y también para la evaluación formativa; para evaluar y valorar el aprendizaje de los estudiantes para maestro/profesor en relación con el tema "divisibilidad", un subtema del curso de aritmética.

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

- al principio del curso: activar y revisar los conocimientos de contenido sobre la divisibilidad aprendidos en la educación secundaria => adquirir conocimientos previos que se puedan aprovechar en el curso universitario
- evaluar lo que se ha aprendido sobre la divisibilidad durante las semanas que se ha tratado este tema (evaluación formativa)
- conocer los errores típicos y las concepciones erróneas relacionadas con el propio aprendizaje profesional
- cuestionar y reforzar la argumentación relacionada con el tema
- reflexionar sobre el aprendizaje con Concept Cartoons en el aprendizaje profesional de los futuros profesores



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

- Grupo de estudiantes para maestro/profesor de matemáticas, cada uno de los cuales responde a un enunciado, tarea o pregunta matemática (por ejemplo, ¿Es 1764 divisible por 18?)
- Selección de respuestas típicas correctas, bien justificadas, mal justificadas, incompletas e incorrectas presentadas en bocadillos proporcionados por diferentes personajes de dibujos animados
- Cuatro preguntas abiertas para guiar el análisis y la reflexión de los estudiantes para maestro/profesor

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Las viñetas se basan principalmente en la literatura y en parte también en la experiencia docente; cada una de ellas aborda las típicas respuestas correctas, bien justificadas, mal justificadas, incompletas e incorrectas de los estudiantes para maestro/profesor de matemáticas que aprenden sobre la divisibilidad en un curso de aritmética.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

- Desarrollo del **conocimiento del contenido matemático** por parte del estudiante para maestro/profesor de matemáticas (por ejemplo, Dreher et al., 2018)
- Manejo de errores / aprendizaje de los errores en el aula de matemáticas (por ejemplo, Heinze, 2005)
- **La argumentación** en la educación matemática (por ejemplo, Sriraman y Umland, 2014)
- Concept Cartoons como **herramientas educativas** en la formación de estudiantes para maestro/profesor de matemáticas (por ejemplo, Samkova, presentado)

Comentarios adicionales

La utilización de las viñetas como material de aprendizaje funciona mejor en pequeños grupos (1) para facilitar la discusión sobre los diferentes enfoques representados por los personajes que aparecen en el Concept Cartoon y (2) para mejorar la argumentación de los estudiantes para maestro/profesor en relación con la asignatura durante su intercambio.

Las respuestas a las viñetas para evaluar el progreso del aprendizaje de los estudiantes para maestro/profesor también pueden hacerse por escrito.

Se pueden encontrar ejemplos de respuestas de los estudiantes para maestro/profesor que participan en las Concept Cartoons y su análisis en:

- Samková, L. (submitted). Vzdělávací viňety ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].
- Samková, L. & Friesen, M. (accepted). Concept Cartoons in a future mathematics content course: Future teachers' reflections. Paper accepted for presentation. Prague.

Posición de la viñeta

en el curso:

Divisibilidad (primer tema del curso de aritmética), **semanas 1-3** (3 sesiones presenciales que incluyen tareas)

otros temas del curso: **semanas 4-12**

semana 1

Viñeta (1)
"Divisibilidad por 18": trabajo de seminario; activar y evaluar los pre-conocimientos de educación secundaria; conocer las viñetas

semana 2

Viñeta (2)
"Último dígito": deberes / evaluación formativa

semana 3

Viñeta (3)
"Números enteros": deberes / evaluación formativa

examen escrito

(también puede incluir una viñeta)
(también: evaluación del seminario)



Viñeta 1

Este número es divisible por 18, porque la suma de sus dígitos es divisible por 18.

Como $18 = 3 \cdot 6$, basta con comprobar si el número es divisible por 3 y por 6.

No, 3 y 6 no es suficiente. Tienes que comprobar la divisibilidad por 9 y por 2.

Este número es $1800 - 36$, debe ser divisible por 18.

ADELE

BEN

CARLA

DAVID

¿Es 1764 divisible por 18?

?

Viñeta 2

Sabemos que 2 es un divisor, por lo que el último dígito debe ser par.

Es cierto.
 $2 \times 3 \times 5 \times 11 = 330$

Podemos meter el número en la calculadora para comprobar el último dígito.

Este número es divisible por 5, por lo que la última cifra es 0 o 5.

ADELE

BEN

CARLA

DAVID

$2^{56} \cdot 3^{33} \cdot 5^{46} \cdot 11^{13}$

El último dígito de este número es el 0.

?

Viñeta 3

Creo que el 16 es un ejemplo del que podemos partir.

Podemos utilizar la factorización en primos para averiguar qué números enteros de dos cifras tienen cinco divisores.

Todo número resultante de la potencia cuarta de un número primo tiene exactamente cinco divisores.

Creo que esto solo funciona para los números de un dígito. Los números con dos dígitos suelen tener más divisores.

El 5 es un número primo, lo que significa que solo tenemos que comprobar todos los enteros de dos dígitos menores que 5^2 .

¿Cuántos números enteros de dos cifras tienen exactamente cinco divisores?

???

TIM, ANNA, AMER, DARIA, JONA

Variación

Es apropiado comprobar todos los números menores que 5^2 , porque 5 es un número primo

Puedes tomar cualquier número primo p , entonces $n = p^4$ tiene exactamente 5 divisores

Solo los números de una cifra tienen potencialmente esta propiedad porque los números de varias cifras tienen muchos más divisores.

Si el número n tiene más de dos factores primos no es posible. Para dos factores primos, la frecuencia de ocurrencia en $n = p^n \cdot q^m$ debe ser comprobada: $n=1$ y $m \leq 2$

¿Qué números naturales tienen exactamente cinco divisores?

??

NOMBRE, NOMBRE, NOMBRE, NOMBRE, NOMBRE

PREGUNTAS GUÍA (para cada una de las viñetas):



Aquí puedes ver a un grupo de estudiantes para maestro/profesor de matemáticas discutiendo el enunciado del recuadro amarillo. Lee sus comentarios y responde a las siguientes preguntas:

- ¿Qué pensamientos podrían estar detrás de los comentarios de los estudiantes para maestro/profesor? Escribe tus ideas para cada uno de los estudiantes para maestro/profesor.
- ¿Cómo podrías ayudar a los estudiantes para maestro/profesor (1) a corregir sus respuestas o (2) a mejorar su argumentación?
- Escribe TU solución en el bocadillo vacío.
- ¿Qué piensas: cómo puede ayudarte el trabajo con las viñetas a mejorar tu aprendizaje relacionado con la divisibilidad?

Referencias

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). *Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I*. [Arithmetic and number theory for primary and lower secondary schools]. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? *JMD* 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (accepted). "Helping learners" – Pre-service Mathematics teachers' conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Research Report submitted for Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). *Elementare Zahlentheorie*. [Basic number theory]. Springer.

Samková, L. (accepted). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. Paper accepted for presentation at the 12th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12).



Samková, L. (submitted). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Samková, L. & Friesen, M. (accepted). Concept Cartoons in a future mathematics content course: Future teachers' reflections. Paper accepted for presentation. Prague.

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de

Ralf Erens

ralf.erens@ph-freiburg.de

Libuse Samkova

lsamkova@pf.jcu.cz

Ceneida Fernandez

ceneida.fernandez@gcloud.ua.es

Pere Ivars

pere.ivars@gcloud.ua.es



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente

Un curso para

Desarrollar el conocimiento profesional

en futuros docentes e identificar

creencias sobre enfoques para

enseñar tareas no rutinarias



Un curso para

Desarrollar el conocimiento profesional en futuros docentes e identificar

creencias sobre enfoques para enseñar tareas no rutinarias

¿A quién va dirigido el curso?

Futuros profesores de Matemáticas de Secundaria; Grados 7-10, edades 12-15

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** del curso??

Desarrollar conocimiento profesional (sobre el tema y pedagógico) y enfoques de instrucción para promover el aprendizaje profundo. Incluye:

- ¿Cómo se integran en el currículo la resolución de problemas y las tareas no rutinarias?
- ¿Qué es la resolución de problemas matemáticos?
- ¿Cuáles son las características de la resolución de problemas y las tareas no rutinarias?
- ¿Cómo se pueden modelar y utilizar las estrategias?
- ¿Cómo se puede promover la autorregulación y el proceso metacognitivo?
- ¿Qué obstáculos se prevén? (para la enseñanza y para los estudiantes).
- ¿Cómo pueden los maestros apoyar a los estudiantes en la resolución de problemas y las experiencias de tareas no rutinarias?

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Mathematical problem solving (e.g., Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Stigler, J. W., & Hiebert, J., 1999); Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014); Verschaffel et al., 1999).

¿Cuál es la **estructura** del curso??

Las viñetas que abordan diferentes aspectos del contenido del curso se utilizan como material de aprendizaje y para la evaluación del curso:

- Discusión previa basada en viñetas
- material de aprendizaje basado en viñetas (respuestas individuales)
- Discusión grupal posterior basada en viñetas



¿Cómo es el **formato** del curso?

Duración: El curso de Matemáticas PGCE tiene una duración de 10 meses. Un tercio de este tiempo se dedica a asistir a seminarios y clases universitarios y el resto se dedica a las escuelas. Las sesiones universitarias tienen lugar principalmente en los primeros 4 meses del curso y cubren una variedad de material didáctico. Las viñetas se utilizan en algunas de las sesiones de enseñanza para encajar con el tema y los asuntos pedagógicos.

Las sesiones se pueden impartir **en línea o cara a cara (preferido)**

¿Qué se **representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Representación de situaciones de aula en torno a la resolución de problemas y tareas no rutinarias;

Cartoon con texto + preguntas abiertas adicionales

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

3 a 4 viñetas cortas para construir conocimiento, sacar creencias de los estudiantes para profeor y analizar situaciones de aula

¿Son las viñetas **encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas??**

Se basan en literatura o en transcripciones de lecciones y experiencias auténticas.

Otros comentarios / recomendaciones:

Las viñetas están construidas para uso proactivo y con fines de investigación. Esto se guía por el esquema del marco de viñetas en este documento:

<https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Referencias

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>



Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 33, pp. 8-29.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. *Math. Thinking & Learning*, 1(3), 195–229.

Información de contacto

Para más información contactar con:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas
en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente

Una viñeta para

Evaluar el conocimiento sobre el tema y pedagógico de

Los futuros docentes y obtener sus creencias sobre

los enfoques de la instrucción en el aula de secundaria



Una viñeta para

Evaluar el conocimiento sobre el tema y pedagógico de los futuros docentes y obtener sus creencias sobre los enfoques de instrucción en el aula de secundaria

“Viñeta de área y perímetro” (secundaria)

¿A quién va dirigido el curso?

Futuros profesores de Matemáticas de Secundaria; Grados 7-10, edades 12-15

¿Esta viñeta es parte de un curso?

Es parte del curso

“Desarrollar el conocimiento profesional (tema y pedagógico) y las creencias de los futuros docentes acerca de abordar la instrucción utilizando tareas/problemas no rutinarios.

¿Cuál es el contexto en el que se utiliza la viñeta?

La viñeta se utiliza como estímulo y evaluación del progreso de aprendizaje de los futuros docentes con respecto a las características de las tareas de tipo no rutinario. También es el punto de partida para debates sobre diversas posibilidades y desafíos para el uso de tareas rutinarias versus no rutinarias.

¿Cuáles son los objetivos y las metas de aprendizaje relacionados con la viñeta?

- Solicitar a los futuros docentes (PST, por sus siglas en inglés) que lean la conversación de la viñeta.
- Preguntar a los PST qué perciben como demandas cognitivas de los dos tipos diferentes de tareas presentadas.
- Pedir a los PST que comenten sobre la profundidad de pensamiento que los diferentes tipos de tareas pueden provocar para el aprendizaje de los estudiantes
- Reflexionar sobre los diferentes enfoques para la toma de decisiones en situaciones específicas del aula, la posibilidad y los desafíos de usar problemas no rutinarios y en formas particulares de ayudar a los estudiantes a persistir y usar diferentes estrategias.

¿Qué se **representa** y en qué **formato** (video, texto, cartoon o combinación)??

Viñetas de dos escenas. Un profesor principiante presenta un conjunto de tareas de "procedimiento" o de tipo rutinario. Otro profesor con más experiencia presenta un conjunto de tareas no rutinarias. Se hacen preguntas a los PST para provocar deliberadamente sus creencias, lo que el estudiante podría pensar, lo que piensan los maestros ficticios..

¿Son las viñetas **encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas??**

Esta viñeta fue escrita

¿Hay **material de texto complementario** para los participantes del curso??


No, esta viñeta es independiente, pero es parte del desarrollo del conocimiento profesional de los futuros docentes y utiliza diferentes tipos de tareas (rutinarias y no rutinarias).).

Cuál es el **marco teórico** relacionado?

Conocimiento profesional del pedagógico y del tema
Problemas verbales rutinarios y no rutinarios;
Enfoques de la instrucción creencias del maestro
Uso de métodos basados en viñetas

“Viñeta de área y perímetro” (secundaria)

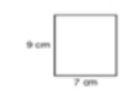
Viñeta de área y perímetro



Hola, creo que estas preguntas realmente consolidarán la comprensión de mis alumnos sobre el área y el perímetro. ¿Qué piensas?

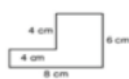
En realidad, Miss Blue tiene razón.

Encuentra el área y el perímetro de cada figura

(1) 

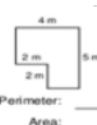
Perímetro: _____

Área: _____

(2) 


Perímetro: _____

Área: _____

(5) 


Perímetro: _____

Área: _____

(6) 

Perímetro: _____

Área: _____



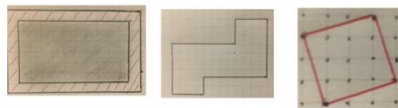
Hmmm... Creo que practicarán el ejercicio, pero ¿qué te dirá esto sobre lo que entienden?

Viñeta de área y perímetro



Gracias, no había pensado en esto, pero puedo ver que ofrecen diferentes oportunidades.

Prueba estos ejemplos



El área de la figura es de 32 m^2 y el perímetro del área gris es de 28 m
¿Qué ancho tiene la figura?

¿Qué puedes decir sobre esta forma?

¿Cómo puedo calcular el área de este cuadrado inclinado?



Por lo tanto, podrías usarlos como una forma de ver lo que los estudiantes saben y cómo lo conectan

Por favor responda a las siguientes preguntas:

Q1. Explique la manera en la que los dos conjuntos de ejemplos mostrados por los docentes son diferentes.

Q2. Elija un ejemplo del segundo conjunto de tareas y explique cómo podría abordarla el alumnado.

Q3. ¿Qué podría inferir acerca de las creencias de los dos profesores con respecto a la comprensión de los estudiantes dada su discusión?

Referencias

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Research, 15(2), 4-14.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, International Journal of Research & Method in Education, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.

Para más información contactar con:

Karen Skilling, karen.skilling@education.ox.ac.uk



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas
en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente

Una viñeta para

Evaluar el conocimiento sobre el tema y pedagógico de

los futuros docentes y obtener sus creencias sobre

los enfoques de la instrucción en el aula de secundaria



Una viñeta para

Evaluar el conocimiento sobre el tema y pedagógico de los futuros docentes y obtener sus creencias sobre los enfoques de instrucción en el aula de secundaria

“Viñeta de triángulos congruentes” (secundaria)

¿A quién va dirigido el curso?

Futuros profesores de Matemáticas de Secundaria; Grados 8-10, edades 13-15

¿Esta viñeta es parte de un curso?

Es parte del curso

“Desarrollar el conocimiento profesional (tema y pedagógico) y las creencias de los futuros docentes acerca de abordar la instrucción utilizando tareas/problemas no rutinarios.

¿Cuál es el contexto en el que se utiliza la viñeta?

La viñeta se utiliza como estímulo y evaluación del progreso de aprendizaje de los futuros docentes con respecto a las características de las tareas de tipo no rutinario. También es el punto de partida para debates sobre diversas posibilidades y desafíos para el uso de tareas rutinarias versus no rutinarias.

¿Cuáles son los objetivos y las metas de aprendizaje relacionados con la viñeta?

- Solicitar a los futuros docentes (PST, por sus siglas en inglés) que lean la conversación de la viñeta.
- Preguntar a los PST qué perciben como demanda cognitivas de la tarea presentada.
- Pedir a los PST que comenten sobre la profundidad de pensamiento que los diferentes tipos de tareas pueden provocar para el aprendizaje de los estudiantes
- Reflexionar sobre los diferentes enfoques para la toma de decisiones en situaciones específicas del aula, la posibilidad y los desafíos de usar problemas no rutinarios y en formas particulares de ayudar a los estudiantes a persistir y usar diferentes estrategias.

¿Qué se **representa** y en qué **formato** (video, texto, cartoon o combinación)??

Viñeta de una escena. La profesora plantea un problema a los alumnos para que repliquen su triángulo oculto. Los estudiantes discuten entre ellos lo que saben y luego hacen una pregunta aclaratoria. El profesor proporciona más información sobre las condiciones. Se les pide a los PST que respondan a cuatro preguntas desde su perspectiva, los estudiantes y el maestro.

¿Son las viñetas **encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas**??

Estas viñetas fueron adaptadas de las representaciones de los libros de texto y las experiencias de aula.

¿Hay **material de texto complementario** para los participantes del curso??

No, esta viñeta es independiente, pero es parte del desarrollo del conocimiento profesional de los futuros docentes y utiliza diferentes tipos de tareas (rutinarias y no rutinarias) y promueve el aprendizaje profundo.

Cuál es el **marco teórico** relacionado?

Conocimiento profesional pedagógico y del tema
Aprendizaje profundo; Enfoques de la instrucción
creencias del maestro
Uso de métodos basados en viñetas

“Viñeta de triángulos congruentes” (secundaria)





Viñeta de triángulos congruentes

(conocimiento del profesor; aprendizaje por indagación y comprensión conceptual)

• Esta viñeta esboza el enfoque de la Sra. Tee para introducir la congruencia en el caso de los triángulos. Por favor, léala y luego responda las siguientes preguntas.

1. ¿Qué información específica podrían necesitar los estudiantes para dibujar el triángulo de la Sra. Tee?
2. ¿Qué condiciones cree que los estudiantes podrían establecer primero... luego segundo y así sucesivamente? Por favor explique por qué piensa esto.
3. ¿Qué condición ambigua podrían identificar los estudiantes y cómo explicaría esto si se mencionara en una lección que estuviera enseñando?
4. En lugar de comenzar la lección estableciendo las condiciones para establecer triángulos congruentes, la Sra. Tee les pidió a los estudiantes que identificaran qué información necesitaban sobre los triángulos y probaran la congruencia. Al adoptar este enfoque, ¿qué tipo de procesos de pensamiento cree que la Sra. Tee pretendía promover y que son importantes en el contexto de la geometría?
5. ¿Cómo podría extender el enfoque de la Sra. Tee a los cuadriláteros? Proporcione un ejemplo.

Skilling 2021

Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Sawyer, R.K. (2014, Eds.). *The Cambridge handbook of the learning sciences*. Cambridge: Cambridge University Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.

Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243> .

Para más información contactar con: **Karen Skilling**, karen.skilling@education.ox.ac.uk



Soporte digital para la reflexión
colaborativa de los docentes sobre
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas
en la formación inicial del profesorado y
desarrollo profesional docente

Una viñeta para

Evaluar el conocimiento y la toma de decisiones

de los futuros docentes sobre la enseñanza de

resolución de problemas en el aula de secundaria



Una viñeta para

Evaluar el conocimiento y la toma de decisiones de los futuros docentes

sobre la enseñanza de resolución de problemas en el aula de secundaria

“Viñeta de vendedor de huevos” (secundaria)

¿A **quién** va dirigido el curso?

Futuros profesores de Matemáticas de Secundaria;
Grados 7-10, edades 12-15

¿Esta viñeta **es parte de un curso**?

Es parte del curso

“Desarrollar el conocimiento profesional (tema y pedagógico) y las creencias de los futuros docentes acerca de abordar la instrucción utilizando tareas/problemas no rutinarios.

¿Cuál es el **contexto** en el que se utiliza la viñeta?

La viñeta se utiliza como estímulo y evaluación del progreso de aprendizaje de los futuros docentes con respecto a las características de la resolución de problemas. También es el punto de partida para debates sobre diversas posibilidades y desafíos para el uso de la resolución de problemas.

¿Cuáles son los **objetivos** y las **metas de aprendizaje** relacionados con la viñeta?

- Solicitar a los futuros docentes (PST, por sus siglas en inglés) que resuelvan el problema e identifiquen las características típicas de las tareas no rutinarias
- Preguntar a los PST sobre el conocimiento de la materia que necesitan para resolver el problema y las estrategias que usaron (demanda cognitiva).
- Preguntar a los PST cómo modelarían la solución de este problema para un grupo específico (considerando un curso específico)
- Pedir a los PST que lean los comentarios de los 7 PST ficticios y respondan a la escala Likert que refleja la fuerza de su acuerdo
- Reflexionar sobre los diferentes enfoques para la toma de decisiones en situaciones específicas del aula, la posibilidad y los desafíos de usar problemas no rutinarios y en formas particulares de ayudar a los estudiantes a persistir y usar diferentes estrategias.



¿Qué se **representa** y en qué **formato** (video, texto, cartoon o combinación)??

Viñetas de una sola escena. El problema redactado se centra en los 7 comentarios ficticios de PST. Los comentarios provocan deliberadamente nociones sobre las creencias en la resolución de problemas ..

¿Son las viñetas **encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas**??

Los comentarios provocan deliberadamente nociones sobre si la resolución de problemas es adecuada para ciertos estudiantes (p. ej., alto rendimiento), cuándo usarla (p. ej., final del tema), probar estrategias y también desafíos (tomarse el tiempo para planificar, organizar y dedicar tiempo a la lección). Estos fueron extraídos de investigaciones previas que (Anderson, Sullivan & White, 2004). También se pidió a los participantes que proporcionaran sus propias creencias.

¿Hay **material de texto complementario** para los participantes del curso??

No, esta viñeta es independiente, pero es parte del desarrollo del conocimiento profesional de los futuros docentes y utiliza diferentes tipos de tareas (rutinarias y no rutinarias).

Cuál es el **marco teórico** relacionado?

Resolución de problemas matemáticos

Problemas verbales no rutinarios; mirada profesional (Noticing); características de la tarea

Uso de métodos basados en viñetas

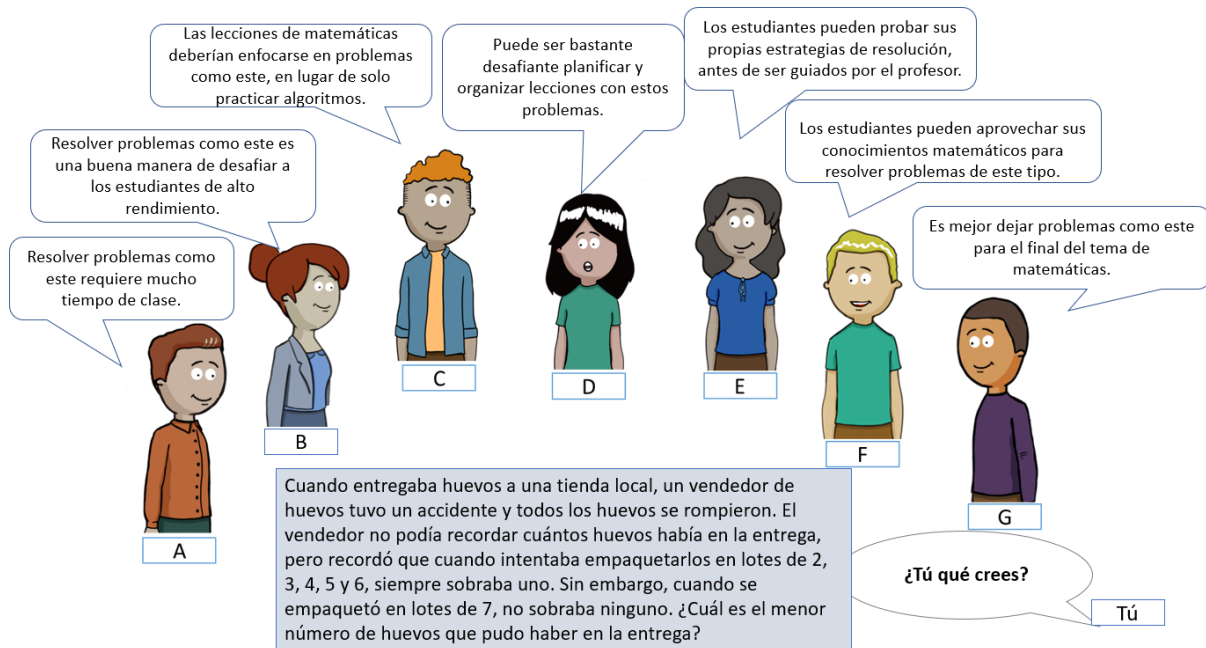
“Viñeta del vendedor de huevos” (secundaria)

El propósito de las actividades de resolución de problemas se está discutiendo en su curso de formación de profesores. A la luz de esto, ¿puede resolver la siguiente tarea de resolución de problemas y luego responder las siguientes preguntas? **Hay espacio debajo del problema para su resolución, sin embargo, si prefiere puede hacer su trabajo en una hoja de papel separada.**

Cuando entregaba huevos a una tienda local, un vendedor de huevos tuvo un accidente y todos los huevos se rompieron. El vendedor no podía recordar cuántos huevos había en la entrega, pero recordó que cuando intentaba empaquetarlos en lotes de 2, 3, 4, 5 y 6, siempre sobraba uno. Sin embargo, cuando se empaquetó en lotes de 7, no sobraba ninguno. ¿Cuál es el menor número de huevos que pudo haber en la entrega?

- ¿Qué **conocimientos matemáticos** usaste para resolver el problema?
- ¿Qué **estrategias** utilizaste para resolver el problema?
- Pensando en un curso específico, ¿cómo podrías modelar la solución del problema?

Observa la viñeta que muestra comentarios sobre la resolución de problemas por parte de varios maestros en formación (A-G). Indica en qué medida estás de acuerdo o en desacuerdo con cada uno de sus comentarios y proporciona una explicación sobre las creencias que guían tu decisión. Luego, haz un comentario basado en tus creencias sobre el propósito de la resolución de problemas.



Las lecciones de matemáticas deberían enfocarse en problemas como este, en lugar de solo practicar algoritmos.

Resolviendo problemas como este es una buena manera de desafiar a los estudiantes de alto rendimiento.

Resolviendo problemas como este requiere mucho tiempo de clase.

C

Puede ser bastante desafiante planificar y organizar lecciones con estos problemas.

D

Los estudiantes pueden probar sus propias estrategias de resolución, antes de ser guiados por el profesor.

E

Los estudiantes pueden aprovechar sus conocimientos matemáticos para resolver problemas de este tipo.

F

G

Es mejor dejar problemas como este para el final del tema de matemáticas.

¿Tú qué crees?

Tú

Cuando entregaba huevos a una tienda local, un vendedor de huevos tuvo un accidente y todos los huevos se rompieron. El vendedor no podía recordar cuántos huevos había en la entrega, pero recordó que cuando intentaba empaquetarlos en lotes de 2, 3, 4, 5 y 6, siempre sobraba uno. Sin embargo, cuando se empaquetó en lotes de 7, no sobraba ninguno. ¿Cuál es el menor número de huevos que pudo haber en la entrega?

Referencias

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 33, pp. 8-29.



Para más información contactar con:

Karen Skilling, karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Reprezentace v hodinách

matematiky



Koncept kurzu pro

Reprezentace v hodinách

matematiky

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 4. třída)
- druhý stupeň základní školy a střední škola (5. až 12./13. třída) (německý model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Budování a posilování kompetence budoucích učitelů analyzovat použití různých reprezentací matematických objektů ve výuce matematiky, s flexibilním zaměřením na:

- Analýzu zadání úlohy a s úlohou souvisejících stránek
- z učebnice
- Analýzu interakcí mezi učitelem a žáky
- Analýzu žákovských obtíží

Budování souvisejících odborných a didaktických znalostí, schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů.

Jaké jsou **související teorie**?

Reprezentace matematických objektů (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); učitelova kompetence analyzovat práci s reprezentacemi ve výuce matematiky (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); znalosti učitele a schopnost všimnout si didakticko-matematických jevů (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka kurzu: Jeden semestr, 90-minutový seminář každý týden

Struktura:

- **Pre-test** (založený na vinětech)
- **Úvod do teorie** reprezentací matematických objektů, vzorové příklady



- **Vzorová analýza** viněty (videozáznamu)
- **Práce s vinětami kombinovaného typu** (učební materiál & záznam interakce učitel – žák/žáci:
 - Budoucí učitelé připravují obsah semináře, analytické otázky a aktivity pro spolužáky, řídí reflexi a diskusi
 - Budoucí učitelé sbírají analýzy svých spolužáků, poskytují jim zpětnou vazbu ohledně práce s reprezentacemi
 - Budoucí učitelé, kteří připravovali seminář, jsou požádáni, aby připravili souhrnnou analýzu, vylepšili interakce učitel – žák/žáci uvedené na vinětě a vylepšili materiály pro žáky uvedené na vinětě
 - Budoucí učitelé jsou požádáni, aby výsledky semináře zpracovali do portfolia
- **Post-test** (založený na vinětách), zpětná vazba, sebehodnocení

Jaký je **formát** kurzu?

Online (jako důsledek pandemické situace) i prezenční formát jsou možné/dostupné (viz také popis struktury kurzu výše)

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Kombinace učebního materiálu & záznamu interakce mezi žákem/žáky a učitelem (interakce reaguje na část uvedeného učebního materiálu);

Formát: text a/nebo komiks; také je možná viněta v podobě videozáznamu

Kolik vinět je součástí kurzu?

Více než 20 vinět k dispozici účastníkům kurzu (budoucím učitelům), ti si sami vybírají vinětu pro svůj seminář; je také možné, aby si účastníci sami nějakou vinětu přinesli/vytvořili

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Základní sada 20 vinět byla speciálně navržena tak, aby poskytovala bohatý potenciál pro reflexi, diskusi a posilování kompetencí.



Další komentáře / doporučení

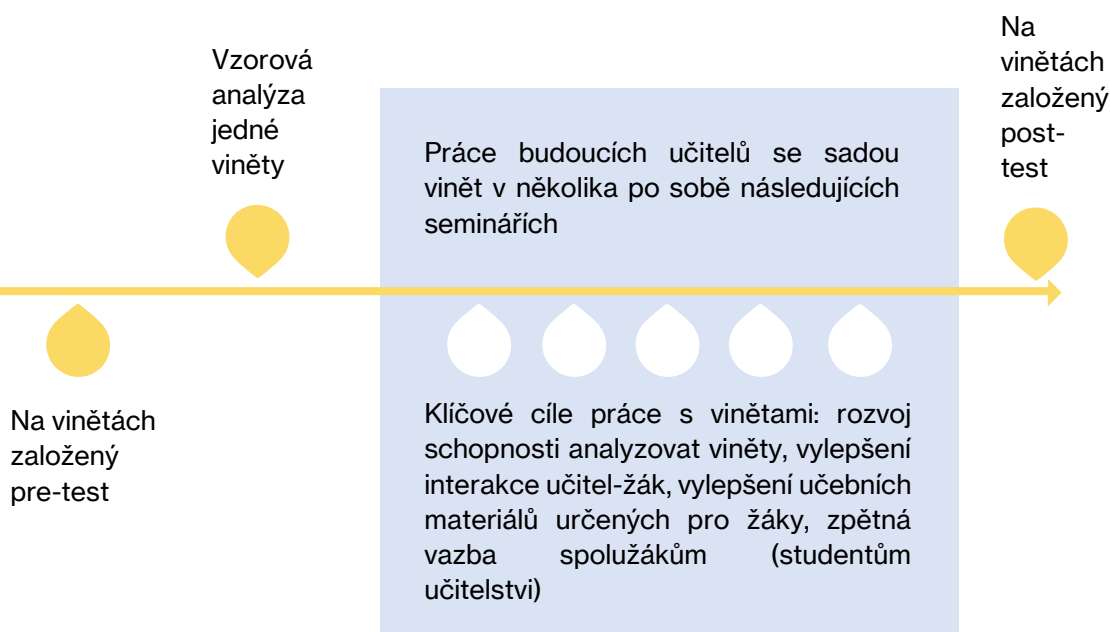
Na teoriích založená práce s vinětami je klíčová pro
rozvoj analytických kompetencí budoucích učitelů

Popis kurzu a časová osa ukazující použití vinět v kurzu

Kurz začíná předtestem na základě vinět, který umožňuje zhodnotit pokrok účastníků i prostřednictvím jejich sebehodnocení. Po úvodu do teorie reprezentací matematických objektů a způsobů použití více reprezentací ve třídě matematiky jsou s účastníky vypracovány otázky analýzy založené na kritériích. Ty se používají k diskusi o ukázkové vinětě spolu s účastníky. Studenti jsou poté požádáni, aby připravili analýzu vinět, kterou si mohou vybrat ze souboru více než 20 vinět. Všechny tyto viněty kombinují výukové materiály a výukové situace. Zahrnují jak znázornění výukových materiálů, tak znázornění výukové situace související s prací s těmito materiály. Účastníci kurzu jsou požádáni, aby připravili sezení s diskusními otázkami a aktivitami pro své kolegy, zorganizovali diskusi a reflexi, shromáždili recenze kolegů a poskytli zpětnou vazbu související s kritérii poskytovanými teorií použití reprezentací. Účastníci, kteří sezení připravili, jsou dále požádáni, aby připravili analýzu příkladů, návrhy na vylepšení dialogů a návrhy na vylepšení učebních materiálů. Jsou tedy požádáni, aby rozpracovali prvky výukové situace na pozadí teorie zacházení s vícenásobnými reprezentacemi matematických objektů. Poté jsou účastníci požádáni, aby zdokumentovali výsledky sezení v portfolio. Po vyplnění závěrečného dotazníku (post-test založený na vinětách) jsou účastníci vyzváni, aby vyjádřili svůj názor, a na základě svých odpovědí na úvodní a závěrečný dotazník jsou požádáni, aby sami zhodnotili svůj pokrok a výsledky učení.

Časová

osa kurzu



Literatura

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2, pp. 259–266)*. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 435-442)*. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219)*. Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Sebastian Kuntze

kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Reflektování práce s různými

reprezentacemi matematických objektů:

Pravděpodobnostní strom



Viněta pro

Reflektování práce s různými reprezentacemi

matematických objektů: Pravděpodobnostní strom

“Pravděpodobnostní strom”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 4. třída), druhý stupeň základní školy a střední školu (5. až 12./13. třída).
Zde: 8. třída (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu:
Reprezentace v hodinách matematiky

Pozn.: Zároveň je také (z jiné perspektivy) součástí kurzu **Vypořádání se s heterogenními vzdělávacími předpoklady / diverzitou v matematické třídě**

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Tato viněta je jednou z více než 20 vinět, se kterými budoucí učitelé během kurzu mohou pracovat (viz koncept daného kurzu).

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Budování a posilování kompetence budoucích učitelů analyzovat použití různých reprezentací matematických objektů ve výuce matematiky, s flexibilním zaměřením na:

- Analýzu zadání úlohy a s úlohou souvisejících stránek z učebnice
- Analýzu interakcí mezi učitelem a žáky
- Analýzu žákovských obtíží

Budování souvisejících odborných a didaktických znalostí, schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Kombinace učebního materiálu & záznamu interakce mezi žákyní a učitelkou (interakce reaguje na část uvedeného učebního materiálu);

Formát: text a/nebo komiks; také je možná viněta v podobě videozáznamu



Jak dlouho by situace ve třídě trvala?

Situace ve třídě, která je součástí viněty:
Cca 5-10 min.

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Viněta byla speciálně navržena tak, aby poskytovala bohatý potenciál pro reflexi, diskusi a posilování kompetencí.

Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Viz koncept kurzu
Reprezentace v hodinách matematiky

Jaké jsou **související teorie**?

Reprezentace matematických objektů (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); učitelova kompetence analyzovat práci s reprezentacemi ve výuce matematiky (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); znalosti učitele a schopnost všimnout si didakticko-matematických jevů (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Časová

osa kurzu

Na vinětách založený pre-test

Vzorová analýza jedné viněty

Práce budoucích učitelů se sadou vinět v několika po sobě následujících seminářích

Na vinětách založený post-test

Klíčové cíle práce s vinětami: rozvoj schopnosti analyzovat viněty, vylepšení interakce učitel-žák, vylepšení učebních materiálů určených pro žáky, zpětná vazba spolužákům (studentům učitelství)

Viněta – “Pravděpodobnostní strom”

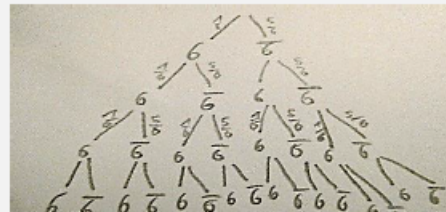
Naším tématem je využití stromového diagramu při určování pravděpodobnosti. Níže je uvedena stránka z učebnice, jež toto téma představuje, a úloha, kterou žáci dostali za úkol během distanční výuky. Žáci mají možnost kontaktovat učitelku online.

[Níže uvedené (fiktivní) stránka z učebnice je inspirována skutečnou německou učebnicí, viz Brandt, D. et al. (2006). *Lambacher Schweizer 4. Mathematik für Gymnasien. BW. Stuttgart: Klett. pp. 162-163.*]

Jak správně používat stromový diagram

Max má najít pravděpodobnost, že jí při 5 pokusech padne aspoň jednou 6. Začala si malovat stromový diagram.

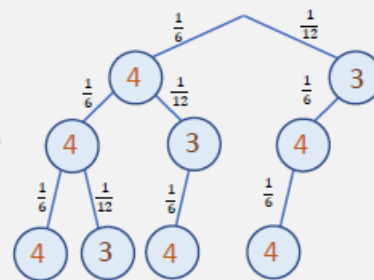
Nadja zkoumá Maxin obrázek a říká: „Se všemi těmi větvemi nikdy neskončíš.“



Někdy jsou stromové diagramy příliš velké. Můžeš ušetřit čas, když si namaluješ jenom tu jeho část, která je nutná pro výpočet pravděpodobnosti, kterou máš určit.



Třikrát otočíme číselníkem na obrázku vlevo. Jaká je pravděpodobnost, že součet čísel bude aspoň 11? Stromový diagram má jen větve, které vedou k součtům větším než 10. Na základě pravidel pro výpočet pravděpodobnosti v tomto stromu vypočítáme, že pravděpodobnost je rovna $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{432} \approx 1\%$



Pro stanovení pravděpodobnosti ve víceúrovňových náhodných experimentech se používá pouze ta část stromového diagramu, která obsahuje potřebné cesty.

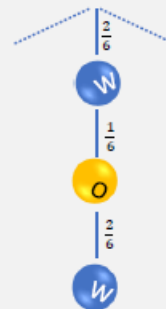
Příklad 1: Výběr cesty

Osudí obsahuje koule, na kterých jsou písmena. Třikrát z něj náhodně vytáhneme kouli, písmeno si poznamenujeme a kouli vrátíme do osudí. S jakou pravděpodobností dostaneme slovo WOW?

Řešení: Pravděpodobnost slova WOW

$$\text{je } \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$$

(cesta na obrázku vpravo)



Jedna z úloh, které v učebnici následují po tomto úvodu:

Policie identifikovala devět podezřelých, mezi nimi jsou čtyři lupiči, po kterých policie dlouhodobě pátrá. Komisařka Anna R. je vyslýchá, tři z těchto podezřelých zatkne a posléze se ukáže, že to jsou lupiči. S jakou pravděpodobností by komisařka Anna dosáhla tak dobrého výsledku, kdyby vybrala ty tři zatčené náhodou?

Žáci pracují individuálně doma (vzhledem ke covidové situaci). Jedna žákyně kontaktovala učitelku prostřednictvím videokonference.

Měli jsme vyřešit úlohy
k úvodu na straně 162,
včetně úlohy 5. Ale já této
úloze nerozumím.

A čemu
přesně nero-
zumíš?

No, komisařka vyslýchala devět
osob. Zjistila, že čtyři z nich jsou
lupiči. A tři z nich posílá do
vězení.

Hm, že ti tři jsou skutečně lupiči,
které hledali, se dozví až později.
Úloha říká „a posléze se ukáže, že to
jsou lupiči“. Ale v každém případě si
musíš namalovat strom.

Ano, to jsem zkoušela, ale
zasekla jsem se. Je tam 9
větví, a pak vždycky 8, to je
příliš mnoho.

To je jasné... No, můj strom má jen dvě větve na
první úrovni, a potom sleduji jen jednu z nich, a ta
má také dvě větve. Uvažuji hodnoty „lupič“ a „nelu-
pič“, označené písmeny E a E s čarou. Můžeš si to
také představit jako osudí se dvěma druhy koulí.

Poček chvíli, namaluji
Ti první dva kroky mého
stromu a ukážu to na
kameru.

Teď je to na Tobě, aby sis
dodělala třetí krok sama
a vypočítala výsledek.
Zvládneš to?



Literatura

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2)*, pp. 259–266. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2)*, pp. 435–442. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273–292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Kraimer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3)*, pp. 139–146. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3)*, pp. 275–282. Umeå, Sweden: PME

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Sebastian Kuntze

kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Využití chyb jako příležitosti k učení

v hodinách matematiky



Koncept kurzu pro

Využití chyb jako příležitosti k učení

v hodinách matematiky

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro druhý stupeň základní školy a střední školu (5. – 12./13. třída; německý model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Budování a posilování způsobilosti budoucích učitelů analyzova:

- chyby (matematicky)
- uvažování studenta spojené s chybou
- vzdělávací potenciál související s chybou (pro jednotlivého studenta, který chybu udělal, a pro všechny studenty ve třídě)
- jakým způsobem se řeší chyby v hodině matematiky
- co mohou nabídnout různé způsoby reakce na chybu a vypořádání se s ní z hlediska učení studentů v matematice

Budování souvisejících odborných znalostí, názorů a povědomí

Jaké jsou **související teorie**?

Theory of negative knowledge (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); aspects and possibilities of dealing with mistakes (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009; Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to mistake-handling (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992)

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka: Jeden semestr s týdenními 90minutovými semináři

Struktura:

- Vstupní test (na základě viněty)
- Úvod do různých teorií souvisejících s chybami (např. Weimer, 1925; Skinner, 1958; Oser, a kol., 1998), s negativními znalostmi (Oser, a kol., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005) a produktivní využívání chyb jako příležitostí k učení (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger a další., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005).
- Analýza prvního videa a/nebo kreslených vinět s diskusí související s pozorováním založeným na teorii; včetně analýzy chyb souvisejících s matematikou.
- Úvod do prohlubujícího se teoretického zázemí souvisejícího s umírněnými konstruktivistickými přístupy k učení (např. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Klein & Oettinger, 2000), k metakognici (např. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003) a na motivační aspekty řešení chyb (např. Dweck, 1986).
- Opakování vinět souvisejících s možnostmi alternativní reakce na základě prohloubeného teoretického základu; systematizace analýzy pomocí analytického krokového modelu (meta-znalosti související s analýzou pro účastníky)
- Analýza dalších videí a/nebo kreslených vinět zaměřená na účastníky. S diskusí, která souvisí s teoretickými pozorováními a analýzami možností reakce:
 - Budoucí učitelé připravují setkání a aktivity pro své kolegy, organizují diskusi a úvahy.
 - Budoucí učitelé shromažďují analýzy svých kolegů a poskytují zpětnou vazbu související s analýzou (zpětná vazba, zda byly kroky pokryty myšlenkami na základě podstatných kritérií).
 - Budoucí učitelé, kteří setkání připravili, jsou požádáni, aby připravili analýzy týkající se „jejich“ vinět.
 - Dále jsou budoucí učitelé požádáni, aby zdokumentovali výsledky seminářů ve formátu portfolia.
- Závěrečný test (na základě viněty), zpětná vazba, sebehodnocení pokroku.



Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Viněty situací ve třídě jsou kombinované s materiálem pro úkoly související se situacemi, kde dochází k chybě;

Formát: textové, kreslené a/nebo video viněty

Kolik vinět je součástí kurzu?

Přibližně 15 vinět situací ve třídě, ze kterých si mohou účastníci vybírat. Kurz je obecně otevřen pro viněty vytvořené/přinesené učiteli v přípravném vzdělávání; úvodní viněty.

Jsou viněty nalezené, autentické, upravené, nebo nově vytvořené?

Jsou zahrnuty jak viněty odvozené z autentických situací ve třídě, tak specificky navržené, aby poskytovaly bohatý potenciál pro diskusi a úvahy o možnostech reakce související s chybami.

Jaký je **formát** kurzu?

Online i prezenčně; kurz je plánován na celý semestr (asi 14 lekcí po 90 minutách), kratší moduly kurzu jsou také možné (např. pro integraci do jiných seminářů, např. jako podsekce)

Popis kurzu a časová osa ukazující použití vinět v kurzu

Kurz zahájí vstupní test založený na vinětě. Plní funkci zahájení kurzu tím, že ukazuje relevanci tématu pro praxi ve třídě a zároveň pomáhá vyhodnotit pokroky účastníků. (Mnohostranná) teorie související s řešením chyb je představena ve dvoustupňovém přístupu v kombinaci s prací založenou na vinětě, aby se předešlo hromadění teoretického obsahu, který by pak s větší pravděpodobností zůstal odpojen od analýzy situací během analytických seminářů. Nejprve jsou uvedeny definice chyb a teoretické rámce, ze kterých pocházejí. Existují protichůdné teoretické pohledy, díky čemuž je tato část kurzu obzvláště bohatá na kontrast. Na jedné straně podle behavioristického hlediska (např. Skinner, 1958; ve srovnání s Weimer, 1925) jsou chyby „náhody“, kterým je třeba se vyhnout a raději jim nevěnovat pozornost, abychom se nenaučili nesprávné znalosti. Na druhé straně přístup negativních znalostí zdůrazňuje hodnotu chyb pro učení a zejména pro budování tzv. negativních znalostí (např. Oser a další, 1998). Tento teoretický základ má být následně propojen s praktickými kontexty prostřednictvím analýzy příkladů vinět. Pro tyto analytické činnosti lze ve třídě použít jak kreslené viněty, tak viněty ve formě autentických videí.

Ve druhém kroku je představena další základní teorie, která naučí účastníky kurzu propojovat tyto aspekty se situacemi ve třídě: Tento druhý krok uznává vysokou složitost chybových situací díky multikriteriální relevanci. Teoretické rámce představené v tomto druhém kroku zahrnují umírněné konstruktivistické přístupy k učení (např. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Klein & Oettinger, 2000), roli myšlenkových procesů (např. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003), což lze vzít v úvahu zejména při interakci ve třídě poznamenané diskurzem, a roli motivačních aspektů při zvládnutí chyb (např. Dweck, 1986). Následně jsou vybrané viněty znovu prohlédnuty a další viněty jsou analyzovány



proti celému spektru kritérií. Zavádí se analytický krokový model za účelem strukturování procesu analýzy a za účelem posílení účastníků prostřednictvím odpovídajících meta-znalostí souvisejících s analýzou. Zúčastnění budoucí učitelé jsou poté požádáni, aby připravili analýzy několika vinět, které si mohou vybrat ze sady přibližně 15 vinět. Tyto viněty se skládají z reprezentací situací ve třídě a úkolů s nimi spojených. Formáty vinět se liší od textových, kreslených až po video formáty (druhý formát závisí na možných omezeních souvisejících s ochranou dat u některých vinět). Zúčastnění učitelé přípravného vzdělávání jsou požádáni, aby připravili jedno sezení s analytickými otázkami a aktivitami pro své vrstevníky, aby zorganizovali diskusi a reflexi, shromáždili analýzy svých kolegů a poskytli zpětnou vazbu související s modelem kroků analýzy. Budoucí učitelé, kteří sezení připravovali, jsou dále požádáni, aby připravili vzorové analýzy. Na závěr jsou účastníci kurzu požádáni, aby zdokumentovali výsledky seminářů ve formátu portfolia.

Po dokončení závěrečného testu (založeného na vinětě) jsou účastníci vyzváni, aby poskytli zpětnou vazbu, a na základě svých odpovědí v předběžném a závěrečném testu jsou požádáni, aby sami zhodnotili svůj pokrok a výsledky učení.

Časová

osa kurzu:

Vstupní test
založený
na vinětě

Závěrečný
test
založený
na vinětě

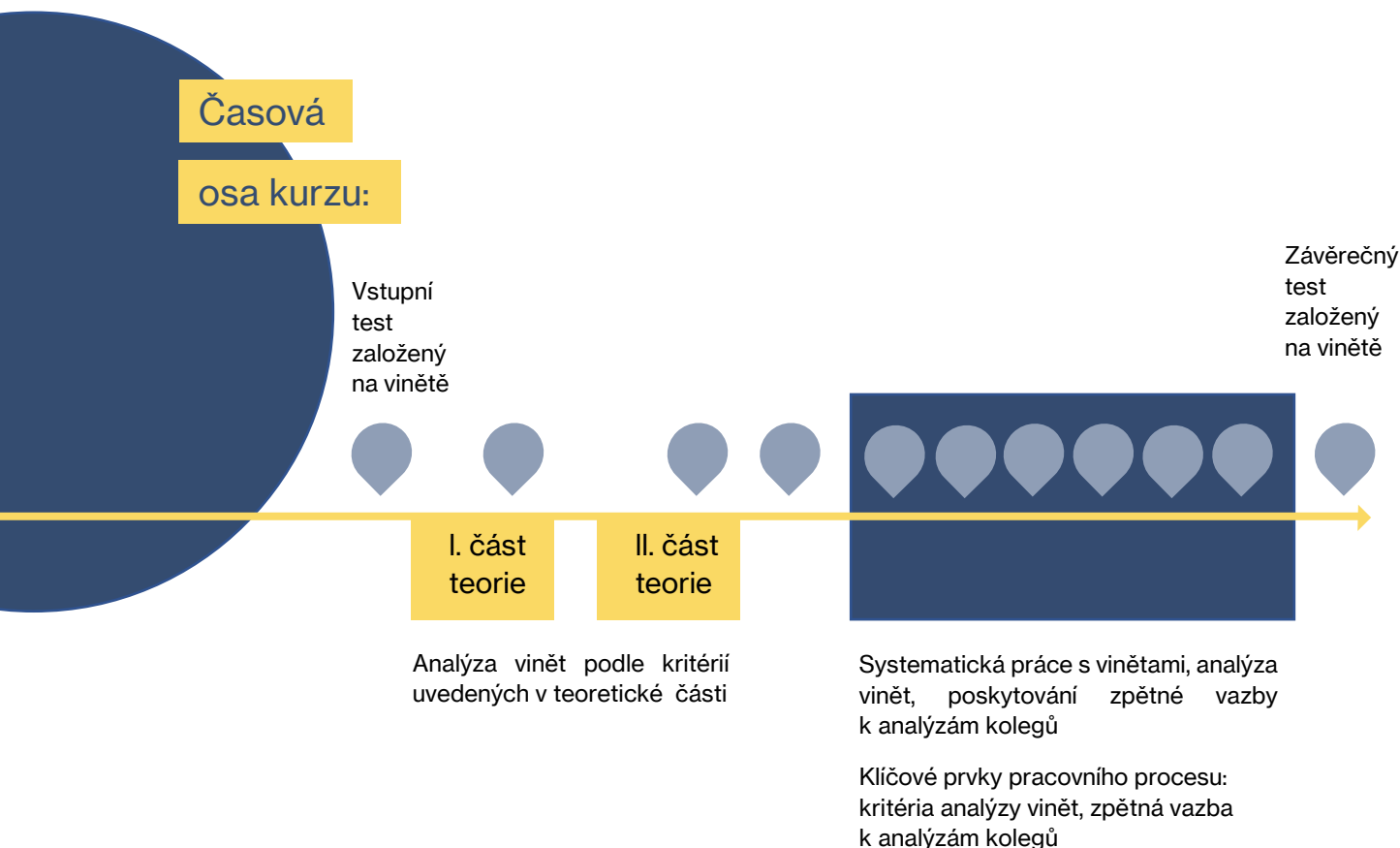
I. část
teorie

II. část
teorie

Analýza vinět podle kritérií
uvedených v teoretické části

Systematická práce s viněťmi, analýza
vinět, poskytování zpětné vazby
k analýzám kolegů

Klíčové prvky pracovního procesu:
kritéria analýzy vinět, zpětná vazba
k analýzám kolegů



Literatura

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41(10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].



Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). *Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften*.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.



Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 71-88). Opladen: Leske+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2009 (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73-94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). *Psychologie der Fehler*. Leipzig: Klinkhardt.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Sebastian Kuntze; kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen; friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Uvažování o činnosti učitele související

s povzbuzováním interakce studentů

ohledně chyb



Viněta pro

Uvažování o činnosti učitele související

s povzbuzováním interakce studentů ohledně chyb

“Dokazování a vyvracení”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro druhý stupeň základní školy a střední školu (5. – 12./13. třída; německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Využití chyb jako příležitosti k učení v hodinách matematiky

Pozn.: Zároveň je také (z jiné perspektivy) součástí kurzu **Podpora argumentace v hodinách matematiky**

V jakém **kontextu** se viněta používá?

Tato viněta je jednou z vinět pro analýzu a diskusi situací ve třídě na základě nově zavedených teoretických kritérií v plénu kurzu (viz koncept kurzu)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Budování a posilování způsobilosti budoucích učitelů analyzovat

- chyby (matematicky)
- uvažování studenta spojené s chybou
- vzdělávací potenciál související s chybou (pro jednotlivého studenta, který chybu udělal, a pro všechny studenty ve třídě)
- jakým způsobem se řeší chyby v hodině matematiky
- co mohou nabídnout různé způsoby reakce na chybu a vypořádání se s ní z hlediska učení studentů v matematice

Budování souvisejících odborných znalostí, názorů a povědomí.

Jak dlouho by situace ve třídě trvala?

Přibližně kolem 5 až 10 minut

Je viněta nalezená,
autentická, upravená,
nebo nově vytvořená?

Autentická (viz výše).

Jaké jsou **související
teorie**?

Theory of negative knowledge (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); aspects and possibilities of dealing with mistakes (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to mistake-handling (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992)

Časová

osa kurzu:

Vstupní
test
založený
na vinětě

Závěrečný
test
založený
na vinětě

I. část
teorie

II. část
teorie

Analýza vinět podle kritérií
uvedených v teoretické části

Systematická práce s viněťmi, analýza
vinět, poskytování zpětné vazby
k analýzám kolegů

Klíčové prvky pracovního procesu:
kritéria analýzy vinět, zpětná vazba
k analýzám kolegů



Viněta – “Rovnostranný trojúhelník”

1

Rovnostranný trojúhelník není
pravoúhlý.

- Skutečná situace ve třídě (asi tak nějak se stala) -

Základní informace:

- 8. ročník - hodina geometrie
- Bezprostředně předtím studenti pracovali (asi 10 minut) ve dvojicích na argumentačních úlohách, o kterých se nyní diskutuje
- Nyní se diskutuje o argumentech souvisejících s tvrzením „Rovnostranný trojúhelník není pravoúhlý“

2

Krátce poté – učitel mezitím beze slova u tabule poznamenal, co student („Pavel“) předložil jako řešení. Nyní znovu navštíví kroky argumentace se třídou:





3

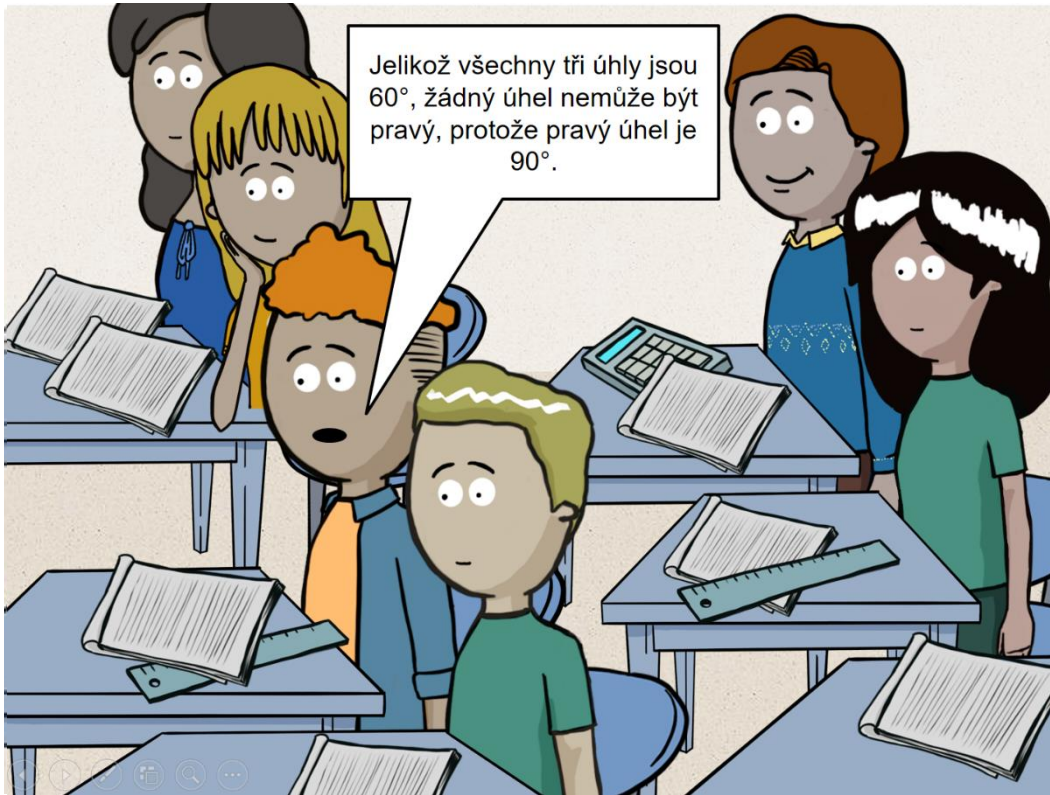


4





5



6





7

Přesně tak. Celkově vzato, co jsme teď s tímto tvrzením udělali?

Rovnostranný trojúhelník není pravoúhlý

Pokud je trojúhelník rovnostranný, pak není pravoúhlý

$\triangle ABC$ rovnostranný \Rightarrow

Všechny úhly jsou stejně velké

Všechny úhly měří 60°

Snažili jsme se ho vyvrátit, ale nevyšlo to.



8

Aha. Matyáši?

Rovnostranný trojúhelník není pravoúhlý

Pokud je trojúhelník rovnostranný, pak není pravoúhlý

$\triangle ABC$ rovnostranný \Rightarrow

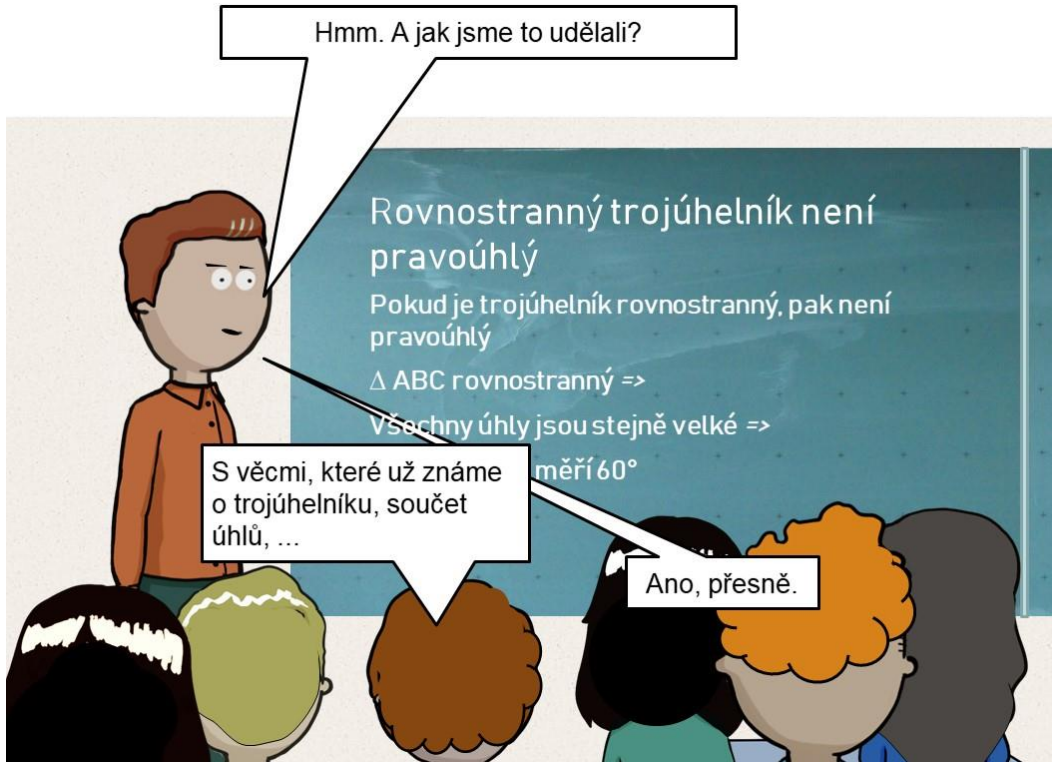
Všechny úhly jsou stejně velké \Rightarrow

Všechny

Toto tvrzení jsme odůvodnili, takže ať je správně nebo špatně, my můžeme říci, že je správné.



9



10





11

Ano, přesně tak. To, co nám zde Pavel tak rychle řekl, bylo důkazem tohoto tvrzení. Tvrzení, které jsme si zde představili, jsme přeformulovali na tvrzení pokud-pak a použili jsme zde pouze věci, které jsme znali již dříve. Nejprve předpokladem, pak součtem vnitřních úhlů v trojúhelníku jsme následně zjistili, že trojúhelník nemůže být pravouhlý.



Literatura

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.
- Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41(10), 1040-1048.
- Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Bei-träge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.
- Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.
- Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) *Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.
- Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.
- Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.
- Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.
- Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.
- Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csikos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of*

the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.Mason, J. (2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.

Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 71-88). Opladen: Les-ke+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2009 (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). *Psychologie der Fehler*. Leipzig: Klinkhardt.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Podpora argumentace

v hodinách matematiky



Koncept kurzu pro

Podpora argumentace

v hodinách matematiky

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro druhý stupeň základní školy a střední školu (5. – 12./13. třída; německý model), se speciálním zaměřením na střední školy gymnaziálního typu

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Budování a posilování způsobilosti budoucích učitelů analyzovat

- matematický obsah s ohledem na identifikaci vzdělávacích příležitostí souvisejících s argumentací
- úvahy studentů
- situace ve třídě s ohledem na možnosti argumentace
- do jaké míry může reakce učitelů podpořit uvažování a argumentaci student

Budování souvisejících odborných znalostí, názorů a povědomí.

Jaké jsou **související teorie**?

Argumentation and proof in the mathematics classroom and related empirical findings (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); aspects and possibilities of promoting discourse and argumentation (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to argumentation (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka: (až) jeden semestr s týdenními 90minutovými semináři

Struktura:

- Vstupní test (založený na vinětě)
- Část I.: úvod do role důkazu a argumentace v odborné matematice pomocí metody Topic Study (Kuntze, 2006)
- Část II.: Úvod do různých teorií souvisejících s argumentací a dokazováním (např. Healy & Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); zejména je zdůrazněna potenciálně nevhodná role interakcí, ve kterých úvahy učitele výrazně převažují nad úvahami studentů a učitel navíc krok za krokem prochází svou předem připravenou cestou; práce založená na vinětách
- Část III.: strategie podpory argumentace ve výuce matematiky: diskurzivně orientované přístupy k interakci ve třídě (např. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); práce založená na vinětách
- Závěrečný test (založený na vinětě), zpětná vazba, sebehodnocení pokroku

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Viněty znázorňující situace ve třídě jsou kombinované s materiály pro úkoly související s konkrétními situacemi ve třídě.

Možné formáty: textové a kreslené viněty (v některých případech jsou k dispozici také video-viněty, ale podléhají možným omezením souvisejícím s ochranou osobních údajů)

Kolik vinět je součástí kurzu?

V závislosti na čase, který je k dispozici, je v kurzu zahrnuto 6-10 vinět zobrazujících situace ve třídě; Kurz je také obecně otevřen pro viněty vytvořené/přinesené budoucími učiteli.

Jsou viněty nalezené, autentické, upravené nebo napsané?

Jsou zahrnuty jak viněty odvozené z autentických situací ve třídě, tak specificky navržené, aby poskytovaly bohatý potenciál pro diskusi a úvahy o možnostech reakce související s chybami.

Jaký je **formát** kurzu?

Online i prezenčně; kurz je plánován na celý semestr (asi 14 lekcí po 90 minutách), kratší moduly kurzu jsou



také možné (např. pro integraci do jiných seminářů,
např. jako podsekce)

Popis kurzu a časová osa ukazující použití vinět v kurzu

Kurz začíná vstupním testem založeným na vinětě, který se mimo jiné zaměřuje také na názory učitelů související s argumentací v hodinách matematiky. Tím otevírá téma kurzu a vzniká prostor pro možné budoucí hodnocení pokroků účastníků.

I. část kurzu je úvodem do role důkazu a argumentace v odborné matematice pomocí metody Topic Study (Kuntze, 2006). Účastníci jsou povinni na toto téma napsat souhrnnou studijní esej.

Na základě toho se II. část zaměřuje na klíčové aspekty teorie výuky matematiky a na poznatky z empirických studií souvisejících s argumentací v hodinách matematiky; zejména je zdůrazněna potenciálně nevhodná role interakcí, ve kterých úvahy učitele výrazně převažují nad úvahami studentů a učitel navíc krok za krokem prochází svou předem připravenou cestou. Tato část kurzu opakovaně zahrnuje výukové aktivity založené na vinětě. Teoretický základ je tedy určen k propojení s praktickými kontexty prostřednictvím analýzy příkladů vinět. Pro tyto analytické činnosti lze použít jak kreslené viněty, tak autentické video-viněty.

III. část se zaměřuje na posílení znalostí účastníků kurzu týkajících se strategií podpory argumentace ve třídě matematiky: příkladem jsou diskurzivně orientované přístupy k interakci ve třídě (např. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021).

Po dokončení závěrečného testu (založeného na vinětě) jsou účastníci vyzváni, aby poskytli zpětnou vazbu, a na základě svých odpovědí ve vstupním a závěrečném testu jsou požádáni, aby sami zhodnotili svůj pokrok a výsledek učení.

Časová

osa kurzu:

Vstupní
test
založený
na vinětě

II. a III. část: Práce založená na vinětěch
střídající se s krátkými vstupy

Závěrečný
test
založený
na vinětě



I. část:
Tematická studie
o argumentaci
a dokazování

II. část:
Argumentace ve
výuce matematiky

III. část: Posílení
strategií podpory
argumentace

Literatura

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.

Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.

Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). *Justifying and Proving in School Mathematics*. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education* , 5, 61-88.

Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf



Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografiertes Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3* (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4* (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik (S. 51-64). Weinheim: Beltz.



Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Sebastian Kuntze; kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen; friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Uvažování o činnosti učitele související

s povzbuzováním interakce studentů

ohledně chyb



Viněta pro

Uvažování o činnosti učitele související

s povzbuzováním interakce studentů ohledně chyb

“Dokazování a vyvracení”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro druhý stupeň základní školy a střední školu (5. – 12./13. třída; německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Podpora argumentace v hodinách matematiky

Pozn.: Zároveň je také (z jiné perspektivy) součástí kurzu **Využití chyb jako příležitosti k učení v hodinách matematiky**

V jakém **kontextu** se viněta používá?

Je jednou z vinět III. části kurzu. Používá se pro analýzu a diskusi o tom, jak lze argumentaci podporovat v interakci ve třídě (viz koncept kurzu)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Budování a posilování způsobilosti budoucích učitelů analyzovat

- jak se argumentace může projevit v interakci ve třídě
- potenciální překážky v diskurzu ve třídě
- strategie organizování a strukturování interakce kolem argumentace
- jakým způsobem mohou chyby fungovat jako příležitost k argumentaci

Budování souvisejících odborných znalostí, názorů a povědomí.

Jak dlouho by situace ve třídě trvala?

Přibližně kolem 5 až 10 minut

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Tato viněta byla navržena podle autentického třídního videa.

Jaké jsou **související** **teorie?**

Argumentation and proof in the mathematics classroom and related empirical findings (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); aspects and possibilities of promoting discourse and argumentation (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to argumentation (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

Časová

osa kurzu:

Vstupní
test
založený
na vinětě

II. a III. Část: Práce založená na vinětěch
střídající se s krátkými vstupy

Závěrečný
test
založený
na vinětě



I. Část:
Tematická studie
o argumentaci
a dokazování

II. Část:
Argumentace ve
výuce matematiky

III. Část:
Posílení strategií
podpory argumentace



Viněta – “Rovnostranný trojúhelník”

1

Rovnostranný trojúhelník není
pravoúhlý.

- Skutečná situace ve třídě (asi tak nějak se stala) -

Základní informace:

- 8. ročník - hodina geometrie
- Bezprostředně předtím studenti pracovali (asi 10 minut) ve dvojicích na argumentačních úlohách, o kterých se nyní diskutuje
- Nyní se diskutuje o argumentech souvisejících s tvrzením „Rovnostranný trojúhelník není pravoúhlý“

2

Krátce poté – učitel mezitím beze slova u tabule poznamenal, co student („Pavel“) předložil jako řešení. Nyní znovu navštíví kroky argumentace se třídou:





3

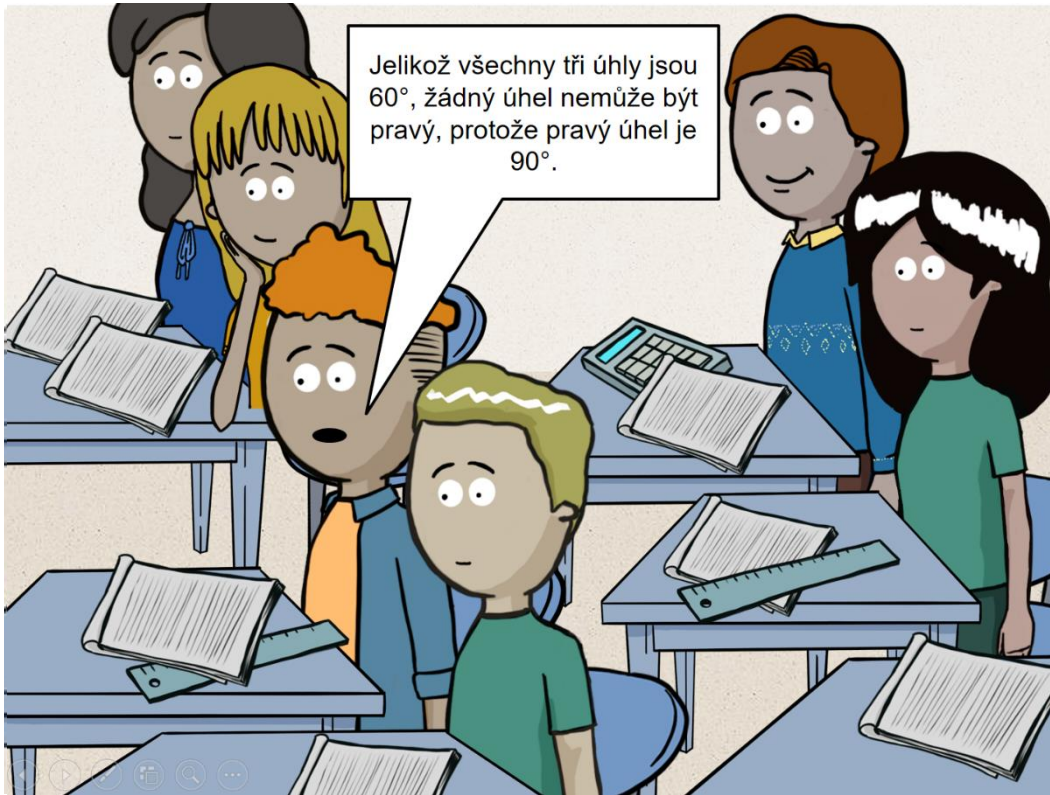


4





5



6



7

Přesně tak. Celkově vzato, co jsme teď s tímto tvrzením udělali?

Rovnostranný trojúhelník není pravoúhlý

Pokud je trojúhelník rovnostranný, pak není pravoúhlý

$\triangle ABC$ rovnostranný \Rightarrow

Všechny úhly jsou stejně velké

Všechny úhly měří 60°

Snažili jsme se ho vyvrátit, ale nevyšlo to.



8

Aha. Matyáši?

Rovnostranný trojúhelník není pravoúhlý

Pokud je trojúhelník rovnostranný, pak není pravoúhlý

$\triangle ABC$ rovnostranný \Rightarrow

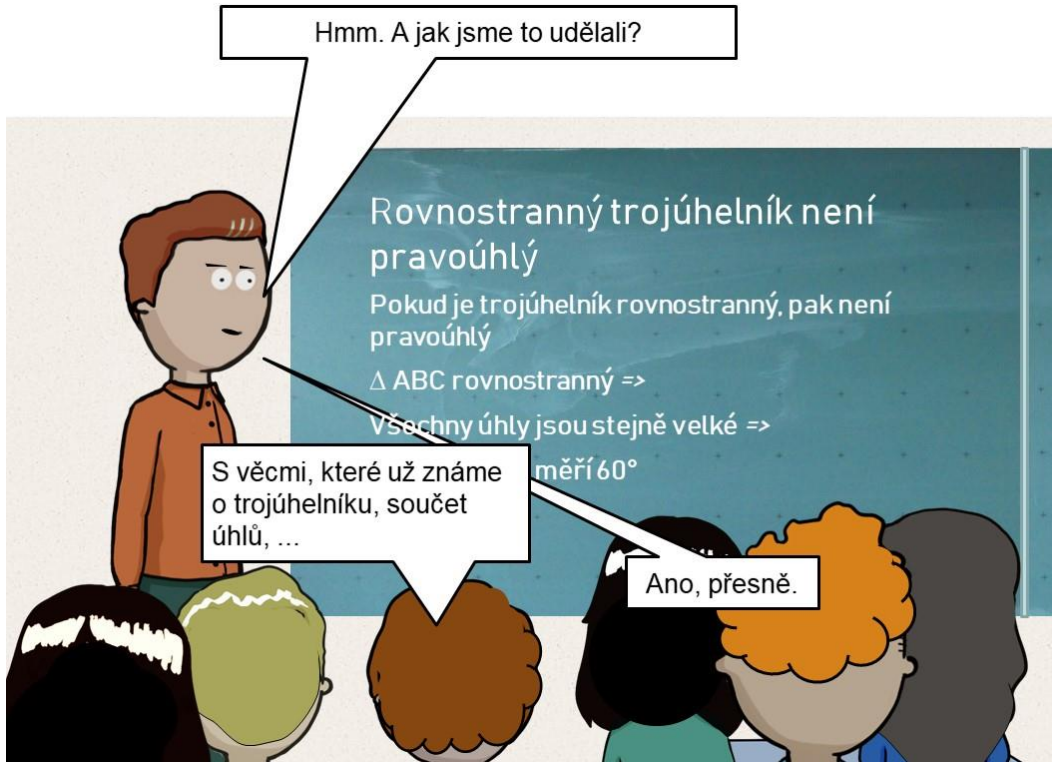
Všechny úhly jsou stejně velké \Rightarrow

Všechny

Toto tvrzení jsme odůvodnili, takže ať je správně nebo špatně, my můžeme říci, že je správné.



9



10



11

Ano, přesně tak. To, co nám zde Pavel tak rychle řekl, bylo důkazem tohoto tvrzení. Tvrzení, které jsme si zde představili, jsme přeformulovali na tvrzení pokud-pak a použili jsme zde pouze věci, které jsme znali již dříve. Nejprve předpokladem, pak součtem vnitřních úhlů v trojúhelníku jsme následně zjistili, že trojúhelník nemůže být pravoúhlý.



Literatura

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.

Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.

Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). Justifying and Proving in School Mathematics. Technical Report on the Nationwide Survey. *Mathematical Science*. London: Institute of Education, University of London.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.

Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csikos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.



Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPM (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Mason, J. (2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. London: Routledge Falmer.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Vypořádání se s heterogenními

vzdělávacími předpoklady / diverzitou

v matematické třídě



Koncept kurzu pro

Vypořádání se s heterogenními vzdělávacími

předpoklady / diverzitou v matematické třídě

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro druhý stupeň základní školy a střední školu (5. – 12./13. třída; německý model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Budoucí učitelé se učí uvědomovat si možnou diverzitu ve třídě, vnímat ji a využívat ji, vypořádat se s heterogenními výukovými předpoklady.

- Pracovat s individuálními předchozími znalostmi žáků a individuálním konceptuálním vnímáním
- Vyhýbat se vytváření překážek pro slabší studenty
- Umožňovat studium náročných úkolů a sdílení prohlubujících úvah pro výtečné studenty
- Být adaptivní v podnětech a podpoře učení
- Nabízet mnoho příležitostí k učení
- Poskytovat prostor pro individuální a kolaborativní procesy učení

Cílem je budování a posilování způsobilosti budoucích učitelů analyzovat:

- Myšlení žáků
- Učební předpoklady a obtíže
- Úlohy a obsahy související s možnostmi poskytování vzdělávacích příležitostí a podpory učení na různých úrovních obtížnosti
- Možnosti a příležitosti k přizpůsobení se vzdělávacím předpokladům a potřebám

Kromě toho jsou učitelé v přípravném vzdělávání podporováni v budování souvisejících odborných znalostí, názorů a povědomí.

Jaké jsou **související teorie**?

Teorie individuální učební podpory (např. Krammer, 2009; Schnebel, 2013) a související matematické obsahy jsou základem pro rozvoj schopnosti všímání si, která zahrnuje soubor různých kritérií. Odpovídající konstrukt vícekritériálního všímání nezbytný pro kontexty, ve kterých je třeba brát v úvahu heterogenní vzdělávací předpoklady, byl představen Kuntze et al.



(2021). Analýza učitelů související s tímto vícekritériálním sledováním se zaměřuje mimo jiné na charakteristiky úkolů, na schopnost učitelů řešit individuální vzdělávací potřeby, pružně a adaptivně reagovat podle způsobu myšlení studentů.

Kromě toho se analytický nástroj pro diagnostiku individuálních vzdělávacích potřeb odkazuje na způsoby práce s reprezentacemi matematických objektů (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006, viz také koncept kurzu “Reprezentace v hodinách matematiky”), takže kompetence učitelů analyzovat použití reprezentací studenty a v úlohách je také v popředí zájmu (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016); Základní teoretický rámec je obecněji založen na odborných znalostech, povědomí a analýze učitelů (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012).

Úvahy o otázkách souvisejících s jazykovými kompetencemi studentů vycházejí z Reinhold, Oppelt und Reiss (2018) a Prediger (2017).

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka: Jeden semestr s týdenními 90minutovými semináři

Kurz začíná vstupním testem (založeným na vinětě).

Obsah kurzu je rozdělen do kapitol:

- Úvod do heterogenních vzdělávacích předpokladů / diverzity
- Analýza vzdělávacích předpokladů a učebních procesů studentů
- Učební předpoklady – video-analýza: Vzorová analýza video-viněty s ukázkou řešení
- Učební předpoklady – viněta
- Učební předpoklady – jazyková problematika
- Učební předpoklady – kritický pohled na současně institucionalizované způsoby diagnostiky (školskou administrativou, v učebnicovém materiálu): Práce s vinětami
- Role úloh
- Otevřené úlohy, úlohy otevřené přístupům na různých úrovních obtížnosti

Závěrečný test je opět založen na vinětě. Shromažďují se názory učitelů, zpětná vazba a sebehodnocení pokroku.

Jaký je **formát** kurzu?

Online (v důsledku pandemické situace) i prezenčně (Viz popis struktury kurzu výše)



Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Viněty situací ve třídě jsou většinou v textovém a/nebo kresleném formátu. V kurzu je využívána také video-viněta (veřejný zdroj s otázkou analýzy specifické pro daný kurz).

Kolik vinět je součástí kurzu?

V závislosti na čase, který je k dispozici, je v kurzu zahrnuto 6-10 vinět zobrazujících situace ve třídě; Kurz je také obecně otevřen pro viněty vytvořené/přinesené budoucími učiteli.

Jsou viněty převzaté,
upravené, autentické,
nebo nově vytvořené?

Výše uvedené viněty byly speciálně navrženy tak, aby odpovídaly cílům konkrétních kapitol semináře a aby poskytovaly cílený materiál pro propojení teorie a praxe, podněcovaly reflexi a diskusi související s praxí.

Existuje doplňující textový materiál pro účastníky kurzu?

Viz výše v části „Související teorie“, kde je textový dokument doprovázející online kurz a jeho reflexi

Další komentáře / doporučení

Vývoj tzv. vícekriteriálního všimání si účastníků byl empiricky zdokumentován (Kuntze et al., 2021). Navzdory důkazům o obtížích některých budoucích učitelů by však měla být poskytnuta specifická pomoc právě těm, kteří tyto obtíže s vícekriteriálním všimáním mají. Další přidanou hodnotu by mohlo přinést průběžné (sebe)hodnocení během semináře.

Popis kurzu a časová osa ukazující použití vinět v kurzu

Kurz začíná vstupním testem založeným na vinětě a dotazníku, které zkoumají názory učitelů na řešení heterogenních vzdělávacích předpokladů. Testovací nástroj umožňuje hodnocení pokroku účastníků, a to i prostřednictvím jejich sebehodnocení.

Kurz je rozdělen do osmi částí/kapitol, které obsahují odpovídající práci podpořenou vinětami, obecnějšími myšlenkami a teoretickým obsahem. Názory učitelů jsou také vždy v popředí, protože učitelé musí čelit řadě pedagogických dilemat při řešení heterogenních vzdělávacích předpokladů ve třídě – názory mohou hrát klíčovou roli v tomto složitém profesním rozhodovacím kontextu. Odbornost v této oblasti také znamená, že učitelé matematiky musí být schopni řešit takové dilema v tom smyslu, že musí být schopni kriticky myslet a vážít didaktické argumenty ohledně rozhodnutí souvisejících se třídou.

Těchto osm částí/kapitol je následujících:

- 1) Úvod do heterogenních vzdělávacích předpokladů / diverzity
- 2) Analýza vzdělávacích předpokladů a učebních procesů studentů



- 3) Učební předpoklady – video-analýza: Vzorová analýza video-viněty s ukázkou řešení
- 4) Učební předpoklady – viněta
- 5) Učební předpoklady – jazyková problematika
- 6) Učební předpoklady – kritický pohled na současně institucionalizované způsoby diagnostiky (školní administrativou a v učebnicovém materiálu): Práce s vinětami založená na vinětách
- 7) Role úloh
- 8) Otevřené úlohy, úlohy otevřené přístupům na různých úrovních obtížnosti

Tímto způsobem se řeší několik významných oblastí zájmu. Po úvodní orientaci v teoretických rámcích se kurz zaměří na spektrum aspektů pro diagnostiku a řešení učebních požadavků, včetně důležitého aspektu jazykových dovedností studentů (a heterogenity, která zde může existovat). Zaměření na úlohy doplňuje zaměření na studenty a jejich potřeby, což představuje stránku příležitostí k učení a jejich designu.

Po dokončení závěrečného testu (založeného na vinětě) jsou účastníci kurzu vyzváni, aby poskytli zpětnou vazbu, a na základě svých odpovědí v přípravném a závěrečném testu jsou požádáni, aby sami zhodnotili svůj pokrok a výsledky učení.

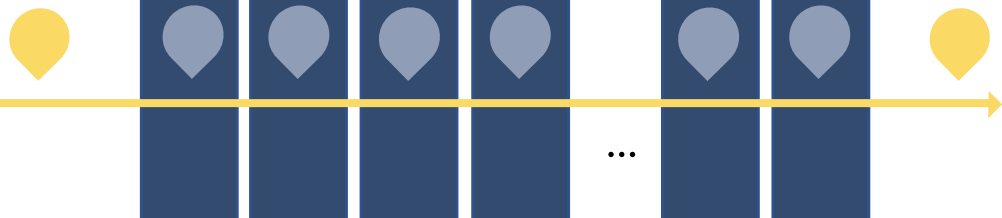
Časová

osa kurzu:

Vstupní
test
založený
na vinětě

8 tematických celků/ částí kurzu, každý založený na práci s vinětou

Závěrečný test
založený
na vinětě



Klíčové prvky pracovního procesu: seznámení se s poznatky souvisejícími s teorií a s kritérii zacházení s heterogenními vzdělávacími předpoklady, analýza vinět na základě kritérií, kolaborativní reflexe v kurzu

Literatura

Krammer, K. (2009). Individuelle Lernunterstützung in Schülerarbeitsphasen. Eine videobasierte Analyse des Unterstützungsverhaltens von Lehrpersonen im Mathematikunterricht. [Individual learning support during student work. A video-based analysis of support by teachers in mathematics classrooms]. Münster: Waxmann.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S., Friesen, M., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L. & Healy, L. (2021). Multi-criterion noticing: Pre-service teachers' difficulties in analysing classroom vignettes. In Inprasitha, M., Changsri, N., Boonsena (Eds.). *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 173-183). Khon Kaen, Thailand: PME.

Prediger, S. (2017). Auf sprachliche Heterogenität im Mathematikunterricht vorbereiten – Fokussierte Problemdiagnose und Förderansätze. In J. Leuders et al. (Hrsg.), *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen, Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik* (S. 29-39). Wiesbaden: Springer. doi 10.1007/978-3-658-16903-9_3.

Reinhold, F., Oppelt, S., Reiss, K. (2018). DaZ-Methoden im Fachunterricht Mathematik. *MNU-Journal*, (5), 297-302.

Schnebel, S. (2013). Lernberatung, Lernbegleitung, Lerncoaching – neue Handlungsformen in der Allgemeinen Didaktik? *Jahrbuch für Allgemeine Didaktik*, 3, 278-296.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Sebastian Kuntze; kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen; friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Diskuse o tématech souvisejících se

školní praxí v elementární matematice –

řešení a hodnocení otevřených úloh



Koncept kurzu pro

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí

v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro:

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Kurz se skládá ze sady 10 vinět typu Concept Cartoons, které se vztahují k různým tématům elementárního matematického vzdělávání.

Cílem tohoto souboru je vyvolat diskuzi budoucích učitelů o důležitých aspektech školní praxe, konkrétně o aspektech souvisejících s procesem řešení a hodnocení otevřených úloh:

- různé správné postupy řešení,
- různé správné výsledky,
- různé interpretace zadání,
- různé interpretace výsledků,
- správné vs. nesprávné postupy řešení,
- postupy řešení o více krocích,
- hodnocení odpovědí žáků (hodnocení výsledků vs. hodnocení jednotlivých kroků postupu) atd.

Soubor vinět má za cíl podpořit didaktické znalosti obsahu účastníků kurzu, a to

- znalosti úloh (různé způsoby jejich řešení, odůvodnění těchto postupů, potenciál úloh pro výuku),
- znalosti žákova porozumění (žákovy poznávací procesy, strategie, miskoncepce, možnosti a meze jeho porozumění),
- znalosti obsahu pro vyučování (hodnocení).

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřený přístup (Nohda, Becker & Shimada), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

Jakou má kurz strukturu?

Úvod

- Viněty typu Concept Cartoons.
- Sada doprovodných otázek.

Práce s vinětami

- Samostatná písemná práce: u každé z vinět respondent samostatně odpovídají na doprovodné otázky.
- Průběžná analýza [pokud je to možné, nepovinné]: vedoucí kurzu analyzuje odpovědi, aby byl schopen lépe zorganizovat následnou diskusi.
- Skupinová diskuze.

Závěr

- Otevřené úlohy.
- Řešení otevřených úloh.
- Hodnocení žákovských řešení otevřených úloh.

Sada doprovodných otázek:

- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)

Jaký je **formát** kurzu?

Délka: 6 výukových jednotek po 45 minutách

1. jednotka: Úvod
2. jednotka: Samostatná práce (viněty č. 1 až 5)
3. jednotka: Diskuse (viněty č. 1 až 5)
4. jednotka: Samostatná práce (viněty č. 6 až 10)
5. jednotka: Diskuse (viněty č. 6 až 10)
6. jednotka: Závěr

Prezenční forma – pomalá nebo rychlá verze:

- 3 týdny, 2 jednotky týdně
- 6 týdnů, 1 jednotka týdně

Online úprava:

- Samostatná práce jako domácí úkol
- Úvod, Diskuse a Závěr jako online lekce.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Sada jednotlivých, na sobě nezávislých komiksových obrázků (viněty typu Concept Cartoons)



Reprezentovány jsou:

- Výukové situace
- Různé způsoby interpretace a řešení dané úlohy

Kolik vinět je součástí kurzu?

10 vinět

- č. 1 – Kostky v krabici
- č. 2 – Obsah trojúhelníku
- č. 3 – Chybějící číslice
- č. 4 – Pilulky
- č. 5 – Škola v Millgate
- č. 6 – Citrónová rovnováha
- č. 7 – Houpačky
- č. 8 – Závod
- č. 9 – Města a teploty
- č. 10 - Jablka

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Převzaté (č. 1, 2, 8, 9)
Upravené (č. 3, 4, 5, 10)
Nově vytvořené (č. 6, 7)

Další komentáře / doporučení

Analýza písemných prací před diskusí není nutná, ale rozhodně ji doporučujeme.

Časová

osa kurzu

První sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady vinět.

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). Open-ended approach. Reston: NCTM.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Kostky v krabici“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Kostky v krabici”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro
- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako **viněta č. 1**)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu objem kvádru. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe (např. o významu základních matematických pojmů).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (důležitých matematických pojmů v pozadí úloh), znalostí žákovy porozumění (různých možných správných a nesprávných řešení, více či méně obvyklých žákovských miskonceptů) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Výuková situace
- Úloha na pojem objem tělesa (porovnání objemu dvou kvádrů)
- Jedno správné řešení dané úlohy
- Tři různé žákovské miskoncepce o objemu těles



Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Převzatá, graficky upravená.

Zdroj: (Roubíček, 2014). Grafické elementy: DIVER.

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), didaktické znalosti
obsahu (Kleickmann et al.).

**Další komentáře /
doporučení**

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

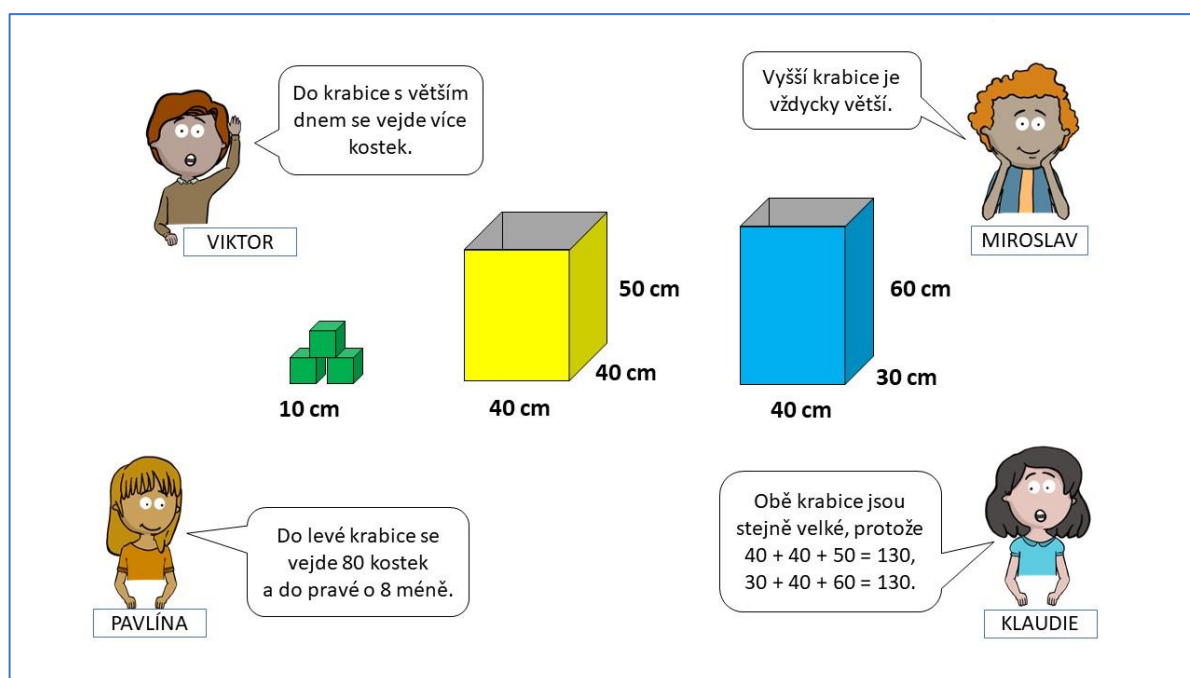
První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Kostky v krabici”



Zdroj úlohy a obsahu bublin: Roubíček (2014); grafické elementy: DIVER

Literatura

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Obsah trojúhelníku“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Obsah trojúhelníku”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 2)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu obsah trojúhelníku. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více správných postupů řešení).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení úloh), znalostí žákova porozumění (různých žákovských řešení, více či méně obvyklých žákovských miskoncepce) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Výuková situace
- Úloha s jedním správným výsledkem, ale více různými postupy, které k tomuto výsledku vedou
- Tři různé správné postupy řešení dané úlohy
- Dvě různé žákovské miskoncepce



Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

- Převzatá, graficky upravená.
- Zdroj: (Roubíček, 2014).
- Grafické elementy: DIVER.

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související**
teorie?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy
(Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et
al.).

Další komentáře /
doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

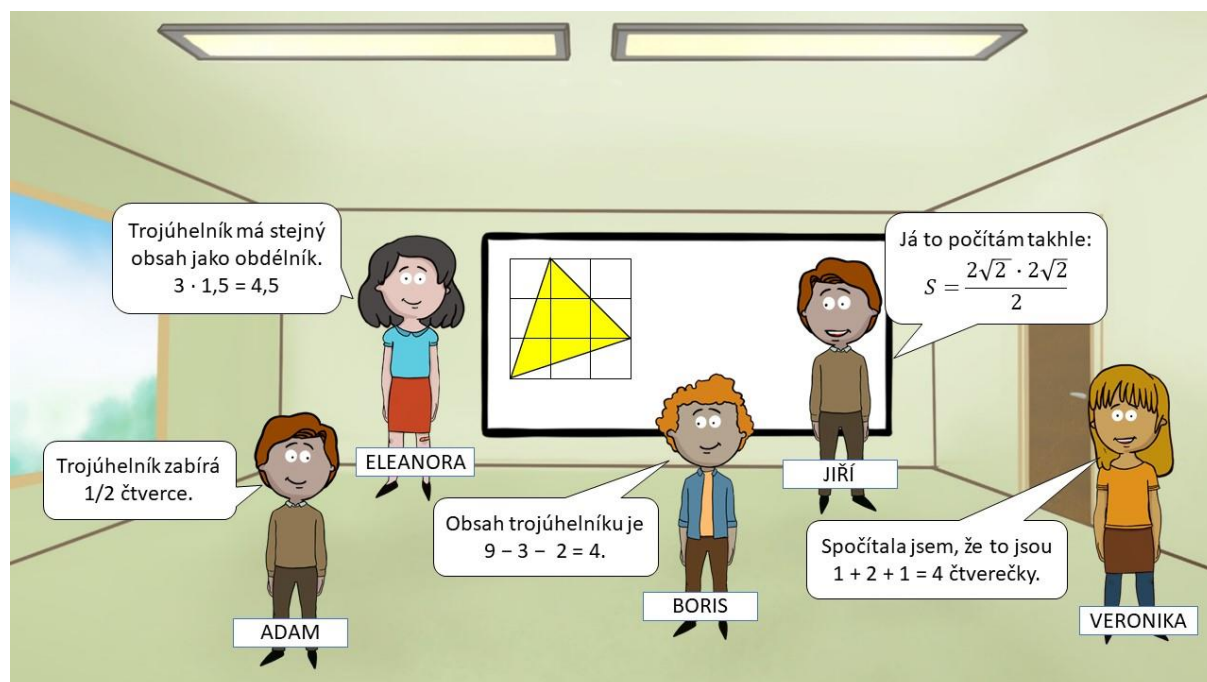
První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Obsah trojúhelníku”



Zdroj úlohy a obsahu bublin: Roubíček (2014); grafické elementy: DIVER

Literatura

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Chybějící číslice“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Chybějící číslice”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 3)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu algoritmus písemného odčítání. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více správných řešení-výsledků, více způsobů zápisu těchto řešení).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých řešení-výsledků úloh, způsobů systematického hledání těchto řešení), znalostí žákova porozumění (různých žakovských řešení, více či méně obvyklých žakovských miskonceptí) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Výuková situace
- Úloha se dvěma různými řešeními-výsledky, každý z nich se skládá z trojice čísel, přičemž čísla v trojici mohou být seřazena různými způsoby (podle velikosti, podle pořadí v hotovém algoritmu, podle toho, jak byla do algoritmu postupně doplňována)
- Jeden správný výsledek, zapsaný dvěma různými způsoby
- Dva různé chybné výsledky
- Upozornění na možnost existence dalšího správného řešení-výsledku

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Upravená. Zdroj verze před úpravou: (Dabell et al., 2008: 2_10). Co bylo upraveno: zadání úlohy, obsah bublin, grafika. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022).

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

Další komentáře / doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

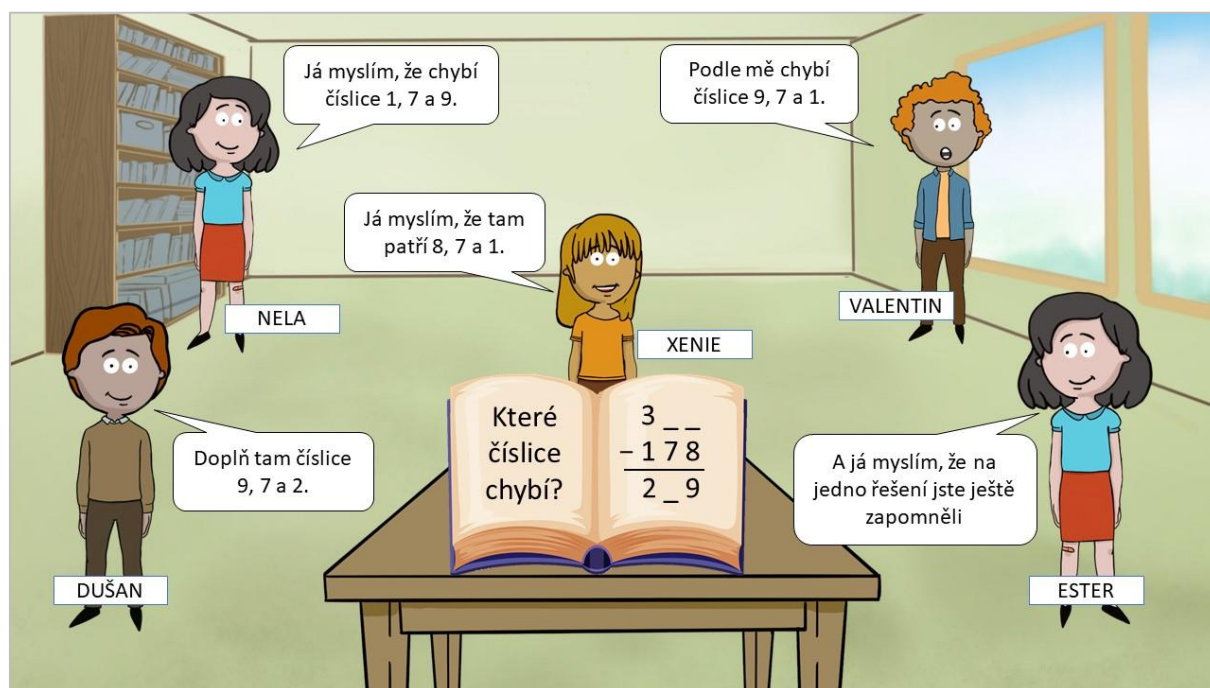
První sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady vinět.

Viněta – “Chybějící číslice”



Vytvořeno úpravou grafiky, zadání úlohy a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 2_10), vlastní překlad; grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). *Opened book with empty pages*. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/opened-book-with-empty-pages_21302874.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science, 9(2), 37–44.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učiteli

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Pilulky“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Pilulky”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 4)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu multiplikačních aplikačních úloh. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více různých interpretací jednoho výsledku). Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (přesných vs. přibližných řešení), znalostí žákovy porozumění (různých možných správných a nesprávných žákovských interpretací výsledku) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Aplikační úloha v pozadí obrázku má také více různých správných postupů řešení, nicméně žádné postupy nejsou v bublinách uvedeny.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha s jedním řešením-výsledkem, který je možné interpretovat různými způsoby (vyjádřit ho přesně v počtu dnů, přesně v počtu týdnů, přibližně v počtu měsíců)
- Tři různé správné interpretace výsledku
- Dva různé chybné výsledky

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Upravená. Zdroj verze před úpravou: (Dabell et al., 2008: 3_12). Co bylo upraveno: obsah bublin, grafika. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021)

Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al. 2013).

Další komentáře / doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

První sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

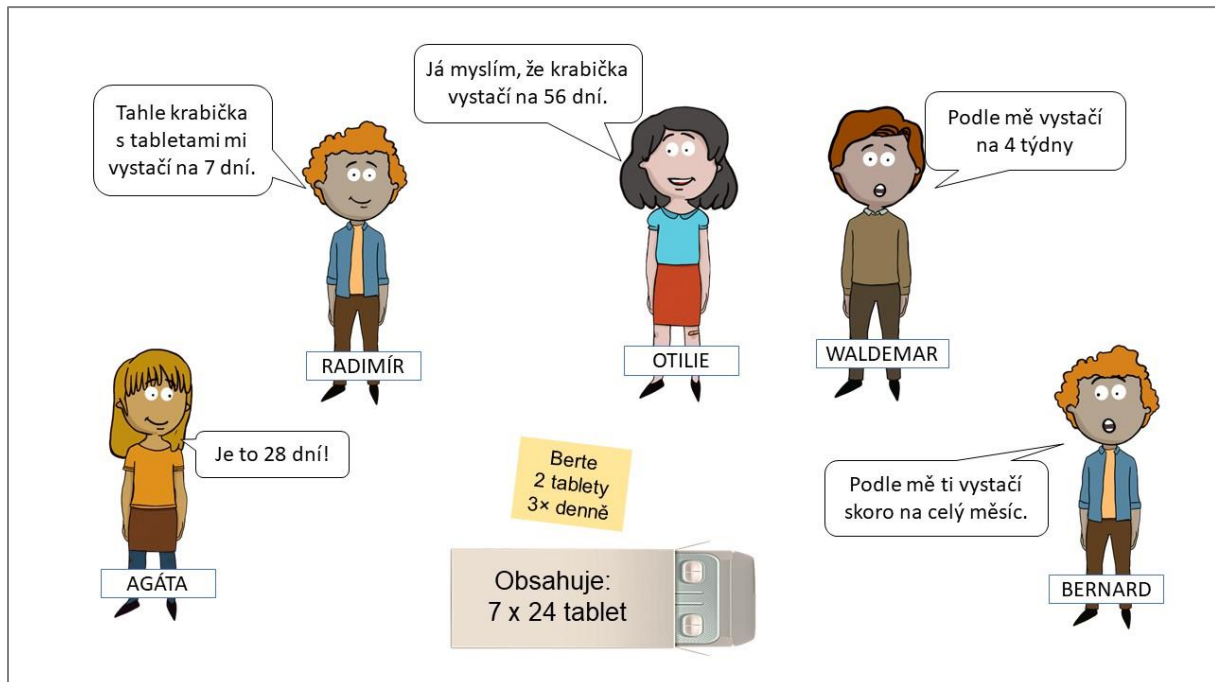
Druhá sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady vinět.



Viněta – “Pilulky”



Vytvořeno úpravou grafiky a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 3_12);
grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Blisters. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/realistic-set-opened-paper-packaging-with-blisters-medicine-pills-capsules_7437909.htm [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science, 9(2), 37–44.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učiteli

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Škola v Millgate“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Škola v Millgate”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 5)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu úloh s dělením na nestejně části. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které bývají pro žáky obtížné.

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (řešení úloh s dělením na nestejně části, možnosti ověřování správnosti výsledků takových úloh), znalostí žákova porozumění (různých více či méně obvyklých chybných žakovských řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Aplikační úloha v pozadí obrázku má také více různých správných postupů řešení, nicméně žádné postupy nejsou v bublinách uvedeny.



Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Jaké jsou **související**
teorie?

Další komentáře /
doporučení

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek
(Concept Cartoon)

Reprezentováni jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha s jedním řešením-výsledkem a více možnými postupy řešení
- Jeden správný výsledek
- Čtyři různé chybné výsledky založené na čtyřech nejobvyklejších miskoncepcích

Upravená. Zdroj verze před úpravou: (Dabell et al., 2008: 1_14). Co bylo upraveno: obsah bublin, grafika. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022a, 2022b, 2022c).

Není potřeba.

Řešení úloh a problémů (Polya), úlohy s dělením na nestejně části (MacGregor & Stacey, 1998; Samková & Tichá, 2015), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al., 2013).

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Škola v Millgate”



Vytvořeno úpravou grafiky a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 1_14);
grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022a, 2022b, 2022c)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022a). Bush game template gui kit. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/bush-game-template-gui-kit_17628784.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Cartoon clouds collection. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/cartoon-clouds-collection_15783479.htm [29 August 2022].

Freepik (2022c). School building educational institution, college. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/school-building-educational-institution-college_7101629.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

MacGregor, M. & Stacey, K. (1998). Cognitive models underlying algebraic and non-algebraic solutions to unequal partition problems. *Mathematics Education Research Journal*, 10, 46-60.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2015). Investigating future primary teachers' grasping of situations related to unequal partition word problems. In *Proceedings CIEAEM 67* (295–303), Palermo, Italy: G.R.I.M.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Citrónová rovnováha“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Citrónová rovnováha”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 6)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k úvodu do témat rovnice a poměry. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více různých interpretací zadání úlohy, více různých postupů řešení).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých interpretací zadání úlohy, různých postupů řešení), znalostí žákova porozumění (různých žakovských miskonceptí) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha se dvěma různými interpretacemi zadání a s více možnými postupy řešení
- Tři různá správná tvrzení o zobrazené situaci (dvě se vztahují k obvyklejší interpretaci zadání, jedno k té méně obvyklé)
- Jedno nesprávné tvrzení (že úloha není řešitelná)

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Nově vytvořená. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b).

Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

Další komentáře / doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

První sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady vinět.



Viněta – “Citrónová rovnováha”



Nově vytvořeno; grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b)

Literatura

Freepik (2021a). Empty Supermarket. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/vector-background-empty-supermarket_4015161.htm [21 November 2021].

Freepik (2021b). Empty Balance Scales. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-empty-balance-scales-isolated-white-background_12321162.htm [21 November 2021].

Freepik (2021c). Lemon Pieces. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/different-lemon-pieces-flat-item-set_11235342.htm [21 November 2021].

Freepik (2022a). Raw organic eggplant food vector. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/raw-organic-eggplant-food-vector_3229571.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Various banana fruits flat icon set. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/various-banana-fruits-flat-icon-set-cartoon-exotic-natural-dessert-isolated-vector-illustration-collection_10173996.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in educatione, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In SEMT '19. Proceedings (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Houpačky“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Houpačky”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 7)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k úvodu do tématu nerovnice. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více různých správných řešení-výsledků).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (existence různých řešení), znalostí žákova porozumění (různých možných správných a nesprávných žakovských řešení – výsledků) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha se dvěma různými správnými řešeními-výsledky (dva předměty mohou být nejlehčí, není možné stanovit, který z nich to skutečně je)
- Tři různá správná tvrzení o zobrazené situaci
- Dvě nesprávná tvrzení založené na častých miskoncepcích

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Nově vytvořená. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022).

Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

Další komentáře / doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

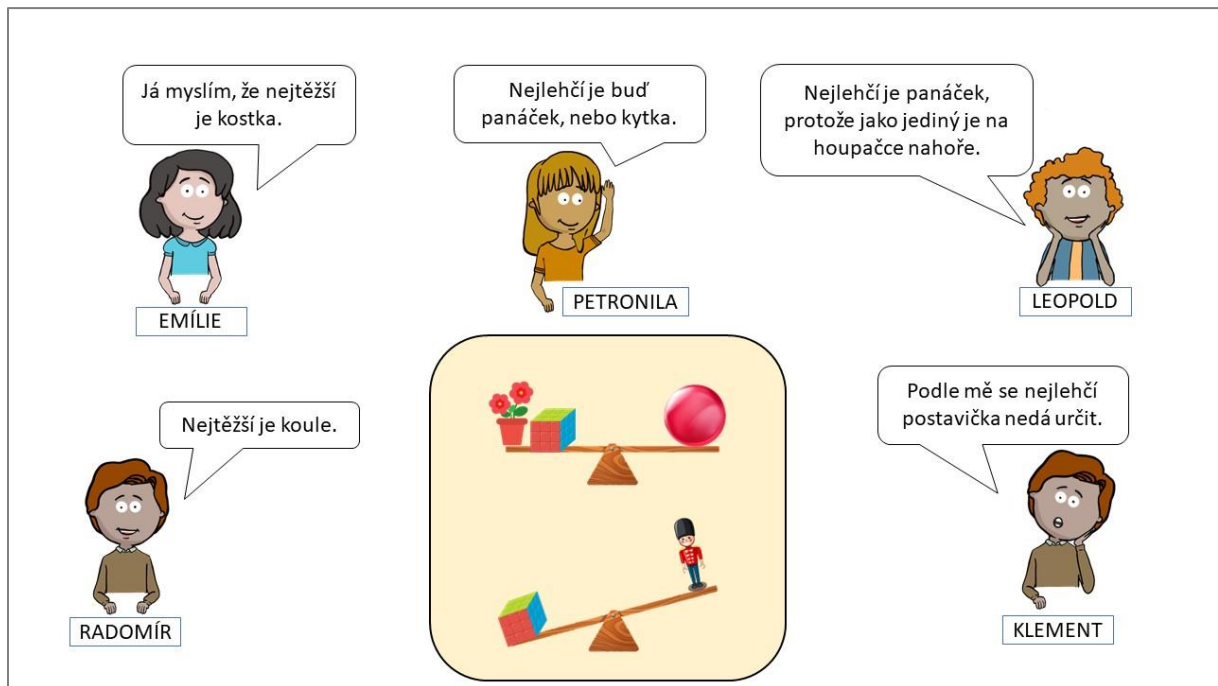
První sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady vinět.

Viněta – “Houpačky”



Nově vytvořeno; grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022)

Literatura

Freepik (2021a). Wooden Seesaw. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/wooden-seesaw-kids-swing-board-triangle-circle-stand-vector-cartoon-set-unbalanced-e_18056395.htm [21 November 2021].

Freepik (2021b). Colorful flowers. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/colorful-flowers-collection-flat-style_2032696.htm [21 November 2021].

Freepik (2021c). Children Toys. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-children-toys_4382512.htm [21 November 2021].

Freepik (2022). Isolated rubics cube. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/isolated-rubics-cube_4950488.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In *SEMT '19. Proceedings* (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učiteli

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Závod“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Závod”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 8)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu desetinná čísla a jejich každodenní aplikace. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe (např. o významu základních matematických pojmů, o jejich aplikacích).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (matematických pojmů v pozadí úloh a jejich významu v daném kontextu), znalostí žákovy porozumění (miskoncepce o pořadí desetinných čísel, o vhodné matematizaci dané úlohy) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Aplikační úloha založená na určování pořadí desetinných čísel
- Jedno správné řešení dané úlohy
- Jedna častá žákovská miskoncepce o pořadí desetinných čísel
- Jedna častá žákovská miskoncepce o matematizaci dané aplikační úlohy

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Převzatá, graficky upravená. Zdroj: (Dabell et al., 2008: 1_6). Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b).

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

**Další komentáře /
doporučení**

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Závod”



Vytvořeno podle (Dabell et al., 2008: 1_6), vlastní překlad; grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021a). *Running Track*. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/scene-with-running-track-green-field_7103596.htm [21 November 2021].

Freepik (2021b). *Wooden Easel*. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/wooden-easel-with-white-canvas-front-angle-view_10547494.htm [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Města a teploty“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Města a teploty”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 9)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu rozdílu celých čísel a k práci s tabulkou. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více různých správných řešení-výsledků).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (existence různých řešení, jejich systematické hledání), znalostí žákovy porozumění (různých možných správných a nesprávných žákovských řešení-výsledků) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Výuková situace
- Úloha se čtyřmi různými správnými řešeními-výsledky
- Jedno ze správných řešení
- Dvě nesprávná řešení
- Nesprávné tvrzení o počtu řešení

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Převzatá, graficky upravená. Zdroj: (Dabell et al., 2008: 2_6). Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021).

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie?**

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

**Další komentáře /
doporučení**

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

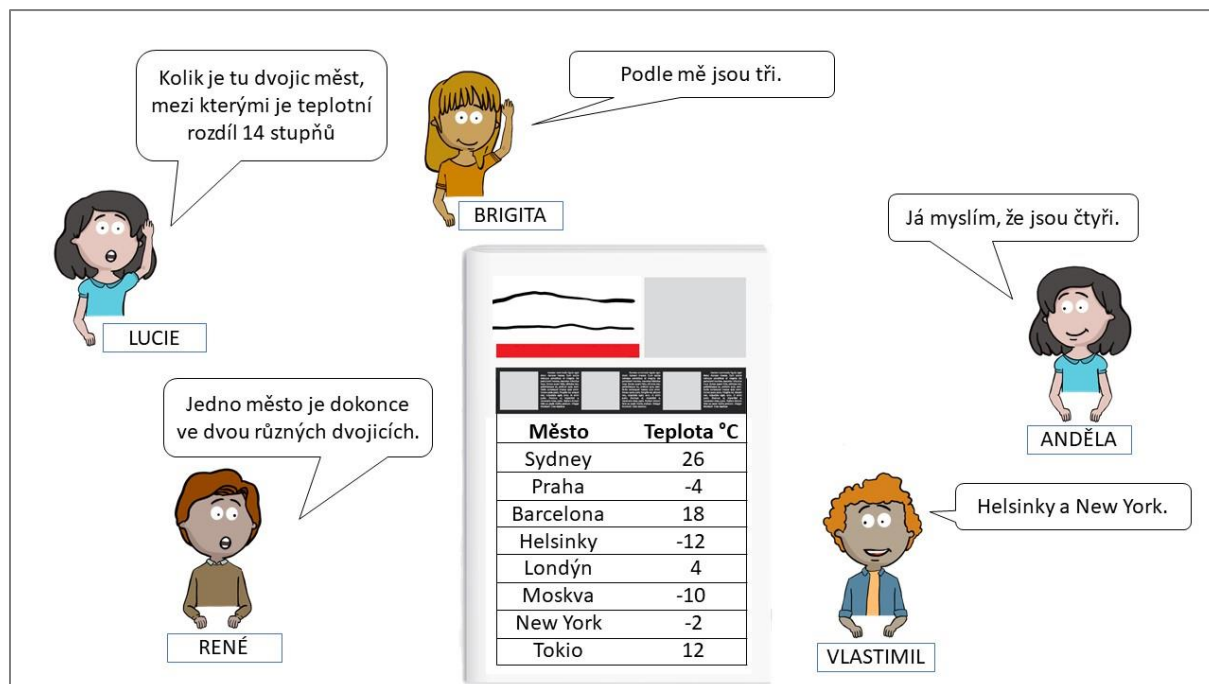
První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Města a teploty”



Kolik je tu dvojic měst, mezi kterými je teplotní rozdíl 14 stupňů

Podle mě jsou tři.

Já myslím, že jsou čtyři.

Jedno město je dokonce ve dvou různých dvojicích.

Helsinki a New York.

Město	Teplota °C
Sydney	26
Praha	-4
Barcelona	18
Helsinky	-12
Londýn	4
Moskva	-10
New York	-2
Tokio	12

Vytvořeno úpravou grafiky a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 2_6), vlastní překlad; grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Newspaper Realistic. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/newspaper-realistic-set_5972436.htm [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učiteli

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Jablka“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Jablka”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 10)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu zlomky. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více správných postupů řešení).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení úloh), znalostí žákova porozumění (různých správných a nesprávných žakovských postupů řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha s jedním správným výsledkem, ale více různými postupy, které k tomuto výsledku vedou
- Tři různé správné postupy řešení dané úlohy
- Dvě různé žákovské miskoncepce

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Upravená. Zdroj verze před úpravou: (Dabell et al., 2008: 3_10). Co bylo upraveno: počet jablek, obsah bublin, grafika. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021, 2022).

Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

Další komentáře / doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

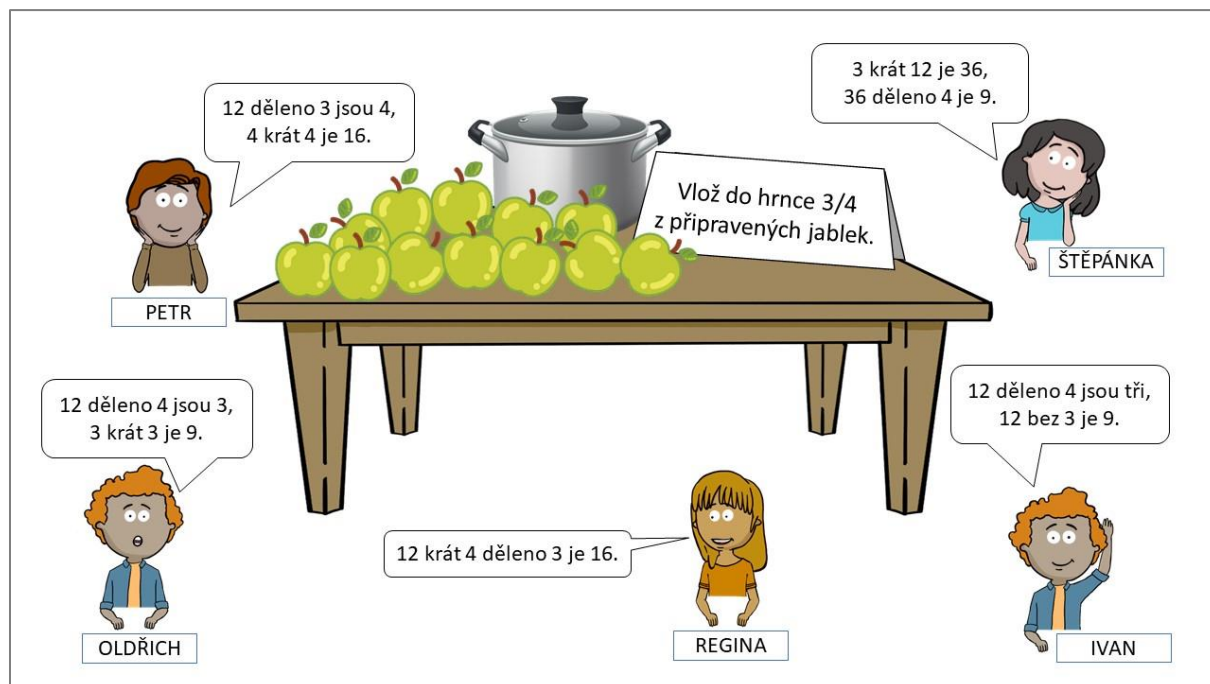
První sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady vinět.

Viněta – “Jablka”



Vytvořeno úpravou grafiky, zadání úlohy a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 3_10);
grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021, 2022)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Diskuse o tématech souvisejících se školní

praxí v elementární matematice

Porozumění zlomkům



Koncept kurzu pro

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí

v elementární matematice – Porozumění zlomkům

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Kurz se skládá ze sady 4 vinět typu Concept Cartoons, které se vztahují k tématu zlomků, hlavně z pohledu elementárního matematického vzdělávání. Cílem tohoto souboru je vyvolat diskuzi budoucích učitelů o důležitých aspektech školní praxe, konkrétně o aspektech souvisejících s procesem řešení a hodnocení úloh, které ve svém zadání obsahují zlomky. Kurz pokrývá význam zlomku jako části z celku, porovnávání pomocí zlomků, diskrétní i spojitý modely zlomků, a také související druhostupňový obsah (vztah k tématu procenta). Soubor vinět má za cíl podpořit didaktické znalosti obsahu účastníků kurzu, a to

- znalosti úloh (různé způsoby jejich řešení, odůvodnění těchto postupů, potenciál úloh pro výuku),
- znalosti žákova porozumění (žákovy poznávací procesy, strategie, miskoncepce, možnosti a meze jeho porozumění),
- znalosti obsahu pro vyučování (hodnocení).

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřený přístup (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.), zlomky (Lamon, Tichá a Macháčková).

Jakou má kurz **strukturu**?

Úvod

- Viněty typu Concept Cartoons.
- Sada doprovodných otázek.

Práce s vinětami

- Samostatná písemná práce: u každé z vinět respondenti samostatně odpovídají na doprovodné otázky.
- Průběžná analýza: [pokud je to možné, nepovinné] vedoucí kurzu analyzuje odpovědi,



aby byl schopen lépe zorganizovat následnou diskusi.

- Skupinová diskuze.

Závěr

- Úlohy obsahující v zadání zlomky.
- Řešení úloh se zlomky.
- Hodnocení žákovských řešení úloh se zlomky.
- Otevřenost úloh.

Sada doprovodných otázek:

- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)
- Co mohlo být příčinou chyb?
- Jak byste poradili dětem, které udělaly chybu?
- Za jak závažné považujete uvedené chyby?

Jaký je **formát** kurzu?
(organizace výukových jednotek, jejich počet a délka; prezenční/online/hybridní forma)

Délka: 4 výukové jednotky po 45 minutách

1. jednotka: Úvod
2. jednotka: Samostatná práce (viněty č. 1 a 2)
3. jednotka: Diskuse (viněty č. 1 a 2)
4. jednotka: Samostatná práce (viněty č. 3 a 4)
5. jednotka: Diskuse (viněty č. 3 a 4)
6. jednotka: Závěr

Prezenční forma – pomalá nebo rychlá verze:

- 2 týdny, 2 jednotky týdně
- 4 týdny, 1 jednotka týdně

Online úprava:

- Samostatná práce jako domácí úkol
- Úvod, Diskuse a Závěr jako online lekce.

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Výukové situace
- Různé způsoby interpretace a řešení dané úlohy

Grafická podoba:

Sada jednotlivých, na sobě nezávislých komiksových obrázků (viněty typu Concept Cartoons)

Kolik vinět je součástí kurzu?

4 viněty

- č. 1 – Jablka
- č. 2 – Bonbóny
- č. 3 – Porovnávání destiček
- č. 4 – Zlevněná pánev



Jsou viněty převzaté,
upravené, autentické,
nebo nově vytvořené?

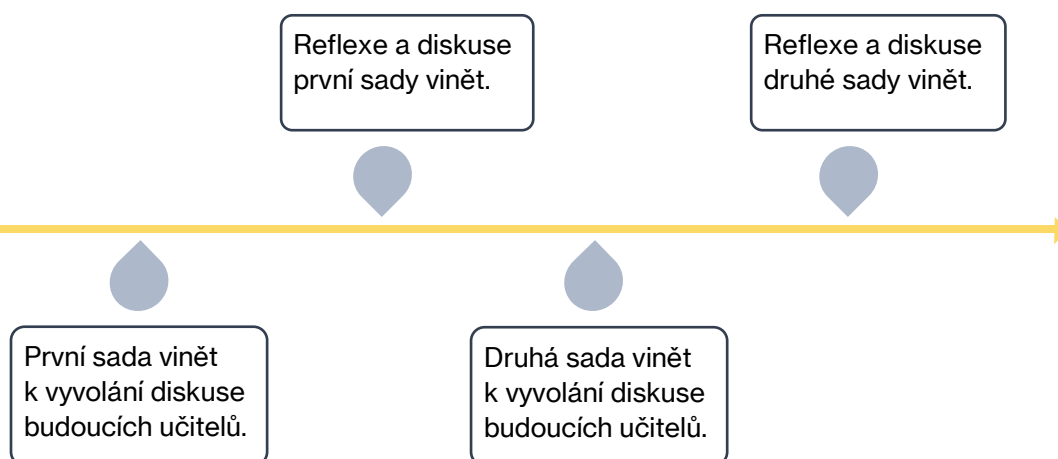
Upravené (č. 1, 2, 3)
Nově vytvořené (č. 4)

**Další komentáře /
doporučení**

Analýza písemných prací před diskusí není nutná, ale
rozhodně ji doporučujeme.

Časová

osa kurzu:



Literatura

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in educatione, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. ERIES Journal, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Porozumění zlomkům



Viněta pro

Porozumění zlomkům

“Jablka”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – Porozumění zlomkům (jako viněta č. 1)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce. Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, k tématu zlomky. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které ve svém zadání obsahují zlomky.

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení), znalostí žákovy porozumění (různých správných a chybných žákovských řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha na téma určení zlomku z čísla (počtu)
- Úloha s jedním řešením (výsledkem), ale více různými postupy řešení
- Tři různé správné postupy řešení
- Dva různé chybné postupy řešení

Grafická podoba:

Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Upravená.
Zdroj verze před úpravou: (Dabell et al., 2008: 3_10).
Co bylo upraveno: počet jablek, obsah bublin, grafika.
Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021, 2022).

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy
(Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et
al.), zlomky (Tichá a Macháčková).

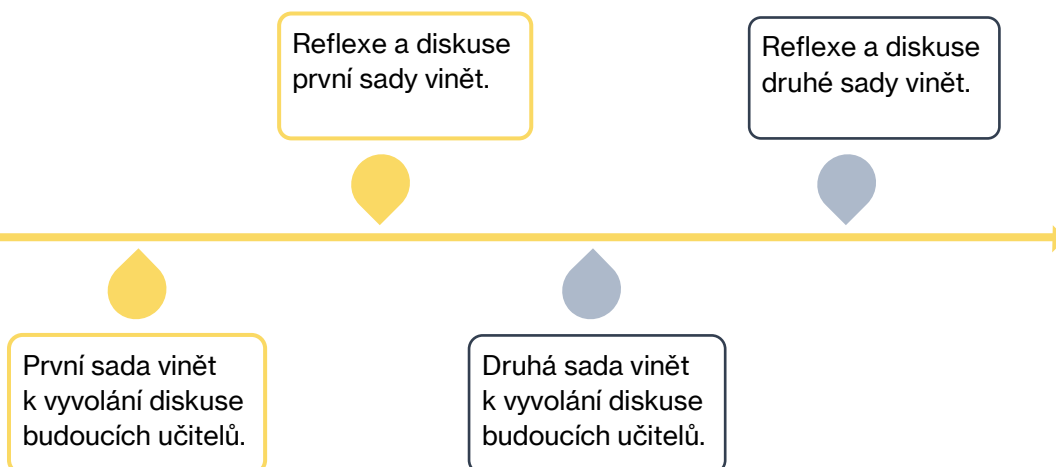
Další komentáře /
doporučení

Sada doprovodných otázek:

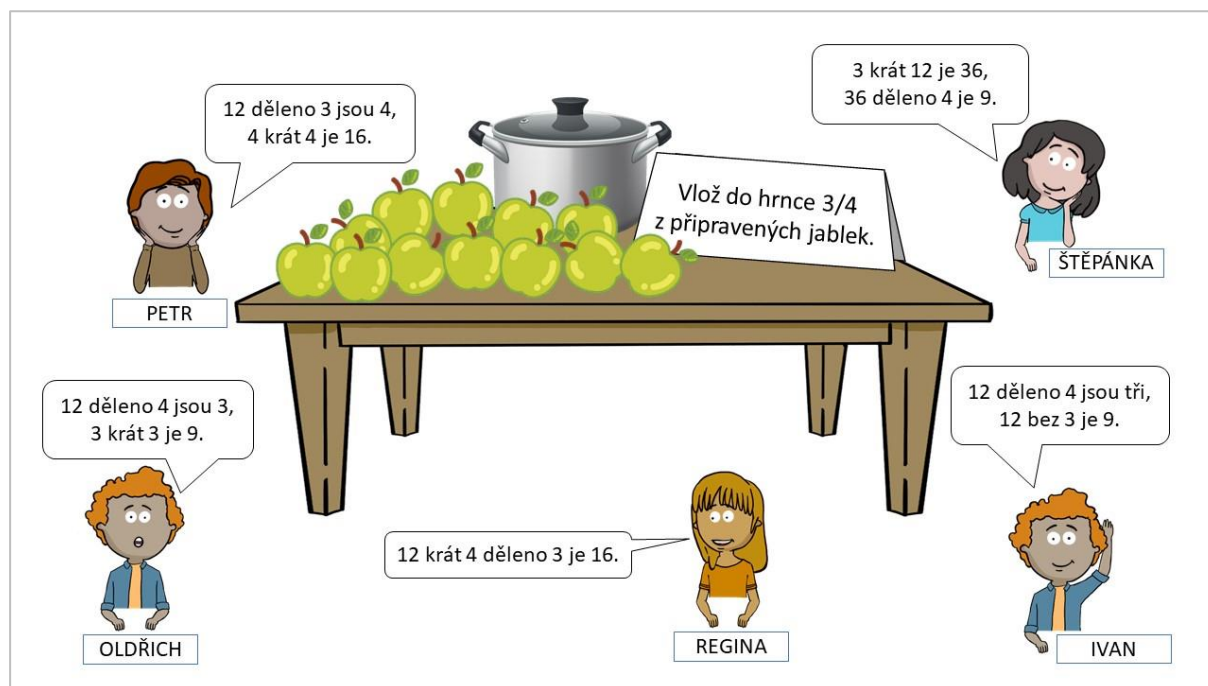
- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)
- Co mohlo být příčinou chyb?
- Jak byste poradili dětem, které udělaly chybu?
- Za jak závažné považujete uvedené chyby?

Umístění viněty

v rámci kurzu:



Jablka



Vytvořeno úpravou grafiky, úlohy a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 3_10), vlastní překlad;
grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021, 2022)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice*. Praha: JČMF.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Porozumění zlomkům



Viněta pro

Porozumění zlomkům

“Bonbóny”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – Porozumění zlomkům (jako viněta č. 2)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce. Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, k tématu zlomky. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které ve svém zadání obsahují zlomky.

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení), znalostí žákovy porozumění (různých správných a chybných žákovských řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha na téma určení zlomku z čísla (počtu)
- Úloha s dvěma různými podobami výsledku (přirozené číslo, zlomek)
- Dva různé chybné postupy řešení (chybné výsledky)

Grafická podoba:

Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Upravená.
Zdroj verze před úpravou: (Samková a Tichá, 2017:
97).
Co bylo upraveno: texty, grafika.
Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022).

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy
(Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et
al.), zlomky (Tichá a Macháčková).

Další komentáře /
doporučení

Sada doprovodných otázek:

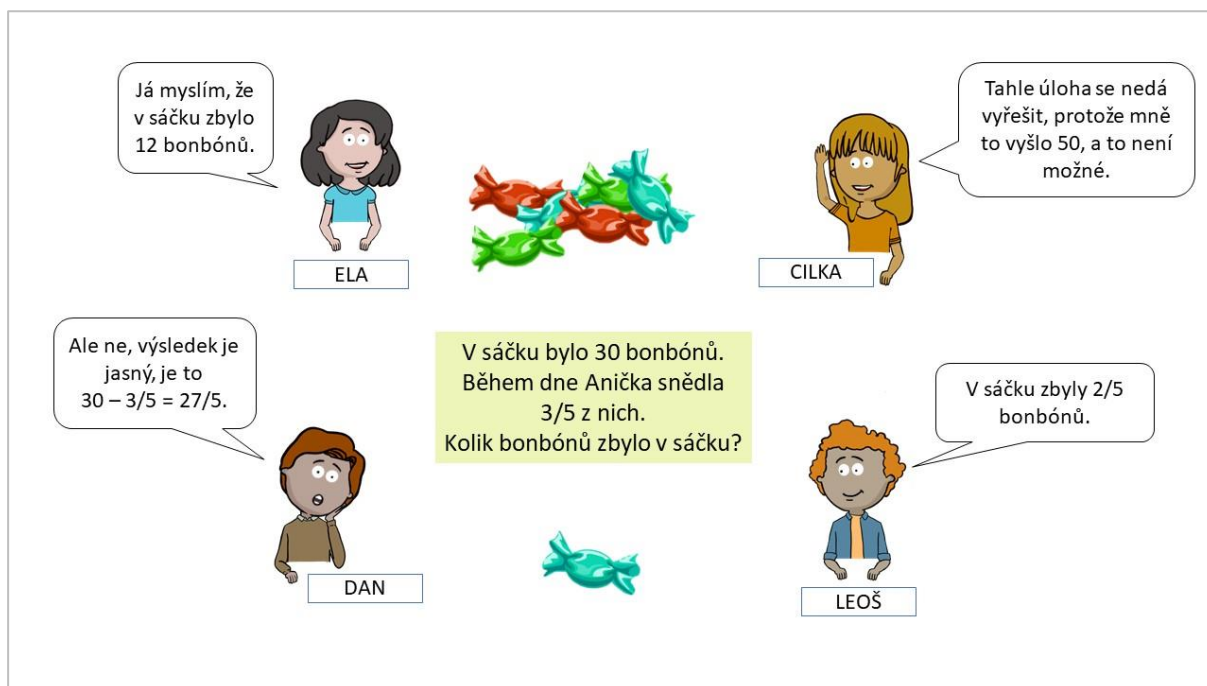
- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)
- Co mohlo být příčinou chyb?
- Jak byste poradili dětem, které udělaly chybu?
- Za jak závažné považujete uvedené chyby?

Umístění viněty

v rámci kurzu:



Bonbóny



Vytvořeno úpravou grafiky a textů v (Samková a Tichá, 2017: 97), vlastní překlad;
grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). Sweet candy icon composition. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/sweet-candy-icon-composition_10154691.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Porozumění zlomkům



Viněta pro

Porozumění zlomkům

“Porovnávání destiček”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – Porozumění zlomkům (jako viněta č. 3)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce. Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, k tématu zlomky. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které ve svém zadání obsahují zlomky.

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení), znalostí žákovy porozumění (různých správných a chybných žákovských řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Aplikační situace založená na spojitém modelu
- Úloha na téma zlomek jako část celku, porovnávání pomocí zlomku
- Úloha s více možnými správnými tvrzeními týkajícími se porovnání zobrazených předmětů
- Tři správná tvrzení
- Dvě chybná tvrzení



Grafická podoba:

Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Upravená.
Zdroj verze před úpravou: (Samková, 2020: 77).
Co bylo upraveno: grafika.
Grafické elementy: DIVER.

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy
(Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et
al.), zlomky (Tichá a Macháčková).

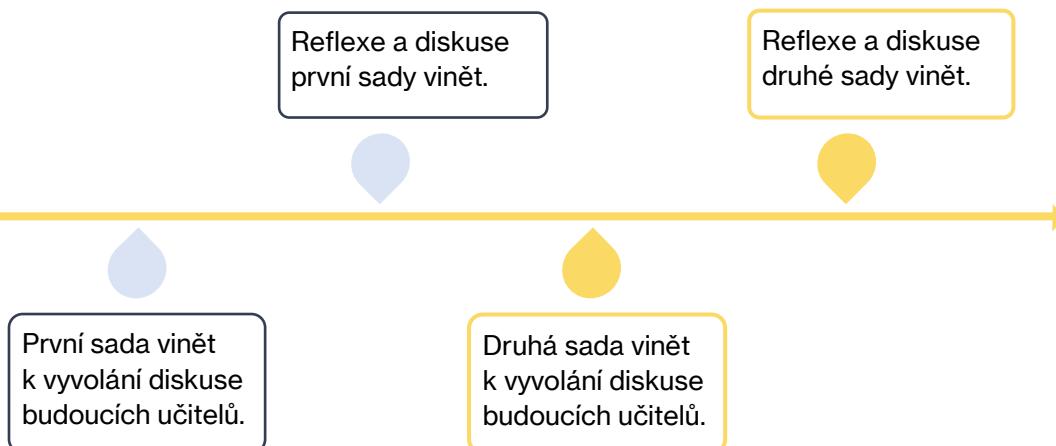
Další komentáře /
doporučení

Sada doprovodných otázek:

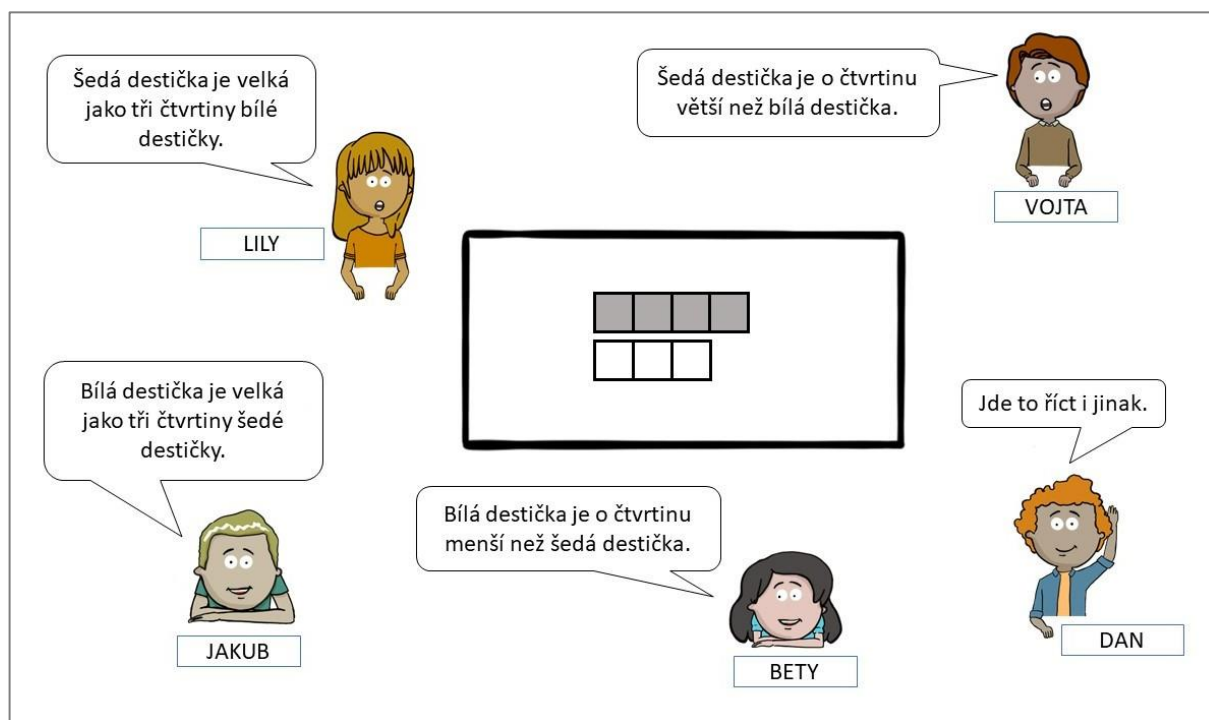
- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)
- Co mohlo být příčinou chyb?
- Jak byste poradili dětem, které udělaly chybu?
- Za jak závažné považujete uvedené chyby?

Umístění viněty

v rámci kurzu:



Porovnávání destiček



Vytvořeno úpravou grafiky v (Samková, 2020: 77); grafické elementy: DIVER

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice*. Praha: JČMF.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Porozumění zlomkům



Viněta pro

Porozumění zlomkům

“Zlevněná pánev”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – Porozumění zlomkům (jako viněta č. 4)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce. Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, k tématu zlomky. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které ve svém zadání obsahují zlomky.

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení), znalostí žákov porozumění (různých správných a chybných žákovských řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha o dvojí slevě dané dvěma různými zlomky
- Úloha s mnoha různými správnými podobami výsledku, různými správnými postupy řešení
- Dvě různé správné podoby výsledku (ve zlomku, v procentech), dva různé správné postupy řešení (odpovídající různému pořadí slev), tři různé způsoby představení řešení (návod, jak postupovat, ale bez výsledku);



konkrétní výsledek bez uvedení postupu;
konkrétní výsledek s uvedeným postupem)

- Jedna obvyklá miskoncepce (nesprávný výsledek)

Grafická podoba:

Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Nově vytvořená.

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.), zlomky (Tichá a Macháčková).

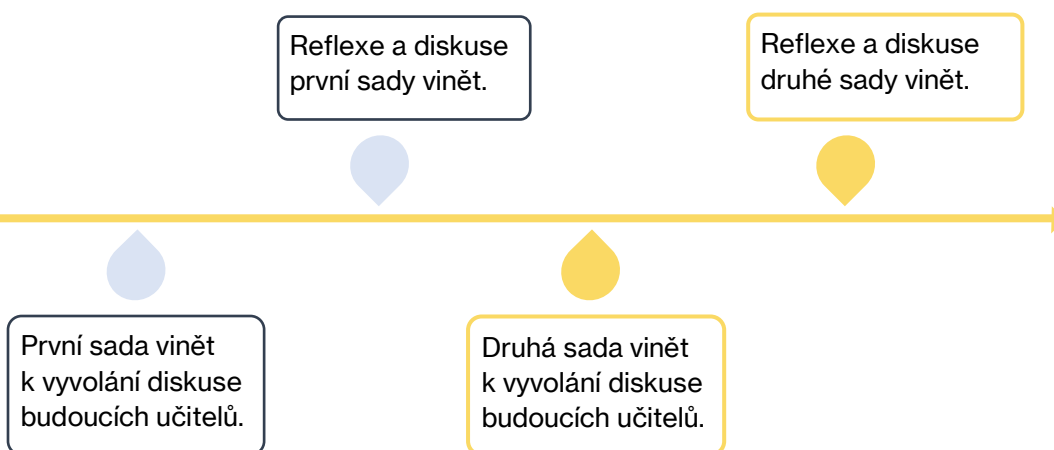
Další komentáře /
doporučení

Sada doprovodných otázek:

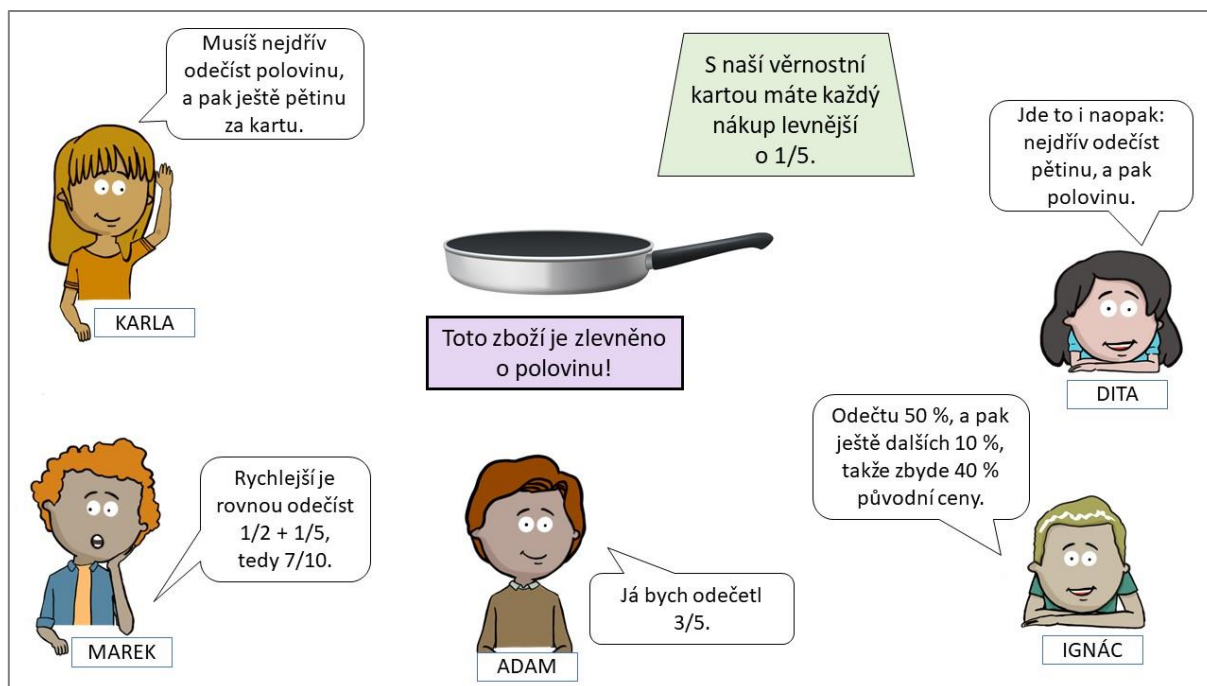
- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)
- Co mohlo být příčinou chyb?
- Jak byste poradili dětem, které udělaly chybu?
- Za jak závažné považujete uvedené chyby?

Umístění viněty

v rámci kurzu:



Zlevněná pánev



Nově vytvořeno; grafické elementy: DIVER, Freepik (2021)

Literatura

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsnér, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice*. Praha: JČMF.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky v oblasti zlomků



Koncept kurzu pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky v oblasti zlomků

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 3. – 6. třída; žáci ve věku 8-12 let. (španělský model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Interpretace míry žákova porozumění (využití hypotetické trajektorie učení – HTU)
- Rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě posouzení žákova porozumění

Jaké jsou **související teorie**?

HTU pro pojem zlomku: učební cíl, úrovně žákova porozumění, příklady úloh, jež žákům pomohou rozvíjet jejich porozumění (Battista, 2012).

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka: 4 výukové jednotky po 2 hodinách (celkem: 8 hodin) Kurz se skládá z teoretického dokumentu (s HTU) a 3 vinět.

Jaký je **formát** kurzu? (organizace výukových jednotek, jejich počet a délka; prezenční/online/hybridní forma)

Jednotka 1 (2 hodiny): Představení teoretického dokumentu (HTU)

Jednotka 2 (2 hodiny): Viněta 1 vztahující se k identifikaci a reprezentaci zlomků

Jednotka 3 (2 hodiny): Viněta 2 vztahující se k porovnávání zlomků

Jednotka 4 (2 hodiny): Viněta 3 vztahující se k hledání celku a identifikaci zlomků

S každou vinětou je nejprve pracováno v malých skupinkách, poté je diskutována v celé skupině.

Co je v nich **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Každá viněta kombinuje text s obrázky a zahrnuje:

- Výukovou situaci: Znázornění interakce mezi učitelkou a žáky, různých žáků řešících úlohy o zlomcích. Každý žák/dvojice žáků reprezentuje různou úroveň porozumění pojmu zlomek.
- Doprovodné otázky, které obrací pozornost budoucích učitelů na míru žákova porozumění.



Budoucí učitelé by k odpovědím na doprovodné otázky měli využít informace z teoretického dokumentu (s HTU k pojmu zlomek).

Pro diskusi nad vinětami by měl být vytvořen prostor pro sociální interakci: může být prezenční nebo online.

Kolik vinět je součástí kurzu?

Sada 3 vinět.

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Sada vinět byla speciálně navržena tak, aby poskytla prostor pro širokou diskusi a podpořila profesní vidění budoucích učitelů.

Existuje doplňující textový materiál pro účastníky kurzu?

Teoretický dokument s HTU k pojmu zlomek, založený na výzkumu (Battista, 2012)

Časová

osa kurzu:

Představení teoretického dokumentu (HTU k pojmu zlomek)

Diskuse Viněty 2: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s porovnáváním zlomků.

Diskuse Viněty 1: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s identifikací zlomků.

Diskuse Viněty 3: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s hledáním celku.

Literatura

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning*. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. *Int J of Sci and Math Educ* 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Dr. Pere Ivars. Univerzita Alicante (Španělsko)
pere.ivars@ua.es

Kurz vytvořili: **Pere Ivars, Ceneida Fernández**
a Salvador Llinares. Univerzita Alicante (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky v oblasti zlomků:

Identifikace zlomku



Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

v oblasti zlomků: Identifikace zlomku

“Viněta č. 1”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 3. – 6. třída; žáci ve věku 8-12 let. (španělský model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky v oblasti zlomků

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Interpretace míry žákova porozumění (využití hypotetické trajektorie učení – HTU)
- Rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě posouzení žákova porozumění

Matematický obsah: Identifikace a reprezentace zlomku (vztah celek-část).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Komiksový pás znázorňující

- Tři dvojice žáků sdělující své řešení úlohy o identifikaci pravého zlomku (čitatel menší než jmenovatel). Každé řešení reprezentuje různý typ žákovského uvažování o zlomcích (různé úrovně porozumění).
- Doprovodné otázky k interpretaci žákova porozumění a k rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě této interpretace.

Jaké jsou **související teorie**?

HTU k pojmu zlomek, založená na výzkumu (Battista, 2012)

Další komentáře / doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, češtině, angličtině, němčině a češtině.

Časová

osa kurzu:

Představení teoretického dokumentu (HTU k pojmu zlomek)

Diskuse Viněty 2: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s porovnáváním zlomků.

Diskuse Viněty 1: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s identifikací zlomků.

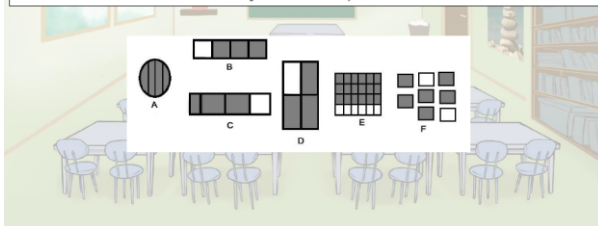
Diskuse Viněty 3: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s hledáním celku.

Viněta č. 1

Júlia je prvostupňová učitelka, učí 3. třídu (děti ve věku 8-9 let). Letos má ve třídě 26 dětí.

Ve svých hodinách často využívá skupinovou práci, snaží se podporovat myšlení svých žáků prostřednictvím diskusí a výměny nápadů objevujících se během řešení zadaných úloh.

První hodina je zaměřena na rozpoznávání obrázků znázorňujících pravé zlomky (zlomky s číslatelem menším než jmenovatel).



Jaká je vaše odpověď, Xavi a Victore?

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Hm, no, my si myslíme, že tři čtvrtiny jsou na obrázcích A, B, C a D.

Xavi, souhlasíš s Victorem?

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Ano, A, B, C a D jsou rozdělené na 4 části a 3 jsou vybarvené.

Všichni souhlasí?

My ne.

Co si myslíte vy, Joane a Terko?

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Podle nás jen B a D jsou tři čtvrtiny, protože jsou rozdělené na 4 stejné části a 3 jsou vybarvené. Obrázky A a C mají 3 části ze 4 vybarvené, ale ty části nejsou stejně velké...

A obrázek E? Co si myslíte o obrázku E?

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Obrázek E nejsou tři čtvrtiny, protože je rozdělený na 24 stejných částí a 18 z nich je vybarvených.

Jasně, to nejsou tři čtvrtiny.

A co F?

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

To není zlomek. Na obrázku F je jen 6 vybarvených čtverečků.

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Souhlasíte s odpověďmi Joana a Terky? Má někdo jinou odpověď? Třeba Carmen a Alba, co vy si myslíte?

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

No ... ano. My souhlasíme s Joanem a Terkou u obrázků A, B, C a D, ale u obrázku E si myslíme něco jiného...



JULIA

PR-1 Rozpoznávání zlomků

- **Q1-** Popište řešenou úlohu (aktivitu) z pohledu učebních cílů: jaké základní matematické znalosti žák potřebuje, aby ji dokázal vyřešit?
- **Q2-** Popište, jak jednotlivé dvojice žáků úlohu řešily, jaké základní matematické znalosti využily a jakým obtížím čelily.
- **Q3-** Na jakou úroveň trajektorie učení byste umístili jednotlivé dvojice žáků? Odůvodněte.
- **Q4-** Vzhledem k úrovni, na kterou jste jednotlivé dvojice žáků umístili, **stanovte učební cíl a navrhněte aktivitu/úlohu** (nebo upravte tu Juliinu) tak, abyste žákům pomohli zlepšit jejich porozumění zlomkům s ohledem na očekávanou trajektorii učení.

Literatura

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and

Technology Education, 14(11), <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>



Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Dr. Pere Ivars. Univerzita Alicante (Španělsko)
pere.ivars@ua.es

Kurz vytvořili: **Pere Ivars, Ceneida Fernández
a Salvador Llinares.** Univerzita Alicante (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky v oblasti zlomků:

Porovnávání zlomků



Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

v oblasti zlomků: Porovnávání zlomků

“Viněta č. 2”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 3. – 6. třída; žáci ve věku 8-12 let. (španělský model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky v oblasti zlomků

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Interpretace míry žákova porozumění (využití hypotetické trajektorie učení – HTU)
- Rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě posouzení žákova porozumění

Matematický obsah: Porovnávání zlomků.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Komiksový pás znázorňující

- Tři dvojice žáků sdělující své řešení úlohy o porovnávání zlomků. Každé řešení reprezentuje různý typ žákovského uvažování o zlomcích (různé úrovně porozumění).
- Doprovodné otázky k interpretaci žákova porozumění a k rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě této interpretace.

Jaké jsou **související teorie**?

HTU k pojmu zlomek, založená na výzkumu (Battista, 2012)

Další komentáře / doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, češtině, angličtině, němčině a češtině.



Časová

osa kurzu:

Představení teoretického dokumentu (HTU k pojmu zlomek)

Diskuse Viněty 2: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s porovnáváním zlomků.

Diskuse Viněty 1: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s identifikací zlomků.

Diskuse Viněty 3: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s hledáním celku.

Viněta č. 2

CONTEXT

Júlia je prvostupňová učitelka, učí 3. třídu (dětí ve věku 8-9 let). Letos má ve třídě 26 dětí.

Ve svých hodinách často využívá skupinovou práci, snaží se podporovat myšlení svých žáků prostřednictvím diskusí a výměny nápadů objevujících se během řešení zadaných úloh.

Druhá hodina je zaměřena na porovnávání zlomků.

Který zlomek je větší: $\frac{4}{5}$ nebo $\frac{3}{4}$? Vysvětli slovy nebo pomocí obrázku.

Tuto úlohu budete řešit ve dvojicích. Můžete používat obrázky, ale musíte vysvětlit, proč je ten vámi vybraný zlomek větší.

Jaká je vaše odpověď, Anno a Ivane?

Který zlomek je větší: $4/5$ nebo $3/4$? Vysvětli slovy nebo pomocí obrázku.

No, my si myslíme, že $4/5$ jsou větší než $3/4$.

Protože jsme si namalovali čtyři pětiny a tři čtvrtiny...

A?

Který zlomek je větší: $4/5$ nebo $3/4$? Vysvětli slovy nebo pomocí obrázku.

Takže je vidět, že $4/5$ jsou větší než $3/4$.

Souhlasíte všichni? ... Vicente a Marto? Co si myslíte vy?

No, my si myslíme to samé, ale děláli jsme to jinak

Který zlomek je větší: $4/5$ nebo $3/4$? Vysvětli slovy nebo pomocí obrázku.

Můžete nám ukázat, jak jste to děláli?

Který zlomek je větší: $4/5$ nebo $3/4$? Vysvětli slovy nebo pomocí obrázku.

Ano, podívejte, my máme $4/5$, které představují čtyři z pěti.

Který zlomek je větší: $4/5$ nebo $3/4$? Vysvětli slovy nebo pomocí obrázku.

A potom máme $3/4$, které představují 3 ze 4.

Takže $4/5$ jsou větší než $3/4$

Dobře... Co si myslí ostatní ve třídě? Řešil to někdo jinak? Může někdo jiný vysvětlit, jiným způsobem, že $4/5$ jsou větší než $3/4$?

Který zlomek je větší: $4/5$ nebo $3/4$? Vysvětli slovy nebo pomocí obrázku.

Ano, samozřejmě... ale my jsme nic nekreslili

Co vy, Louisi a Núrie?

My jsme si řekli, že u $4/5$ zůstává $1/5$ do celku a že u $3/4$ zůstává $1/4$ do celku. Takže... jelikož $1/5$ je menší než $1/4$, tak $4/5$ jsou větší než $3/4$, protože u nich zůstává méně do celku než u $3/4$.

Přesně tak!



JULIA

PR-2 Porovnávání zlomků

- **Q1-** Popište řešenou úlohu (aktivitu) z pohledu učebních cílů: jaké základní matematické znalosti žák potřebuje, aby ji dokázal vyřešit?
- **Q2-** Popište, jak jednotlivé dvojice žáků úlohu řešily, jaké základní matematické znalosti využily a jakým obtížím čelily.
- **Q3-** Na jakou úroveň trajektorie učení byste umístili jednotlivé dvojice žáků? Odůvodněte.
- **Q4-** Vzhledem k úrovni, na kterou jste jednotlivé dvojice žáků umístili, stanovte učební cíl a navrhnete aktivitu/úlohu (nebo upravte tu Juliinu) tak, abyste žákům pomohli zlepšit jejich porozumění zlomkům s ohledem na očekávanou trajektorii učení.

Literatura

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and

Technology Education, 14(11), <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o viněte kontaktujte:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Kurz vytvořili: **Pere Ivars, Ceneida Fernández a Salvador Llinares.** Universidad de Alicante (España)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky v oblasti zlomků:

Hledání celku



Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

v oblasti zlomků: Hledání celku

“Viněta č. 3”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 3. – 6. třída; žáci ve věku 8-12 let. (španělský model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky v oblasti zlomků

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Interpretace míry žákova porozumění (využití hypotetické trajektorie učení – HTU)
- Rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě posouzení žákova porozumění

Matematický obsah: Hledání celku.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Komiksový pás znázorňující

- Tři dvojice žáků sdělující své řešení úlohy o porovnávání zlomků. Každé řešení reprezentuje různý typ žákovského uvažování o zlomcích (různé úrovně porozumění).
- Doprovodné otázky k interpretaci žákova porozumění a k rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě této interpretace.

Jaké jsou **související teorie**?

HTU k pojmu zlomek, založená na výzkumu (Battista, 2012)

Další komentáře / doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, češtině, angličtině, němčině a češtině.

Časová

osa kurzu:

Představení teoretického dokumentu (HTU k pojmu zlomek)

Diskuse Viněty 2: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s porovnáváním zlomků.

Diskuse Viněty 1: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s identifikací zlomků.

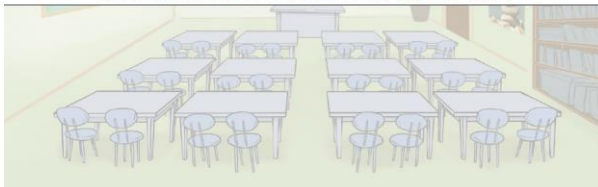
Diskuse Viněty 3: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s hledáním celku.

Viněta č. 3


Júlia je **prvostupňová učitelka**, učí **3. třídu** (děti ve věku **8-9 let**).
Letos má ve třídě 26 dětí.


Třetí hodina je zaměřena na **rozpoznávání obrázků znázorňujících pravé zlomky** a na **hledání celku**.

Po dvou hodinách, ve kterých žáci pracovali ve dvojicích, Júlia chce zjistit **znalosti jednotlivých žáků**, a tak zadala dvě úlohy **k individuální práci**. První úloha vypadá takto:



Které obrázky znázorňují $\frac{3}{8}$?

A)  B)  C)  D) 

E)  F) 

Tuto úlohu budete řešit každý samostatně. Nezapomeňte u každého vybraného obrázku vysvětlit, proč jste ho vybrali.

Davide, představíš nám svou odpověď?

Které obrázky znázorňují $3/8$?

Ano, samozřejmě!
Obrázky, které znázorňují $3/8$, jsou A, B a F, protože na nich jsou vybarvené 3 části z 8.

Hm... Co si myslí ostatní?
Má někdo jinou odpověď?
Třeba Anna...

Které obrázky znázorňují $3/8$?

Ano, já to mám jinak. Já si myslím, že jenom F je pro $3/8$. Na obrázcích A a B není zlomek $3/8$, protože jejich části nejsou stejně velké. Na obrázku C jsou vybarvené 3 tečky a na obrázku E je vybarvených 6 teček. No, a obrázek D znázorňuje zlomek $6/16$.

Které obrázky znázorňují $3/8$?

OK! Děkujeme za představení Tvé odpovědi, Anno. Vyřešil to někdo jinak? Co si myslíš ty, Joane?

OK! Děkuji vám za všechny vaše odpovědi.

Které obrázky znázorňují $3/8$?

No, já myslím, že A a B nemají části stejně velké a neznázorňují $3/8$. Ale C, D, E a F znázorňují $3/8$.

Tento obrázek představuje $5/3$ celku. Najděte celek.

Těď mám pro vás ještě jeden úkol na samostatnou práci. Jako obvykle, nezapomenejte, že úkol máte vyřešit i vysvětlit.

Davide, představíš nám své řešení?

Tento obrázek představuje $5/3$ celku. Najděte celek.

Ano, samozřejmě!
Jedna, dva a tři.
Zde jsou 3 části.

Ok... Davide, děkujeme. Podívejme se, jako to vyřešila Anna. Představíš nám své řešení, Anno?

Tento obrázek představuje $5/3$ celku. Najděte celek.

Ano... já jsem to řešila jinak. Já jsem rozdělila celek na 3 stejně velké části, a potom jsem vzala 5 takových částí.

Děkujeme, Anno. Jak jsi to řešil ty, Joane?

Tento obrázek představuje $5/3$ celku. Najděte celek.

Tedy.. Pokud ten obrázek představuje $5/3$, tak ho nejdřív musím rozdělit na pět stejně velkých částí, které znázorňují těch pět třetin. Pak musím vybarvit 3 tyto části, které znázorňují $3/3$, což je celek.

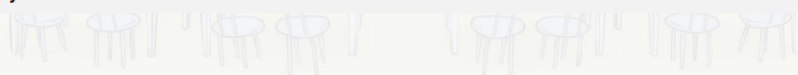
Výborně! Děkujeme... Takže, teď máme 3 různé odpovědi pro každou z úloh ... Pojďme diskutovat o tom, která odpověď by mohla být nejhodnější.



JULIA

PR-3 Rozpoznávání zlomků a Hledání celku

- **Q1-** Popište řešené úlohy (aktivity) z pohledu učebních cílů: jaké základní matematické znalosti žák potřebuje, aby je dokázal vyřešit?
- **Q2-** Popište, jak jednotliví žáci úlohu řešili, jaké základní matematické znalosti využili a jakým obtížím čelili.
- **Q3-** Na jakou úroveň trajektorie učení byste umístili jednotlivé žáky? Odůvodněte.
- **Q4-** Vzhledem k úrovni, na kterou jste jednotlivé žáky umístili, **stanovte učební cíl a navrhňte aktivity/úlohy** (nebo upravte ty Juliiny) tak, abyste žákům pomohli zlepšit jejich porozumění zlomkům s ohledem na očekávanou trajektorii učení.



Literatura

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Kurz vytvořili: **Pere Ivars, Ceneida Fernández a Salvador Llinares.** Universidad de Alicante (España)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky k tématu limita

funkce v bodě



Koncept kurzu pro

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů

matematiky k tématu limita funkce v bodě

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro střední školu (studenti ve věku 16-17 let; španělský model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Identifikace matematických pojmů a způsobů reprezentace spojených s pojmem limita funkce v bodě v různých učebnicích
- Předvídání odpovědí studentů s odlišným chápáním limity funkce v bodě
- Interpretace porozumění studentů
- Rozhodování o dalším průběhu výuky na základě aktuálního porozumění studentů

Jaké jsou **související teorie**?

Matematické pojmy a způsoby reprezentace související s pojmem limita funkce v bodě (dynamická koncepce limity) (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls, & Llinares, 2012).

Hypotetické trajektorie učení (HLT) pojmu limita funkce v bodě (Pons, 2014).

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka: 5 výukových jednotek po 2 hodinách (celkem: 10 hodin)

Kurz je založen na dvou teoretických dokumentech: první s informacemi týkajícími se matematických pojmů a způsobů reprezentace souvisejících s pojmem limita funkce v bodě, druhý s informacemi týkajícími se HLT pojmu limita funkce v bodě (různé úrovně chápání tohoto konceptu ze strany studentů).

Dále se skládá ze 4 vinět: první, kde budoucí učitelé analyzují různé aktivity z učebnic, následuje viněta s předvídáním reakcí studentů s různou úrovní porozumění konceptu, a nakonec dvě viněty, kde musí budoucí učitelé analyzovat reakce studentů, interpretovat jejich porozumění a navrhnout aktivity, které studentům pomohou pokročit v jejich porozumění.



Jaký je **formát** kurzu?
(organizace výukových
jednotek, jejich počet
a délka; prezenční/online
/hybridní forma)

Jednotka 1 (2 hodiny)

Viněta 1 se skládá ze tří aktivit (z učebnic) k pojmu limita funkce v bodě. Budoucí učitelé musí tyto aktivity vyřešit a identifikovat matematické prvky zahrnutého konceptu, stejně jako způsoby reprezentace. K tomu mohou využít první teoretický dokument.

Jednotka 2 (2 hodiny)

Viněta 2 se skládá ze stejných tří aktivit jako viněta 1, nicméně nyní se otázky, na které mají budoucí učitelé odpovědět, soustředí na předvídání odpovědí studentů, aby mohli diskutovat o možných úrovních porozumění konceptu limity funkce v bodě. Mohou k tomu opět využít první teoretický dokument.

Jednotka 3 a 4 (4 hodiny)

Viněta 3 se skládá z odpovědí tří středoškolských studentů na tři aktivity k pojmu limita funkce v bodě. Budoucí učitelé musí identifikovat porozumění studentů a rozhodnout se, jak pokračovat ve výuce, aby studenti postupovali koncepčně. K tomuto účelu mohou využít teoretický dokument s informacemi o HLT pojmu limita funkce v bodě (různé úrovně porozumění pojmu studenty).

Jednotka 5 (2 hodiny)

Viněta 4 (hodnotící viněta) se skládá z odpovědí tří středoškolských studentů na šest aktivit o konceptu limity funkce v bodě. Budoucí učitelé musí identifikovat porozumění studentů a rozhodnout se, jak pokračovat ve výuce, aby studenti postupovali koncepčně. K tomuto účelu mohou opět využít teoretický dokument o HLT.

S každou vinětou se nejprve pracuje v malých skupinkách, poté probíhá diskuze v rámci celé skupiny. S výjimkou viněty 4, která je jakožto hodnotící viněta zpracovávána individuálně.

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Každá viněta kombinuje text s obrázky a zahrnuje:

- Stránky učebnice / situace ve třídě zobrazující aktivity navržené učitelem a odpovědi různých studentů na aktivity. Každý student ukazuje různé charakteristiky porozumění pojmu limita funkce v bodě.
- Doprovodné otázky obracející pozornost budoucích učitelů na dané situace: identifikace matematických prvků zapojených do činností, předvídání odpovědí studentů, analyzování odpovědí studentů za účelem interpretace jejich porozumění a navrhování



činností, které jim pomohou porozumění zlepšit.

Budoucí učitelé využívají informace uvedené v již zmíněných dvou teoretických dokumentech. Pro diskusi nad vinětami by měl být vytvořen prostor pro sociální interakci. Může být prezenční nebo online.

Kolik vinět je součástí kurzu?

Sada 4 vinět. Ke sdílení je k dispozici viněta č. 3.

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Sada vinět je částečně autentická (k vytvoření byly použity skutečné odpovědi studentů) a částečně upravená. Byla speciálně navržena pro podporu diskuze a schopnosti všimnout si.

Existuje doplňující textový materiál pro účastníky kurzu?

Dva teoretické dokumenty:
(i) teoretický dokument s informacemi týkajícími se matematických prvků a způsobů reprezentace zapojených do pojmu limita funkce v bodě (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls a Llinares, 2012)
(ii) teoretický dokument s informacemi týkajícími se HLT pojmu limita funkce v bodě (různé úrovně porozumění tomuto konceptu ze strany studentů) (Pons, 2014).

Další komentáře

Doporučujeme použít podobné Concept Cartoons vztahující se k dalším aspektům dělitelnosti také pro hodnocení profesních kompetencí budoucích učitelů a jejich rozvoje, na konci kurzu a jako způsob hodnocení kurzu. Concept Cartoons mohou být využity při písemných i ústních zkouškách.

Časová

osa kurzu:

Viněta 1. Řešení úloh vztahujících se k limitě funkce v bodě. Identifikace matematických pojmů a reprezentací, které jsou využívány.

Viněta 3. Identifikace aktuálního porozumění studentů, rozhodování o pokračování ve výuce tak, aby se tím podpořil rozvoj konceptuálního porozumění studentů.

Viněta 2. Předvídání studentských odpovědí na různé úlohy o limitě funkce v bodě; úlohy představují různé úrovně porozumění pojmu.

Viněta 4 (Hodnocení). Identifikace aktuálního porozumění studentů, rozhodování o pokračování ve výuce tak, aby se tím podpořil rozvoj konceptuálního porozumění studentů.



Literatura

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 167–192.

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Doctoral Dissertation Thesis. University of Alicante. Spain.

Pons, J., Valls, J., & Llinares, S. (2012). La comprensión de la aproximación a un número en el acceso al significado de límite de una función en un punto. In A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García, & L. Ordóñez (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 435–445). Jaén: SEIEM.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Dr. Ceneida Fernández, ceneida.fernandez@ua.es
Univerzita Alicante (Španělsko)

Kurz vytvořili:

Ceneida Fernández, M. Mar Moreno a Julia Valls
Univerzita Alicante (Španělsko)

Gloria Sánchez-Matamoros
Univerzita Sevilla (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Interpretaci porozumění studentů

a rozhodování o dalším průběhu výuky

na základě jejich porozumění



Viněta pro

Interpretaci porozumění studentů a rozhodování

o dalším průběhu výuky na základě jejich porozumění

“Viněta č. 3”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro střední školu
(studenti ve věku 16-17 let; španělský model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky k tématu limita funkce v bodě (jako viněta č. 3)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Interpretace porozumění studentů
- Rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě porozumění studentů

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Komiksový pás znázorňující

- Odpovědi tří středoškoláků na tři aktivity k pojmu limita funkce v bodě (v různých způsobech zobrazení: analytickém, numerickém a grafickém). Každý student vykazuje jiné charakteristiky (úroveň) chápání pojmu
- Návodné otázky zaměřující pozornost budoucích učitelů na matematické myšlení žáků: identifikace, interpretace a rozhodování.

Jaké jsou **související teorie**?

HLT pojmu limita funkce v bodě (Pons, 2014).

Další komentáře / doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, angličtině, němčině a češtině.



Umístění vinět

v kurzu:

Viněta 1. Řešení úloh vztahujících se k limitě funkce v bodě. Identifikace matematických pojmů a reprezentací, které jsou využívány.

Viněta 3. Identifikace aktuálního porozumění studentů, rozhodování o pokračování ve výuce tak, aby se tím podpořil rozvoj konceptuálního porozumění studentů.

Viněta 2. Předvídání studentských odpovědí na různé úlohy o limitě funkce v bodě; úlohy představují různé úrovně porozumění pojmu.

Viněta 4 (Hodnocení). Identifikace aktuálního porozumění studentů, rozhodování o pokračování ve výuce tak, aby se tím podpořil rozvoj konceptuálního porozumění studentů.

Viněta č. 3

Carlos je středoškolský učitel. Jako třídní cvičení navrhl následující tři aktivity týkající se pojmu limity funkce v bodě. Jsou zobrazena řešení tří studentů ke třem aktivitám.

Dnešní cvičení spočívá v samostatném řešení následujících tří problémů.



1. Problém
Uvažujte funkci:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Určete limitu $f(x)$, když

- x se blíží 1
- x se blíží 2

2. Problém

Uvažujte následující tabulky:

x_i	0,8	0,9	0,99	—	1,2	1,1	1,01
$f(x_i)$	1,64	1,81	1,9201	—	2,44	2,21	2,0201

x_i	0	0,9	0,99	—	1,1	1,01	1,001
$g(x_i)$	0	-0,99	-0,9999	—	2,3	2,03	2,003

a) Ke kterému číslu

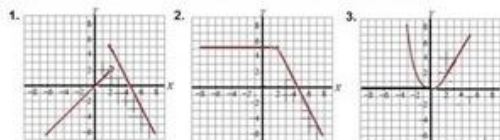
- se x_i a x_j blíží zprava a zleva?
- se hodnoty $f(x_i)$ blíží zprava a zleva?
- se hodnoty $g(x_i)$ blíží zprava a zleva?

b) Ke kterému číslu

- se hodnoty $f(x_i)$ blíží ve vztahu k číslu, ke kterému se blíží x_j ?
- se hodnoty $g(x_i)$ blíží ve vztahu k číslu, ke kterému se blíží x_j ?

3. Problém

Spojte následující grafy s tvrzeními a, b, c. Zdůvodněte svou odpověď



- limita funkce $v x = 2$ je 2
- limita funkce $v x = 2$ je 5
- $v x = 2$ není limita funkce

Přeloženo z: Colera, J., Olivera, M. J., García, R. y Santalla, E. (2008). *Matemáticas I. Bachillerato. Anaya*

José: Řešení 1. problému

1

a) 3. Musíme nahradit 1 v $f(x) = 2x + 1$ protože $x \leq 1$

b) 4. Musíme nahradit 2 v $f(x) = 4$ protože $1 < x \leq 2$

José: Řešení 2. problému

2

a1) $X1$, zleva i zprava, blíží se k 1
 $X2$, zleva i zprava, blíží se k 1

a2) $f(x1)$, zleva i zprava, blíží se ke 2

a3) $g(x2)$, zleva se blíží k -1 a zprava se blíží ke 2.

b1) Když se $x1$ blíží k 1, hodnoty $f(x1)$ se blíží ke 2.

b2) Když se $x2$ blíží k 1, hodnoty $g(x2)$ se blíží zleva k -1 a zprava ke 2.

José: Řešení 3. problému

3

a) Graf 3: Když $x = 2$, $y = 2$

b) Graf 2: Když $x = 2$, $y = 5$

c) Graf 1: Limity se zprava a zleva neshodují

OTÁZKY

- 1: U každé aktivity popište matematické pojmy související s limitou funkce v bodě, které každý student (Sára/Luís/José) použil k jejich řešení, a uveďte, zda měli potíže.
- 2: Je možné z popisů toho, jakým způsobem každý student vyřešil tři aktivity, identifikovat určitou charakteristiku porozumění studenta v oblasti limity funkce v bodě? Zdůvodněte svou odpověď na základě pojmů a způsobů reprezentace, které jsou součástí studentského řešení.
- 3: S ohledem na pochopení limity funkce v bodě u každého studenta navrhnete novou aktivitu, která jejich porozumění zlepší. Odůvodněte svůj návrh.

Literatura

Pons, J. (2014). *Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto*. Doctoral Dissertation Thesis. University of Alicante, Spain.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o viněte kontaktujte:

Dr. Ceneida Fernández
Univerzita Alicante (Španělsko)
ceneida.fernandez@ua.es

Vinětu vytvořili:

Ceneida Fernández, M. Mar Moreno a Julia Valls
Univerzita Alicante (Španělsko)

Gloria Sánchez-Matamoros
Univerzita Sevilla (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj schopnosti všímat si

v geometrii na základní škole



Koncept kurzu pro

Rozvoj schopnosti všímat si

v geometrii na základní škole

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 6. třída; španělský model)

Pozn.: V českém vzdělávacím prostředí kurz vzhledem k rozdílům mezi španělským a českým kurikulem doporučujeme také pro práci s budoucími učiteli matematiky pro druhý stupeň základní školy. Při překladu konceptu kurzu tak byly z názvu i obsahu kurzu odstraněny explicitní odkazy na první stupeň ZŠ.

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Rozvoj schopnosti všímat si didaktických jevů ve výuce geometrie na základní škole, se zaměřením na:

- geometrické uvažování žáků (zájem o něj, jeho interpretace, rozhodování na jeho základě)
- analýzu výukových materiálů a stránek z učebnic (vč. interaktivních)
- analýzu interakcí učitel-žák
- design výukových materiálů (plán výuky), který by podporoval geometrické uvažování žáků

Jaké jsou **související teorie**?

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Jakou má kurz **strukturu**?

Časová dotace: 5 bloků po 2 hodinách (celkem 10 hodin)

Struktura: Teoretický úvod o geometrickém uvažování žáků základní školy (různé úrovně vývoje), typy úloh. Využití vinět jako ilustrací.

Každý blok:

- Analýza viněty (v malých skupinkách). Zaměření na analýzu žakovských odpovědí během aktivit, na analýzu geometrických



aktivit z učebnic, na předpovídání možných žákovských odpovědí, na analýzu interakcí a dialogů ve třídě.

- Budoucí učitelé si zaznamenávají odpovědi svých spolužáků a poskytují jim zpětnou vazbu zaměřenou.
- Společná diskuse.

Závěrečná reflexe jednotlivých úloh s vinětami, zpětná vazba, sebehodnocení.

Jaký je **formát** kurzu?
(organizace výukových jednotek, jejich počet a délka; prezenční/online/hybridní forma)

V nabídce jsou tři různé formáty kurzu:

- Online
- Hybridní
- Prezenční

Jakou podobu (**formu**) viněty mají:

Viněty mohou být textové nebo obrázkové; také video je možné

- **Popis kontextu**
- **Reprezentace školní praxe.** Například
 - Sada žákovských řešení matematického problému
 - Interakce učitele a žáka během řešení problému
 - Rozhovor více učitelů o výukové situaci
 - Příklady aktivit a hodin z učebnic
- **Pobídky** všimnout si relevantních geometrických didaktických jevů

Kolik vinět je součástí kurzu?
Co je v nich **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

5 vinět ke společným rozborům (1 viněta pro každý blok kurzu). Tematické zaměření vinět:

- **č.1** – Geometrické uvažování žáků. Rozpoznávání vlastností geometrických útvarů.
- **č.2** – Stránky z učebnic a didaktické/interaktivní zdroje.
- **č.3A a 3B** – Předvídání možných žákovských odpovědí (inkluzivní vztahy 2D a 3D útvarů), plánování hodiny.
- **č.4** – Interakce ve třídě, rozhovory, jazyk učitele

K dispozici ke sdílení jsou viněty 1, 3A, 3B a 4.

Viněta 2 není volně dostupná z důvodu autorských práv.

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Viněty vycházejí z autentických výukových situací, byly kompletně převzaty, nebo upraveny. Sada vinět byla vytvořena tak, aby poskytovala bohatý kontext vhodný pro zlepšení diskuse a reflexe budoucích



učitelů, s hlavním zaměřením na rozvoj jejich profesního vidění.

Existuje doplňující textový materiál pro účastníky kurzu?

Teoretický dokument s charakteristikami žákovského uvažování v geometrii, možnostmi jeho rozvoje a s příklady konkrétních činností (Battista, 2012).

Časová

osa kurzu:

Související teorie a způsoby zpracování výukových situací prostřednictvím vinět.

Viněta 2:
Stránky z učebnic a didaktické/interaktivní zdroje

Viněta 4:
Interakce ve třídě, rozhovory

Viněta 1:
Geometrické myšlení žáků (Rozpoznávání vlastností 2D a 3D útvarů)

Viněta 3A - 3B:
Předvídání možných žákovských odpovědí (inkluzivní vztahy 2D a 3D útvarů)

Literatura

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Battista, M. (2007) The development of Geometric and Spatial Thinking. In F. Lester (Ed.) Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 843–869). NCTM-IAP.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. Education Studies in Mathematics, 106, 251-270.

Bernabeu, M. & Llinares, S. (2017). How do six to nine years-old children understand geometrical shapes. *Educación Matemática*, 29(2), 9–35.

Bernabeu, M., Llinares, S., & Moreno, M. (2021). Levels of Sophistication in elementary Students' understanding of Polygon concept and Polygons Classess. *Mathematics*, 9, 1966. <https://doi.org/10.3390/math9161966>

Clements, D. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. Lester (ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*; (p. 461-455). Information Age Publishing.

Duval, R. (2017). Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations. Springer.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60–72.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In Nesher & Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge University Press.

Levenson, S., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2011). *Preschool Geometry. Theory, Research and Practical Perspectives*; Sense Publishers.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Dra. Melania Bernabeu. Univerzita Alicante
(Španělsko) Melania.bernabeu@ua.es

Kurz vytvořili: **Melania Bernabeu, Mar Moreno**
a **Salvador Llinares.** Univerzita Alicante (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozpoznávání vlastností 2D útvarů

a uvažování o nich



Viněta pro

Rozpoznávání vlastností 2D útvarů

a uvažování o nich

“Viněta č. 1”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 6. třída; španělský model)

Pozn.: V českém vzdělávacím prostředí kurz vzhledem k rozdílům mezi španělským a českým kurikulem doporučujeme také pro práci s budoucími učiteli matematiky pro druhý stupeň základní školy. Při překladu konceptu kurzu tak byly z názvu i obsahu kurzu odstraněny explicitní odkazy na první stupeň ZŠ.

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu **Rozvoj schopnosti všimnout si v geometrii na základní škole** (viněta č. 1)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj schopnosti všimnout si didaktických jevů ve výuce geometrie na základní škole:

- rozbor toho, jak žáci rozpoznávají vlastnosti 2D útvarů a jak o nich uvažují
- rozpoznávání úrovně žákovského porozumění a jeho interpretace (s využitím teoretických znalostí o vývoji znalostí žáků v geometrii)
- rozhodování o dalším průběhu výuky na základě provedené analýzy žákovského porozumění

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou: Odpovědi žáků

Podoba: text a/nebo komiks, video je také možné

- Úkol: Třídění kartiček s obrázky útvarů; některé zobrazené útvary jsou mnohoúhelníky, některé nejsou.
- Odpověď žáka: Odpověď žáka ukazuje, jak žák rozumí pojmu mnohoúhelník (jestli a jak tento pojem a jeho atributy využije při třídění a jeho odůvodnění).

Průvodní otázky: popis situace, rozpoznávání žákovského porozumění, interpretace



Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Vytvořená na základě autentických odpovědí
španělských žáků prvního stupně ZŠ.

Jak dlouho zabere práce
s vinětou?

Rozbor viněty v malých skupinách – 30 minut
Společná diskuse a reakce na rozборы kolegů – 60
minut. Celkem – 90 minut

Jaké jsou **související
teorie**?

Teorie souvisejícího kurzu

Další komentáře /
doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, angličtině, češtině
a němčině.

Literatura

Literatura souvisejícího kurzu

Časová

osa kurzu:

Související teorie
a způsoby zpracování
výukových situací
prostřednictvím vinět.

Viněta 2:
Stránky z učebnic
a didaktické/ interak-
tivní zdroje

Viněta 4:
Interakce ve třídě,
rozhovory

Viněta 1: Geometrické
myšlení žáků
(Rozpoznávání vlastností
2D a 3D útvarů)

Viněta 3A -3B:
Předvídání možných
žakovských odpovědí
(inkluzivní vztahy 2D a 3D
útvary)

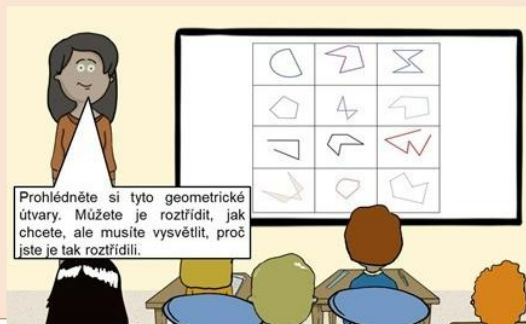
Viněta č. 1

Ana je učitelka ve 2. třídě základní školy.

Cílem její vyučovací hodiny je „roznávání vlastností 2D útvarů a uvažování o nich v souladu s budováním pojmu mnohoúhelník“.

Svým žákům zadala následující úkol.

Pak zkontroluje, jak žáci úkol vyřešili.



Žák 1

Dobře, vysvětlí mi, jak jsi je rozřídila?

Tyto tvary, protože mají některé strany křivé (1).

Tyto, protože jdou přes sebe (2).

Tyto, protože jsou otevřené (3).

A tyto, protože jejich strany jsou rovné a nejsou otevřené, jsou zavřené (4).

Žák 2

Dobře, vysvětlí mi, proč si je takto rozřídil?

Tady jich je šest (1) a tady taky šest (2).

Takže jsi je prostě rozdělil do dvou skupin po šesti.

Ano.



Žák 3

1 2

Vysvětlí mi, proč jsi je rozdělila takto?

Tyto útvary jsou všechny mnohoúhelníky (1) a tyto nejsou (2).

Jsou všechny tyto útvary mnohoúhelníky (1)?

Ano, jsou to rovinné útvary, jejich strany se nekříží a jsou všechny rovné.

OTÁZKY

- **O1-** Popište aktivitu. Jaké geometrické pojmy a procesy jsou v aktivitě zahrnuty?
 - Určete vlastnosti útvarů, které učitelka předložila žákům.
- **O2-** Popište, jak jednotliví žáci řešili úkol. Identifikujte:
 - Jaké využili geometrické pojmy a procesy? S jakými obtížemi se potýkali?
 - Na jakou úroveň geometrického myšlení byste je umístili? Vysvětlíte proč.
- **O3-** Vzhledem k tomu, na kterou úroveň jste umístili jednotlivé žáky, určete učební cíl pro příští vyučovací hodinu a navrhnete aktivitu (nebo upravte tu Aninu) tak, aby žákům pomohla v rozvoji jejich geometrického myšlení.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o viněte kontaktujte:

Dra. Melania Bernabeu. Univerzita Alicante
(Španělsko) Melania.bernabeu@ua.es

Vinětu vytvořili: **Melania Bernabeu, Mar Moreno**
a **Salvador Llinares.** Univerzita Alicante (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Předvídání žakovských odpovědí:

Vymezování geometrických útvarů s ohledem na inkluzivní vztahy.

3A: rovinné geometrické obrazce, 3B: geometrická tělesa



Viněta pro

Předvídání žákovských odpovědí: Vymezování geometrických útvarů s ohledem na inkluzivní vztahy.
3A: rovinné geometrické obrazce, 3B: geometrická tělesa

“Viněta č. 3A, č. 3B”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 6. třída; španělský model)

Pozn.: V českém vzdělávacím prostředí kurz vzhledem k rozdílům mezi španělským a českým kurikulem doporučujeme také pro práci s budoucími učiteli matematiky pro druhý stupeň základní školy. Při překladu konceptu kurzu tak byly z názvu i obsahu kurzu odstraněny explicitní odkazy na první stupeň ZŠ.

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj schopnosti všimát si v geometrii na základní škole (viněta č. 3 – A, B)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj schopnosti všimát si didaktických jevů ve výuce geometrie na základní škole:

- předvídání žákovských odpovědí na různých úrovních porozumění
- rozhodování o dalším průběhu výuky na základě provedené analýzy žákovského porozumění

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou: Odpovědi žáků
Podoba: text a/nebo komiks
Průvodní otázky: popis situace, rozpoznávání žákovského porozumění, interpretace, rozhodování

Jak dlouho zabere práce s vinětou?

Viněta **3A**

- Rozbor viněty v malých skupinách – 30 minut
- Společná diskuse a reakce na rozbor kolegů – 60 minut
- Celkem – 90 minut



Viněta 3B

- Rozbor viněty v malých skupinách – 30 minut
- Společná diskuse a reakce na rozbor kolegů – 60 minut
- Celkem – 90 minut

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Upravená

Jaké jsou **související
teorie**?

Teorie souvisejícího kurzu

Další komentáře /
doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, angličtině, češtině
a němčině.

Literatura

Literatura souvisejícího kurzu

Časová

osa kurzu:

Související teorie
a způsoby zpracování
výukových situací
prostřednictvím vinět.

Viněta 2:
Stránky z učebnic
a didaktické/
interaktivní zdroje

Viněta 4:
Interakce ve třídě,
rozhovory

Viněta 1: Geometrické
myšlení žáků (Rozpoznávání
vlastností 2D a 3D útvarů)

Viněta 3A -3B:
Předvídání možných
žakovských odpovědí
(inkluzivní vztahy 2D a 3D
útvary)

Viněta č. 3A

Hector profesně vzdělává učitele.

Obsahem dnešní hodiny je studium rysů žákovského geometrického myšlení (v kontextu vymezování mnohoúhelníků s ohledem na jejich inkluzivní vztahy).

Cílem hodiny je:

- **Předvídat žákovské odpovědi na různých úrovních rozvoje geometrického porozumění** (konkrétně při vymezování mnohoúhelníků s ohledem na hierarchické vztahy)
- **Tvořit úlohy** vhodné pro žáky základní školy, vztahující se k vymezování mnohoúhelníků s ohledem na inkluzivní hierarchické vztahy.

Hector zadává následující úkoly:

Jak by mohly vypadat správné odpovědi žáků k tomuto úkolu, vztahujícímu se k úrovni 3 rozvoje geometrického myšlení?

Definujte tři mnohoúhelníky uvedené v diagramu vpravo, pokud uvažujeme, že "čtverec je příkladem kosočtverce a kosočtverec je příkladem kosodélníku".

KOSODÉLNÍK
KOSOČTVEREC
ČTVEREC

Definujte tři mnohoúhelníky uvedené v diagramu vpravo, pokud uvažujeme, že "čtverec je příkladem kosočtverce a kosočtverec je příkladem kosodélníku".

KOSODÉLNÍK
KOSOČTVEREC
ČTVEREC

Například...
Karlo, jak jsi odpověděl?

Takže...

Kosodélník je útvar se čtyřmi stranami, které nesvírají pravé úhly, se stejně dlouhými protilehlými stranami a různě dlouhými sousedními stranami.
Kosočtverec je geometrický útvar se čtyřmi stejně dlouhými stranami, které nesvírají pravé úhly.
Čtverec je útvar se čtyřmi stejně dlouhými stranami a čtyřmi pravými úhly.

Definujte tři mnohoúhelníky uvedené v diagramu vpravo, pokud uvažujeme, že "čtverec je příkladem kosočtverce a kosočtverec je příkladem kosodélníku".

KOSODÉLNÍK
KOSOČTVEREC
ČTVEREC

Děkuji, Karlo.
Alice, jaká je Tvá odpověď?

Já myslím, že žáci je budou definovat jinak, řekla bych, že ...
Kosodélník je rovnoběžník s protějšími stejnými stranami a úhly.
Kosočtverec je kosodélník se 4 stejnými stranami.
Čtverec je kosočtverec se 4 pravými úhly.

Definujte tři mnohoúhelníky uvedené v diagramu vpravo, pokud uvažujeme, že "čtverec je příkladem kosočtverce a kosočtverec je příkladem kosodélníku".

KOSODÉLNÍK
KOSOČTVEREC
ČTVEREC

Dobře, Iker, co si myslíš ty?

Žák by řekl, že jsou to všechno čtyřúhelníky, protože mají 4 hrany a 4 vrcholy, ale
kosodélník má stejné protější strany a úhly
kosočtverec má 4 stejné strany a protější stejné úhly jsou různé
čtverec má stejné strany a úhly

OTÁZKY

- **Q1- IDENTIFIKUJTE A INTERPRETUJTE.** Posuďte odpovědi Karly, Alice and Iker.
- Který z budoucích učitelů odpověděl správně? Odůvodněte s ohledem na přesnost definice a na inkluzivní vztahy.
- **Q2- ROZHODNĚTE.** V případech, kdy definice není přesná nebo nereflektuje inkluzivní vztahy správně, navrhněte sérii aktivit, které by žákům pomohly správně pochopit a využívat vlastností mnohoúhelníků při jejich vymezování.

Viněta č. 3B

Hector profesně vzdělává učitele.

Obsahem dnešní hodiny je studium rysů žákovského geometrického myšlení (v kontextu vymezení geometrických těles s ohledem na jejich inkluzivní vztahy).

Cílem hodiny je:

- **Předvídat žákovské odpovědi na různých úrovních rozvoje geometrického porozumění** (konkrétně při vymezení mnohostěnů s ohledem na hierarchické vztahy)
- **Tvořit úlohy** vhodné pro žáky základní školy, vztahující se k vymezení těles s ohledem na inkluzivní hierarchické vztahy.

Hector zadává následující úkoly:

Panel 1: Jak by mohly vypadat správné odpovědi žáků k tomuto úkolu, vztahujícímu se k úrovni 3 rozvoje geometrického myšlení?
Definujte tři tělesa uvedená v diagramu vpravo, pokud uvažujeme, že "krychle je příkladem rovnoběžnostěnu a rovnoběžnostěn je příkladem hranolu".

Panel 2: Karle, jak jsi odpověděl?
Já myslím, že žák by mohl nabídnout následující definice:
Hranol je nepravidelný mnohostěn, který se skládá ze dvou stejných rovnoběžných stěn zvaných podstavy a bočních stěn, které jsou rovnoběžníky.
Rovnoběžnostěn je šestistranný mnohostěn, ve kterém jsou všechny stěny rovnoběžníky a protější stěny jsou stejné a rovnoběžné.
Krychle je druh pravidelného rovnoběžnostěnu. Je to mnohostěn ohraničený šesti shodnými čtvercovými stěnami.

Panel 3: A ty, Fernando, co si myslíš?
No, já myslím, že žák by mohl nabídnout definice ve směru zdoła nahoru.
- **Krychle** je pravidelný hranol se čtvercovými stěnami;
- **Rovnoběžnostěn** je hranol, ve kterém jsou podstavy a boční stěny rovnoběžné
- **Hranol** je mnohostěn se dvěma rovnoběžnými stejnými stěnami, tvořený základnou a bočními stěnami.

Panel 4: A ty, Roso?
Já myslím, že žák by řekl, že
- **krychle** je rovnoběžnostěn, jehož stěny jsou čtverce
- **rovnoběžnostěn** je hranol, jehož stěny jsou rovnoběžníky
- **hranol** je mnohostěn se dvěma rovnoběžnými a stejnými stěnami (základny) a s bočními stranami tvořenými rovnoběžníky.

OTÁZKY

- **Q1- IDENTIFIKUJTE A INTERPRETUJTE.** Posuďte odpovědi Karla, Fernanda and Rosy.
 - Který z budoucích učitelů odpověděl správně? Odůvodněte s ohledem na přesnost definice a na inkluzivní vztahy.
- **Q2- ROZHODNĚTE.** V případech, kdy definice není přesná nebo nereflektuje inkluzivní vztahy správně, navrhněte sérii aktivit, které by žákům pomohly správně pochopit a využívat vlastnosti mnohostěnů při jejich vymezení.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Dra. Melania Bernabeu. Universidad de Alicante (España) Melania.bernabeu@ua.es

Kurz vytvořili: **Melania Bernabeu, Mar Moreno a Salvador Linares.** Universidad de Alicante (España)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Reflexe rozhovorů a interakcí ve třídě

Matematický jazyk učitele



Viněta pro

Reflexe rozhovorů a interakcí ve třídě

Matematický jazyk učitele

“Viněta č. 4”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 6. třída; španělský model)

Pozn.: V českém vzdělávacím prostředí kurz vzhledem k rozdílům mezi španělským a českým kurikulem doporučujeme také pro práci s budoucími učiteli matematiky pro druhý stupeň základní školy. Při překladu konceptu kurzu tak byly z názvu i obsahu kurzu odstraněny explicitní odkazy na první stupeň ZŠ.

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Rozvoj schopnosti všimnout si v geometrii na základní škole (viněta č. 4)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj schopnosti všimnout si matematického jazyka učitele ve výuce geometrie na základní škole: slovník, příklady a vysvětlení.
Rozhodování o dalším průběhu výuky na základě žákovského porozumění.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Co je reprezentováno: Jazyk (budoucího) učitele při výuce

Podoba: text a/nebo komiks

Průvodní otázky: popis situace, interpretace

Jak dlouho zabere práce s vinětou?

Rozbor viněty v malých skupinách – 30 minut
Společná diskuse a reakce na rozbor kolegů – 60 minut.
Celkem – 90 minut

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Upravená



Jaké jsou **související**
teorie?

Teorie souvisejícího kurzu

Další komentáře
/ doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, angličtině, češtině
a němčině.

Literatura

Literatura souvisejícího kurzu

Časová

osa kurzu:

Související teorie
a způsoby zpracování
výukových situací
prostřednictvím vinět.

Viněta 2:

Stránky z učebnic
a didaktické/
interaktivní zdroje

Viněta 4:

Interakce ve třídě,
rozhovory

Viněta 1: Geometrické
myšlení žáků (Rozpoznávání
vlastností 2D a 3D útvarů)

Viněta 3A -3B:

Předvídání možných
žakovských odpovědí
(inkluzivní vztahy 2D a 3D
útvary)

Viněta č. 4

Úkol 1

Mnohoúhelníky **Nejsou mnohoúhelníky**

V této aktivitě musíte klasifikovat a vysvětlit, které obrázky jsou mnohoúhelníky a které nejsou.

Na obrázku 4 jsou strany rovné a je to uzavřené, takže to je mnohoúhelník...

Ne.

Proč?

Protože se strany kříží.

Mnohoúhelníky **Nejsou mnohoúhelníky**

Velmi dobře. Pojďme k obrázku 5... to je velmi zvláštní, to není mnohoúhelník.

Ne.

Ne? Proč?

Protože má rovné strany a je uzavřený.

Mnohoúhelníky **Nejsou mnohoúhelníky**

Aha, takže obrázek 4 je mnohoúhelník?

Ne, protože jeho strany se kříží.

Takže proč je obrázek 5 mnohoúhelník?

Protože je uzavřený, jeho strany se nekříží a jsou rovné.

Úkol 2

Může mi někdo říct, co to je čtyřúhelník?

To jsou obrázky se čtyřmi stranami. Ty strany nejsou křivé, jsou uzavřené a v rovině.

Tedy, jinak lze také říct, že...

Že jsou to mnohoúhelníky se čtyřmi stranami.

Velmi správně, protože mnohoúhelník, co to je?

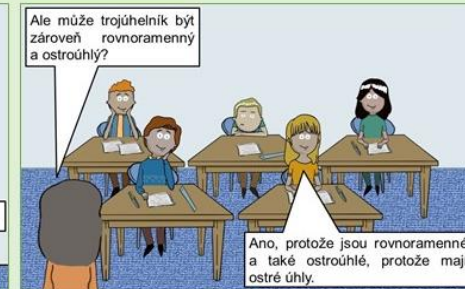
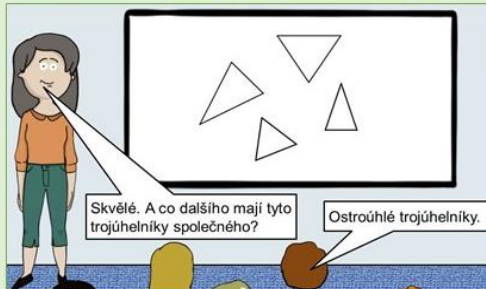
Útvar s rovnými stranami, které se nekříží a jsou uzavřené a v rovině.

Skvělé, takže když to celé vyměníme za slovo mnohoúhelník, tak čtyřúhelník je ...

... mnohoúhelník se čtyřmi stranami.



Úkol 3



OTÁZKY

- C1-** Jaká matematicky relevantní pojmenování, vysvětlení a příklady použila Alicia v jednotlivých situacích?
- C2-** Jaké problémy s učením může pomoci redukovat Alicin přístup k rozhovoru
- (1) z hlediska použitých pojmenování?
 - (2) z hlediska použitých vysvětlení?
 - (3) z hlediska použitých příkladů?
- C3-** Na základě předchozích odpovědí:
- (1) Změnili byste nějaká pojmenování, vysvětlení, příklady použité v jednotlivých situacích?
 - (2) Jak konkrétně byste je změnili? Proč myslíte, že by tyto změny pomohly učení žáků?

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o viněte kontaktujte:

Dra. Melania Bernabeu. Universidad de Alicante
(Espana) Melania.bernabeu@ua.es

Kurz vytvořili: **Melania Bernabeu, Mar Moreno a Salvador Linares.** Universidad de Alicante
(Espana)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů

a jejich schopnosti analyzovat žákovská

řešení nestandardních slovních úloh



Koncept kurzu pro

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti

analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 1. – 4. třída; žáci ve věku 6-10 let. (německý model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh. Hlavně:

- Jak se řešení úloh a problémů vztahuje ke kurikulu?
- Co to je matematické řešení úloh a problémů?
- Jaké jsou charakteristiky problémových úloh?
- Jaké postupy používají žáci na prvním stupni ZŠ?
- S jakými obtížemi se potýkají?
- Jak je možné žáky podpořit?

Jaké jsou **související teorie**?

Matematické řešení úloh a problémů (e.g., Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Bruder & Collet, 2001; van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Liljedahl et al., 2016; Verschaffel et al., 1999)

Jakou má kurz **strukturu**?

Viněty k různým aspektům problematiky se v kurzu využívají jako studijní materiál i jako hodnotící nástroj:

- Na vinětách založený pre-test
- Na vinětách založený studijní materiál
- Na vinětách založený post-test (evaluace kurzu)

Jaký je **formát** kurzu? (organizace výukových jednotek, jejich počet a délka; prezenční/online/hybridní forma)

Délka: 4 týdny (součást vstupního kurzu pro budoucí učitele prvního stupně ZŠ); každý týden tvoří seminář (90 minut) + samostudium

Seminář může být prezenční, nebo on-line



Co je v nich
reprezentováno a v jaké
grafické podobě (video,
text, komiks, kombinace
více forem)?

Reprezentace výukových situací k řešení úloh
a problémů na prvním stupni ZŠ;
Komiksový pás + doprovodné otevřené otázky

Kolik vinět je součástí
kurzu?

16 krátkých vinět pro budování znalostí o různých
strategiích řešení úloh a problémů. 3 komplexnější
viněty pro rozvoj schopnosti analyzovat výukové
situace vztahující se k řešení úloh a problémů. 2 viněty
na evaluaci kurzu

Jsou viněty převzaté,
upravené, autentické, nebo
nově vytvořené?

Jsou založené na literatuře a na autentických
přepisech výuky.

Existuje doplňující textový
materiál pro účastníky
kurzu?

Koncept kurzu a jeho evaluace jsou podrobně popsány
v příspěvku:

Friesen, M. & Knox, A. (accepted). Pre-service
teachers learn to analyse students' problem-solving
strategies with cartoons. CERME12 proceedings.

Časová

osa kurzu:

Viněta s kuličkami:
vliv charakteristiky
úlohy na žákovské
strategie.

**Na vinětách založený post-
test:** znalosti, přesvědčení,
schopnost analyzovat
výukové situace

**Na vinětách založený
pre-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnost
analyzovat výukové
situace

16 krátkých vinět
pro budování
znalostí o různých
strategiích řešení

3 komplexnější viněty
pro rozvoj schopnosti
analyzovat výukové
situace

Literatura

Carlson, M., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 45–75.

Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1992). How to evaluate progress in problem solving. Reston, VA: NCTM.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41, 605–618.

Friesen, M. & Kuntze, S. (2020). The role of professional knowledge for teachers' analysing of classroom situations regarding the use of multiple representations. *Research in Mathematics Education* 22(2), 117–134.

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen [Learning to solve problems]. *GS Mathematik* 50, 32–35.

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). Problem solving in mathematics education. Cham: Springer.

Rasch, R. (2016). Textaufgaben für Grundschul Kinder zum Denken und Knobeln [Word problems for primary school children. Solve mathematical problems - develop strategies.] Seelze: Klett.

Schoenfeld, A. H. (1983). The wild, wild, wild, wild, wild world of problem solving: A review of sorts. *For the Learning of Mathematics*, 3, 40–47.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. *Math. Thinking & Learning*, 1(3), 195–229.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

- **Marita Friesen**, friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Získání názorů budoucích učitelů

na používání nestandardních slovních

úloh ve výuce matematiky



Viněta pro

Získání názorů budoucích učitelů na používání

nestandardních slovních úloh ve výuce matematiky

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 1. – 4. třída; žáci ve věku 6-10 let. (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu **Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh**

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Viněta se používá jako počáteční aktivita na samém začátku kurzu, aby vyvolala názory účastníků kurzu na používání nestandardních slovních úloh v hodině matematiky.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

- Zviditelnit a zpřístupnit názory, aby bylo možné na nich stavět během kurzu.
- Upozornit účastníky na fakt, že jejich názor (přesvědčení) může ovlivňovat to, jak jednají a rozhodují se při výuce matematiky.
- Představit typické a také protichůdné názory učitelů matematiky na používání nestandardních slovních úloh (na základě literatury)
- Usnadnit diskusi o typických názorech, které představují výzvy při práci s nestandardními slovními úlohami ve třídě.
- Překonat omezené/nevyvážené názory související s používáním nestandardních slovních úloh.
- Podporovat a připravovat používání nestandardních problémů jako základní součásti výuky a studia matematiky ve vlastní výuce budoucích učitelů.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Sedm kreslených postaviček (studentských učitelů) představujících různá (typická) přesvědčení učitelů o používání dané nestandardní slovní úlohy ve třídě.



Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Názory uvedené v sedmi jednotlivých bublinách jsou
odvozeny z literatury (Anderson, 2004).

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Ne: viněta se používá jako výchozí aktivita na samém
začátku kurzu.

Jaké jsou **související
teorie?**

Vazby mezi používáním přístupů k řešení problémů ve
výuce matematiky na základní škole a názorem
učitelů na roli řešení problémů ve výuce matematiky
(e.g., Anderson, 2004; Thompson, 1992; Schoenfeld,
1999; Raymond, 1997)

Další komentáře

Vinětu včetně dotazníku je možné zadat online.

Časová

osa kurzu:

Viněta s kuličkami:
vliv charakteristiky
úlohy na žákovské
strategie.

**Na vinětách založený
post-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnost
analyzovat výukové situace

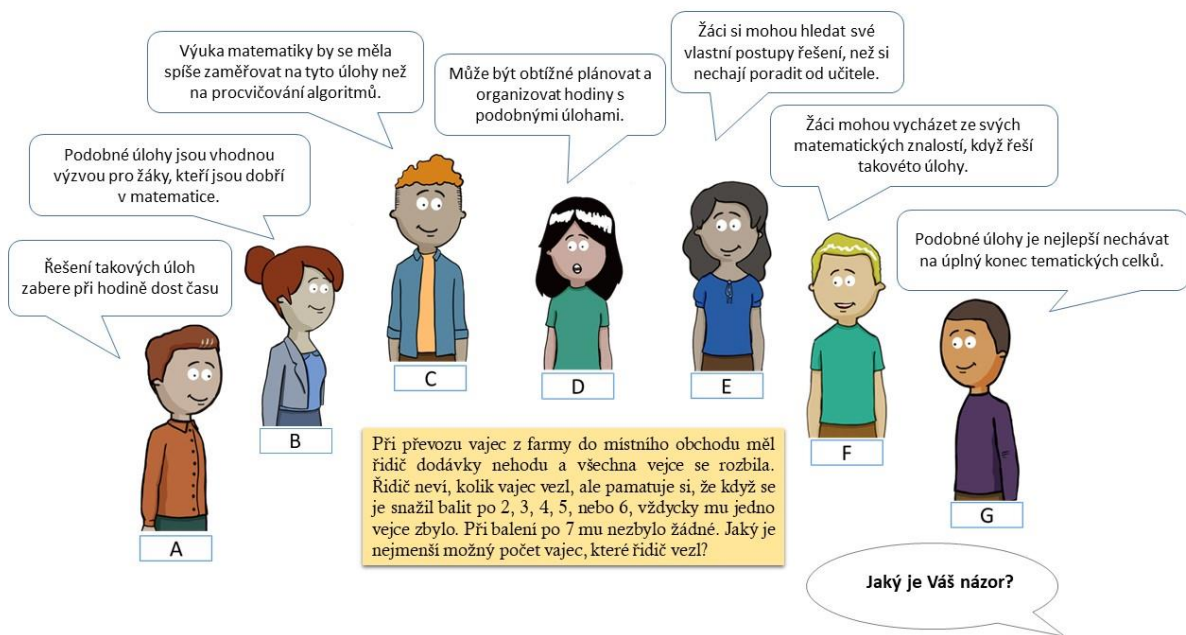
**Na vinětách založený
pre-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnost
analyzovat výukové situ-
ace

16 krátkých vinět
pro budování
znalostí o různých
strategiích řešení

3 komplexnější viněty
pro rozvoj schopnosti
analyzovat výukové
situace

Viněta včetně dotazníku:

Nyní se prosím podívejte na komiks, který představuje komentáře k řešení podobných problémů od několika vašich kolegů. Uvedte, prosím, **do jaké míry** souhlasíte nebo nesouhlasíte s každým z jejich komentářů, a poskytněte **vysvětlení svého rozhodnutí**. Poté prosím napište **komentář** na základě vašeho přesvědčení o účelu začleňování podobných úloh a problémů do výuky.



Bublina (A-G)	Silně nesouhlasím Nesouhlasím Částečně souhlasím/nesouhlasím m Souhlasím					Poskytněte prosím ke každému názoru v bublině vysvětlení založené na Vašem přesvědčení. <i>Pro vysvětlení využijte tolik místa, kolik potřebujete.</i>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	



E	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
F	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
G	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
		<i>Okomentujte prosím Váš názor na zařazování nestandardních úloh a problémů do výuky. Využijte tolik místa, kolik potřebujete.</i>

Literatura

Anderson, J., Sullivan, P., White, P. (2004). The Influence Of Perceived Constraints On Teachers' Problem-Solving Beliefs and Practices. Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010.

Schoenfeld, A.H. (1999). Models of the teaching process. Journal of Mathematical Behaviour, 18(3), 243-261.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws

(Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 127-146). New York.

Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. Journal for Research in Mathematics Education, 28(5), 550-76.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Marita Friesen & Karen Skilling:

- friesen@ph-heidelberg.de
- karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozvíjení znalostí budoucích učitelů

souvisejících se strategiemi žáků základních

škol při řešení slovních úloh



Viněta pro

Rozvíjení znalostí budoucích učitelů souvisejících se

strategiemi žáků základních škol při řešení slovních úloh

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 1. – 4. třída; žáci ve věku 6-10 let. (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu **Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh** (jako viněta č. 2)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Viněta se používá jako učební materiál k ilustraci zpětného procházení úlohou jako typické strategie řešení problémů.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvíjet odborné znalosti o různých strategiích řešení matematických problémů, které se již týkají dětí na základní škole

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Velmi krátký scénář ve třídě s učitelem (stanovení úkolu) a studentem (řešení úkolu pomocí konkrétní strategie).

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Situace znázorněná na vinětě je sepsána na základě literatury (strategie řešení problémů používané dětmi základních škol; Häring, 2016).

Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Ano, protože tato viněta je součástí konceptu kurzu "Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh", jsou v kurzu související články z časopisů a kapitoly z učebnic.

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení matematických úloh na základní úrovni: Nestandardní slovní úlohy a jaké strategie používají žáci na prvním stupni ZŠ k jejich řešení (Häring, 2016)



Další komentáře

V průběhu kurzu bylo 16 takových krátkých vinět využito k ilustraci různých strategií řešení problémů, které řeší žáci na základní škole (např. sestavení tabulky, nakreslení obrázku nebo hledání vzoru atd.)

Časová

osa kurzu:



Literatura

Anderson, J., Sullivan, P., White, P. (2004). The Influence Of Perceived Constraints On Teachers' Problem-Solving Beliefs and Practices. *Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010*.

Schoenfeld, A.H. (1999). Models of the teaching process. *Journal of Mathematical Behaviour*, 18(3), 243-261.

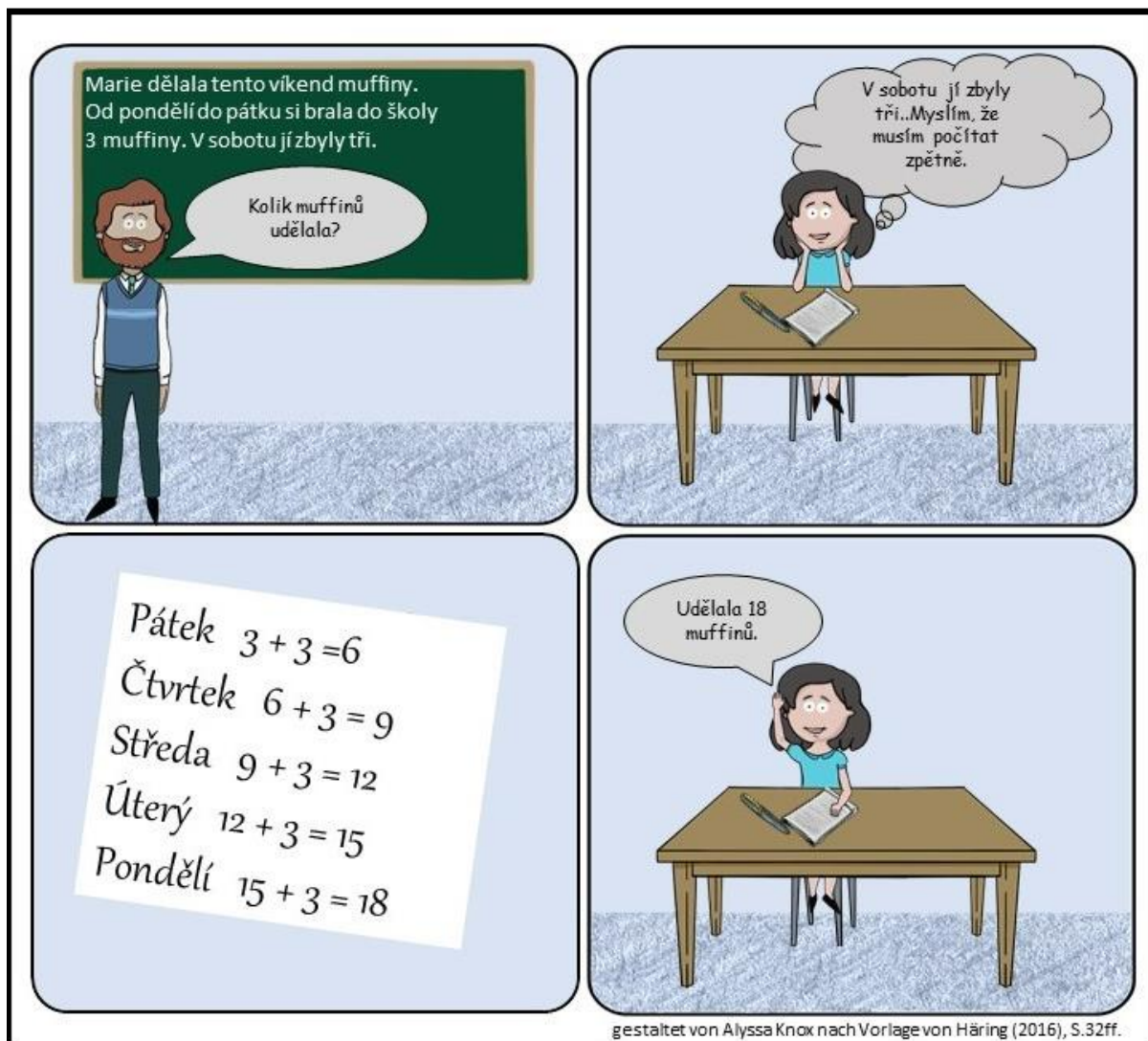
Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York.

Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 550-76.



Viněta včetně otázek (jak se používá v kurzu)

- Popište prosím: Co zahrnuje strategie zpětného procházení úlohou a jak dívka řeší úkol pomocí této strategie?
- Jaké charakteristiky úlohy činí použití této strategie vhodným a efektivním?
- Existuje nějaká jiná strategie řešení problémů, která by zde byla vhodná a proč?



Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Marita Friesen & Karen Skilling:

- friesen@ph-heidelberg.de
- karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Hodnocení budoucích učitelů,

jejich znalostí, schopnosti analyzovat

žakovská řešení slovních úloh



Viněta pro

Hodnocení budoucích učitelů, jejich znalostí,

schopnosti analyzovat žákovská řešení slovních úloh

“Viněta s kuličkami”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 1. – 4. třída; žáci ve věku 6-10 let. (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Viněta je využívána pro evaluaci v průběhu kurzu, a také jako výchozí bod pro diskusi o různých přístupech k obtížím s porozuměním, se kterými se mohou žáci setkat při řešení úloh a problémů.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

- Revize znalostí o možných žákovských obtížích při řešení nestandardních úloh a problémů, typická charakteristika nestandardních úloh
- Diskuse různých přístupů, jak podporovat žáky při řešení slovních úloh
- Rozvoj schopnosti analyzovat výukové situace při řešení úloh a problémů (analyzovat žákovská řešení, možné zdroje neporozumění a chyb apod.)
- Rozvoj a reflexe různých přístupů k rozhodování ve specifických výukových situacích, podpora žáků prvního stupně základní školy směřující k využívání různých strategií řešení

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Krátký záznam výukové situace se dvěma žáky a učitelkou; žáci si nedokáží poradit s danou slovní úlohou; budoucí učitelé jsou požádáni, aby převzali roli učitele a pokračovali v situaci, aby uvedli důvody pro jejich přístup.



Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Situace je vytvořená na základě literatury (úloha
a možné žákovské obtíže) (Stern, 1998; Hasemann &
Gasteiger, 2020).

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Ano, jelikož viněta je součástí kurzu

Jaké jsou **související
teorie**?

Matematické řešení úloh a problémů na prvním stupni
základní školy:
Nestandardní slovní úlohy; charakteristiky úloh, jež
způsobí, že jednoduše vypadající úloha je ve
skutečnosti obtížná na vyřešení (Stern, 1998; Hase-
mann & Gasteiger, 2020)

Časová

osa kurzu:

Viněta s kuličkami:
vliv charakteristiky
úlohy na žákovské
strategie.





**Na vinětách založený
post-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnost
analyzovat výukové situace

**Na vinětách založený
pre-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnost
analyzovat výukové situ-
ace

16 krátkých vinět
pro budování
znalostí o různých
strategiích řešení

3 komplexnější viněty
pro rozvoj schopnosti
analyzovat výukové
situace

Viněta s kuličkami

<p>1</p>  <p>Můžete prosím zkontrolovat naše řešení?</p>	<p>2</p>  <p>Marie má 9 kuliček. Má o 4 kuličky <u>více</u> než Nick. Kolik kuliček má Nick?</p> $9 + 4 = 13$
<p>3</p>  <p>No, měli byste se znovu podívat na zadání a přečíst si ho opravdu pečlivě...</p>	<p>4</p>  <p>Ale my jsme to četli pečlivě a podtrhli jsme si všechna důležitá matematická slova...</p> <p>Takže naše řešení není správné?</p>
<p>Jak byste postupovali dál a proč?</p> <ul style="list-style-type: none">• Převezměte roli učitele a napište, jak by měl rozhovor dále pokračovat, abyste ukázali, jak je v dané situaci možné podpořit žáky při řešení úlohy.• Svá rozhodnutí podrobně vysvětlete.	

Literatura

Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2020). Anfangsunterricht Mathematik. Berlin: Springer.

Stern, E. (1998). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Lengerich: Pabst Publisher.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

- **Marita Friesen**, friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Hodnocení analýzy a rozhodování budoucích

učitelů souvisejících s řešením nestandardních

problémů žáky základní školy



Viněta pro

Hodnocení analýzy a rozhodování budoucích učitelů souvisejících

s řešením nestandardních problémů žáky základní školy

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 1. – 4. třída; žáci ve věku 6-10 let. (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Viněta se používá jako závěrečný test pro hodnocení vlivu kurzu na jeho účastníky. Konkrétně sleduje změny v názorech a znalostech o strategiích řešení nestandardních problémů žáky základní školy, o důvodech žákovských obtíží, o možnostech podpořit učení žáků.

Během kurzu byly použity dvě podobné komplexní viněty jako výchozí bod pro diskuse o různých strategiích řešení používaných žáky, o možných obtížích a různých přístupech k podpoře žákovského porozumění.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Zhodnotit analýzu a rozhodování budoucích učitelů ohledně řešení nestandardních slovních úloh žáky základních škol na konci kurzu.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Komiksový scénář třídy s jedním studentem a učitelem: žák má potíže s danou slovní úlohou, učitel se snaží pomoci; učitelé přípravného vzdělávání jsou požádáni, aby analyzovali potíže a učitelem poskytnutou podporu; jsou požádáni o možné alternativní způsoby jednání, které by žákovi usnadnily řešení nestandardní slovní úlohy samostatně.

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Situace znázorněná na vinětě je napsána na základě literatury (Rasch, 2016: přepis autentické interakce mezi studentem a učitelem včetně dialogů, materiálů a poznámek studentů).



Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Ano, protože tato viněta je součástí konceptu kurzu "Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh", jsou v kurzu související články z časopisů a kapitoly z učebnic.

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení matematických úloh na základní úrovni: Řešení nestandardních úloh a s tím související interakce mezi studentem a učitelem, potíže studenta a podpora poskytnutá učitelem (Rasch, 2016)

Časová

osa kurzu:

Viněta s kuličkami:
vliv charakteristiky úlohy na žákovské strategie.

Na vinětách založený post-test: znalosti, přesvědčení, schopnost analyzovat výukové situace

Na vinětách založený pre-test: znalosti, přesvědčení, schopnost analyzovat výukové situace

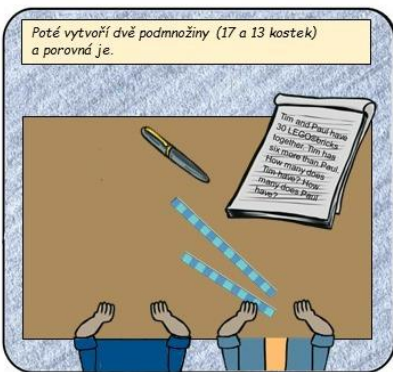
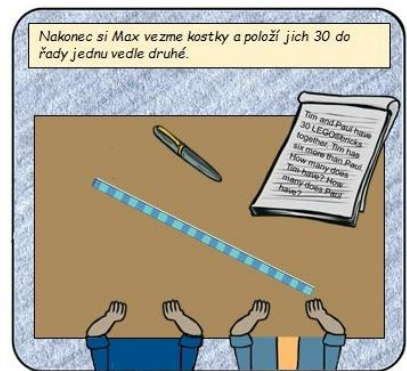
16 krátkých vinět pro budování znalostí o různých strategiích řešení

3 komplexnější viněty pro rozvoj schopnosti analyzovat výukové situace

Viněta včetně otázek (jak se používá na konci kurzu)

V následující situaci ze druhé třídy hledá Max řešení slovní úlohy a paní učitelka se mu snaží pomáhat. Pročtěte si pozorně celý komiks a odpovězte na následující otázky:

- Jaké strategie řešení úloh Max používá?
- Jaké jiné strategie by mohl použít?
- Jak učitelka Maxe podporuje?
- Z perspektivy učitele: Jak byste sami reagovali? Proč?
- Sestavte svůj komiks, ve kterém situaci zakončíte alternativním způsobem





designed by Alyssa Knox based on Rasch, 2016, p. 18ff; cartoon characters drawn by Michael Weninger

Literatura

Rasch, R. (2016). Textaufgaben für Grundschul Kinder zum Denken und Knobeln [Word problems for primary school children. Solve mathematical problems - develop strategies.] Klett.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

- **Marita Friesen**, friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj znalostí obsahu a argumentace

v aritmetice u budoucích učitelů:

téma Dělitelnost



Koncept kurzu pro

Rozvoj znalostí obsahu a argumentace v aritmetice

u budoucích učitelů: téma Dělitelnost

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 4. třída)
- druhý stupeň základní školy (5. až 8. třída)

(německý model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

- Aktivace a hodnocení matematických znalostí obsahu (předchozích znalostí ze střední školy)
- Rozvoj znalostí obsahu v aritmetice (úvod do teorie čísel) u budoucích učitelů (zde: zaměření na téma dělitelnosti) => rozvoj znalostí obsahu vztahujících se k tématům kurikula základní školy jako podklad pro výuku matematiky na základní škole
- Seznámení se s typickými chybami a mylnými představami a přemýšlení o nich v kontextu vlastní profesní přípravy
- Zlepšení kvality obsahově zaměřené argumentace s vrstevníky

Concept Cartoons jsou využity jako studijní materiál a jako nástroj pro formativní hodnocení během kurzu.

Jaké jsou **související teorie**?

Rozvoj znalostí obsahu vztahujících se k tématům kurikula (např. Dreher a kol., 2018).

Práce s chybou / učení se z chyb ve výuce matematiky (např. Heinze, 2005).

Argumentace ve výuce matematiky (např. Sriraman & Umland, 2014).

Concept Cartoons jako vzdělávací pomůcka ve vzdělávání budoucích učitelů (např. Samková, 2021)

Jakou má kurz **strukturu** a **formát**?

- Délka kurzu: jeden semestr (12-14 týdnů, jedno setkání týdně, 90 minut online nebo prezenčně)
- Týdenní lekce jsou doplněny samostatným studiem materiálů, které mj. obsahují úkoly k odevzdání do dalšího týdne a jsou



známkovány vyučujícím kurzu (např. odpovídat na otázky vztahující se k vinětám ve formě Concept Cartoons, předvést důkaz zadaného tvrzení různými důkazovými technikami).

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Skupina budoucích učitelů, každý z nich reagující na matematické tvrzení, úkol, nebo otázku (např. **Je číslo 1764 dělitelné 18?**)

Výběr typických správných, nesprávných, správně odůvodněných, nesprávně odůvodněných, nejasných nebo nekompletních reakcí umístěných v bublinách u komiksových postav.

Kolik vinět je součástí kurzu?

3 obrázky Concept Cartoons na různá témata vztahující se ke znalostem o dělitelnosti:

- **Je číslo 1764 dělitelné 18?**
- **Je poslední číslice daného čísla 0? (Číslo je vyjádřeno kanonickým rozkladem.)**
- **Kolik dvojciferných čísel má přesně pět dělitelů?**

Jsou viněty převzaté,
upravené, autentické, nebo
nově vytvořené?

Concept Cartoons byly vytvořeny hlavně na základě literatury a částečně převzaté z vlastních zkušeností z výuky. Každý z nich představuje typické správné, nesprávné, správně odůvodněné, nesprávně odůvodněné, nejasné nebo nekompletní odpovědi budoucích učitelů v oblasti aritmetiky a základů teorie čísel.

Další komentáře

Doporučujeme použít podobné Concept Cartoons vztahující se k dalším aspektům dělitelnosti také pro hodnocení profesních kompetencí budoucích učitelů a jejich rozvoje, na konci kurzu a jako způsob hodnocení kurzu. Concept Cartoons mohou být využity při písemných i ústních zkouškách.



Časová

osa kurzu:

Dělitelnost: první téma v kurzu aritmetiky, **1.-3. týden**

Ostatní témata kurzu, **4.-12. týden**

2. týden:
Concept Cartoon (2);
domácí úkol / formativní
hodnocení

3. týden:
Concept Cartoon (3);
domácí úkol / formativní
hodnocení

1. týden:
Concept Cartoon (1);
seznámení se s Concept
Cartoons, revize znalostí
ze střední školy

Písemný test
(může obsahovat Concept
Cartoons)

Literatura

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I. [Arithmetic and number theory for primary and lower secondary schools]. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? JMD 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (accepted). “Helping learners” – Pre-service Mathematics teachers’ conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Research Report submitted for Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. [Basic number theory]. Springer.

Samková, L. (2022). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. In Proceedings of the Twelfth Congress of the European

Society for Research in Mathematics Education (CERME12). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03744863>

Samková, L. & Friesen, M. (2022). Concept Cartoons in a mathematics content course: future teachers' reflections. In Proceedings of the 19th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2022 (107-114). Praha: Czech University of Life Sciences. <https://erie.pef.czu.cz/en/r-18415-proceedings-2022/proceedings-2022.html>

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Prof. Dr. Marita Friesen
friesen@ph-heidelberg.de

Dr. Ralf Erens
ralf.eren@ph-freiburg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozvoj znalostí obsahu a argumentace

v aritmetice u budoucích učitelů:

téma Dělitelnost



Viněta pro

Rozvoj znalostí obsahu a argumentace v aritmetice

u budoucích učitelů: téma Dělitelnost

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 4. třída)
- druhý stupeň základní školy (5. až 8. třída)

(německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu:

Rozvoj znalostí obsahu a argumentace v aritmetice u budoucích učitelů: téma Dělitelnost

Pozn.: V tomto souboru je představena sada tří vinět, přičemž třetí viněta má dvě možné verze různé obtížnosti.

V jakém **kontextu** jsou viněty využívány?

Viněty jsou využívány jako příležitost k učení a pro formativní hodnocení; pro posouzení znalostí a průběhu učení u budoucích učitelů ve vztahu k tématu dělitelnosti, podtématu kurzu aritmetiky (základů teorie čísel).

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

- Na začátku kurzu: zopakovat znalosti o dělitelnosti ze střední školy => získat vhled to znalostí budoucích učitelů, na kterých bude možné v univerzitním kurzu stavět
- Ohodnotit, co se budoucí učitelé během kurzu na téma dělitelnosti naučili (formativní hodnocení)
- Seznámit se s typickými chybami a miskoncepce a přemýšlet o nich v kontextu vlastní profesní přípravy
- Posílit kvalitu obsahově zaměřené argumentace

Reflektovat své učení se za pomoci obrázků Concept Cartoons

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

- Skupina budoucích učitelů matematiky, každý z nich reagující na matematické tvrzení, úlohu nebo otázku (např. **Je číslo 1764 dělitelné 18?**)

- Výběr typických správných, nesprávných, správně odůvodněných, nesprávně odůvodněných, nejasných nebo nekompletních reakcí umístěných v bublinách **u jednotlivých komiksových postav**.
- Čtyři otevřené návodné otázky směřující budoucí učitele k analýze a reflexi

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Concept Cartoons byly vytvořeny hlavně na základě literatury a částečně převzaté z vlastních zkušeností z výuky. Každý z nich představuje typické správné, nesprávné, správně odůvodněné, nesprávně odůvodněné, nejasné nebo nekompletní odpovědi budoucích učitelů v oblasti aritmetiky a základů teorie čísel.

Jaké jsou **související teorie**?

- **Rozvoj znalostí obsahu** vztahujících se tématům kurikula (např. Dreher a kol., 2018)
- **Práce s chybou / učení se z chyb** ve výuce matematiky (např. Heinze, 2005)
- **Argumentace** ve výuce matematiky (např. Sriraman & Umland, 2014)
- **Concept Cartoons** jako vzdělávací pomůcka ve vzdělávání budoucích učitelů (např. Samková, 2021)

Další komentáře / doporučení

Pro práci s vinětami jsou nejvhodnější malé skupiny, které dokáží (1) podpořit diskusi o různých přístupech reprezentovaných postavkami komiksu a (2) zlepšit argumentaci během této diskuse.

Ukázky odpovědí budoucích učitelů na otázky k úlohám Concept Cartoons z tohoto kurzu a jejich analýzu naleznete zde:

Samková, L. (2022). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. In Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03744863>

Samková, L. & Friesen, M. (2022). Concept Cartoons in a mathematics content course: future teachers' reflections. In Proceedings of the 19th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2022 (107-114). Praha: Czech University of Life Sciences. <https://erie.pef.czu.cz/en/r-18415-proceedings-2022/proceedings-2022.html>



Umístění vinět

v kurzu:

Dělitelnost: první téma v kurzu aritmetiky, **1.-3. týden**

Ostatní témata kurzu, **4.-12. týden**

2. týden:
Concept Cartoon (2);
domácí úkol / formativní
hodnocení

3. týden:
Concept Cartoon (3);
domácí úkol / formativní
hodnocení

1. týden:
Concept Cartoon (1);
seznámení se s Concept
Cartoons, revize znalostí
ze střední školy

Písemný test
(může obsahovat Concept
Cartoons)



Concept Cartoon 1

Toto číslo je dělitelné 18, protože jeho ciferný součet je dělitelný 18.

Protože $18 = 3 \cdot 6$, tak stačí zkontrolovat, jestli je dělitelné 3 a 6.

To ne, 3 a 6 nestačí. Musíš zkontrolovat dělitelnost 9 a 2.

Toto číslo je $1800 - 36$, to je určitě dělitelné 18.

ADÉLA

BEN

CILKA

DAVID

Je číslo 1764 dělitelné 18?

?

Concept Cartoon 2

Víme, že 2 je dělitel, tak poslední číslice musí být sudá.

Je to pravda!
 $2 \times 3 \times 5 \times 11 = 330$

Můžeme číslo zadat do kalkulačky a podívat se, jaká je poslední číslice.

Toto číslo je dělitelné 5, takže poslední číslice je 0 nebo 5.

Anna

Daniel

Carla

Hugo

$2^{56} \cdot 3^{33} \cdot 5^{46} \cdot 11^{13}$

Poslední číslice tohoto čísla je 0.

?



Concept Cartoon 3

Můžeme použít kanonický rozklad, abychom to zjistili.

Já myslím, že 16 je příklad, od kterého můžeme začít.

Každé číslo, které je čtvrtou mocninou, má přesně 5 dělitelů.

Já myslím, že to platí jen pro jednociferná čísla: dvouciferná často mají více dělitelů.

5 je prvočíslo, což znamená, že musíme zkontrolovat jen všechna dvouciferná čísla menší než 5^2 .

Kolik dvouciferných čísel má přesně pět dělitelů?

???

TIM, ANNA, AMER, DARIA, JONA

Concept Cartoon 3 – Obměna

Měli bychom zkontrolovat všechna čísla menší než 5^2 , protože 5 je prvočíslo.

Stačí vzít libovolné prvočíslo p , potom $n = p^4$ má přesně 5 dělitelů.

Jenom 1-ciferná čísla mohou mít tuto vlastnost, protože vícciferná mají příliš mnoho dělitelů.

Pokud číslo n má více než dvě prvočísla v rozkladu, tak to není možné. Pro dvě prvočísla je třeba ověřit $n = p^n \cdot q^m$ pro $n=1$ a $m \leq 2$.

Která přirozená čísla mají přesně pět dělitelů?

??

TIM, ANNA, AMER, DARIA, JONA

Doprovodné otázky (pro každý z obrázků 1-3):

Na obrázku vidíte skupinu budoucích učitelů, kteří diskutují o úloze ve žlutém rámečku. Přečtěte si jejich komentáře uvedené v bublinách a odpovězte na následující otázky:

- Jaké myšlenky mohou být za komentáři jednotlivých učitelů?
- Jak jim můžete pomoci (1) opravit jejich komentáře (2) zlepšit jejich argumentaci?
- Do prázdné bubliny napište SVŮJ vlastní komentář.
- Co myslíte: Jak Vám může práce s obrázky Concept Cartoons pomoci při učení se o dělitelnosti čísel?

Literatura

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I. [Arithmetic and number theory for primary and lower secondary schools]. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? JMD 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (accepted). “Helping learners” – Pre-service Mathematics teachers’ conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Research Report submitted for Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. [Basic number theory]. Springer.

Samková, L. (2022). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. In Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03744863>

Samková, L. & Friesen, M. (2022). Concept Cartoons in a mathematics content course: future teachers' reflections. In Proceedings of the 19th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2022 (107-114). Praha: Czech University of Life Sciences. <https://erie.pef.czu.cz/en/r-18415-proceedings-2022/proceedings-2022.html>

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o viněťách kontaktujte:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de

Ralf Erens

ralf.eren@ph-freiburg.de

Libuse Samkova

lsamkova@pf.jcu.cz

Ceneida Fernandez

ceneida.fernandez@gcloud.ua.es

Pere Ivars

pere.ivars@gcloud.ua.es



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj profesních znalostí

budoucích učitelů a zkoumání

jejich přesvědčení o přístupech

k výuce nestandardních úloh



A Course Concept for

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a zkoumání jejich

přesvědčení o přístupech k výuce nestandardních úloh

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé druhého stupně ZŠ: 7. – 10. třída; žáci ve věku 12-15 let (britský model).

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Rozvoj profesních znalostí (znalostí obsahu a didaktických znalostí obsahu) a přístupy k výuce pro podporu hloubkového učení.
Zahrnuje:

- Jakým způsobem je začleněno do učebních osnov řešení problémů a nestandardních úloh?
- Co to je řešení matematických problémů?
- Jaké jsou hlavní charakteristiky procesu řešení problémů a nestandardních úloh?
- Jak mohou být modelovány a používány vhodné strategie řešení?
- Jak je možné podporovat autoregulaci a metakognitivní procesy?
- Jaké jsou předpokládané obtíže? (pro výuku i pro studenty)
- Jak mohou učitelé vhodně podporovat zkušenosti žáků při řešení problémů a nestandardních úloh?

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení matematických problémů (e.g., Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Stigler, J. W., & Hiebert, J., 1999); Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014); Verschaffel et al., 1999).

Jakou má kurz **strukturu**?

Viněty, které se zabývají různými aspekty obsahu kurzu, se používají jako učební materiál a jako nástroj pro hodnocení kurzu:

- úvodní společná diskuze na základě viněty
- výukový materiál založený na vinětě (individuální práce)
- závěrečná společná diskuze na základě viněty



Jaký je **formát** kurzu?

Délka: Kurz Matematika PGCE probíhá po dobu 10 měsíců. Třetinu tohoto času tráví účastníci kurzu návštěvou univerzitních seminářů a kurzů, zbytek času ve školách. Univerzitní lekce se konají hlavně v prvních 4 měsících kurzu a pokrývají celou řadu výukových materiálů. Viněty jsou používány v některých výukových relacích, aby odpovídaly tématu a probíraným pedagogickým záležitostem.

Sezení mohou být **online** nebo **prezenční (preferováno)**.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, nebo kombinace více forem)?

Reprezentace výukových situací týkajících se řešení problémů a nestandardních úloh;

Komiks s textem + doprovodné otevřené otázky

Kolik vinět je součástí kurzu?

3 až 4 krátké viněty pro budování znalostí, získávání názorů budoucích učitelů a analýzu výukových situací.

Jsou viněty **převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?**

Vycházejí z literatury nebo z autentických prepisů hodin a zkušeností.

Další **komentáře:**

Viněty jsou vytvořeny pro praktické použití a výzkumné účely, na základě pravidel a doporučení uvedených v tomto dokumentu:
<https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Literatura

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>



Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 33, pp. 8-29.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. *Math. Thinking & Learning*, 1(3), 195–229.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učiteli

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Hodnocení (didaktických) znalostí obsahu

budoucích učitelů; zkoumání jejich názorů

na různé přístupy k výuce na 2. st. ZŠ



Viněta pro

Hodnocení (didaktických) znalostí obsahu budoucích učitelů;

zkoumání jejich názorů na různé přístupy k výuce na 2. st. ZŠ

“Viněta o obsahu a obvodu” (2.st. ZŠ)

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé druhého stupně ZŠ: 7. – 10. třída; žáci ve věku 12-15 let (britský model).

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Je součástí kurzu

“Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a zkoumání jejich přesvědčení o přístupech k výuce nestandardních úloh”.

V jakém **kontextu** se viněta používá?

Viněta se používá pro podnícení diskuse a pro hodnocení pokroku budoucích učitelů ohledně charakteristik úloh nestandardního typu. Je to také výchozí bod pro diskuse o různých výhodách a nevýhodách využívání standardních versus nestandardních úloh ve výuce.

Jaké jsou **vzdělávací cíle** viněty?

- Požádejte budoucí učitele, aby si přečetli rozhovor na vinětě
- Zeptejte se jich, co vidí jako kognitivní požadavky dvou různých typů předložených úloh.
- Požádejte je o vyjádření k hloubce myšlení a přemýšlení, kterou mohou takové různé typy loh vyvolat u žáků.
- Reflektujte různé přístupy k rozhodování v konkrétních výukových situacích, možnosti a výzvy využívání nestandardních problémů, hlavně reflektuje konkrétní způsoby, jak je možné podporovat žáky v systematickém používání různých strategií.



Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks, nebo
kombinace více forem)?

Dvě viněty s výukovými situacemi. Začínající učitel předkládá jednu sadu úloh „procedurálního“ nebo rutinního typu. Další sadu nestandardních úkolů předkládá zkušenější učitel. Budoucímu učiteli jsou kladeny otázky, aby záměrně vyprovokovaly jeho přesvědčení, co by si žák mohl myslet, co si myslí fiktivní učitelé.

Jsou tyto viněty
**převzaté, upravené,
autentické nebo nově
vytvořené?**

Viněty byly nově vytvořeny

Existuje **doplňující
textový materiál**
pro účastníky kurzu?

Ne, viněty jsou samostatné, ale jsou součástí rozvoje profesních znalostí budoucích učitelů a jako takové využívají různé typy úkolů (standardní, nestandardní).

Jaké jsou **související
teorie?**

Didaktické znalosti obsahu a znalosti obsahu
v matematice.

Standardní a nestandardní slovní úlohy; přístupy
učitele k výuce

Metodologický rámec pro využívání vinět

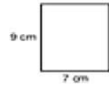
“Viněta o obsahu a obvodu” (2.st. ZŠ)

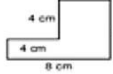
Viněta o obsahu a obvodu


Ahoj, myslím, že tyto otázky opravdu upevní chápání obsahu a obvodu u mých žáků, co myslíš?


Slečna Blue má vlastně pravdu

Najděte obsah a obvod každého tvaru.

(1) 
9 cm
7 cm
Perimeter: _____
Area: _____

(2) 
4 cm
4 cm
8 cm
6 cm
Perimeter: _____
Area: _____

(5) 
4 m
2 m
2 m
2 m
5 m
Perimeter: _____
Area: _____


(6) 
8 mm
5 mm
Perimeter: _____
Area: _____

Hmmm... Myslím, že si to tím procvičí, ale co nám to řekne o tom, čemu žáci skutečně rozumí?


Viněta o obsahu a obvodu

Díky, tohle mě nenapadlo, ale vidím, že se nabízejí různé možnosti


Například tyto úlohy. Mohla bych je využít pro zjištění, co studenti vědí, jak si různé znalosti propojují a jak si je rozvíjejí



Obsah cesty je 32 m² a obvod šedé plochy je 28 m, jak široká je cesta?



Co můžete říci o tomto tvaru?



Jakým způsobem zjistím obsah tohoto nakloněného čtverce?

Odpovězte prosím na následující otázky:

Q1. Vysvětlete, v čem se tyto dvě sady úloh liší.

Q2. Vyberte jeden příklad z druhé sady úloh a vysvětlete, jak by k němu žáci mohli přistupovat.

Q3. Co byste mohli vyvodit o přesvědčení uvedených dvou učitelů, pokud jde o porozumění jejich žáků, s ohledem na průběh zaznamenané diskuse?

Literatura

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Research, 15(2), 4-14.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, International Journal of Research & Method in Education, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Hodnocení (didaktických) znalostí obsahu

budoucích učitelů; zkoumání jejich názorů

na různé přístupy k výuce na 2. st. ZŠ



A Vignette for

Hodnocení (didaktických) znalostí obsahu budoucích učitelů;

zkoumání jejich názoru na různé přístupy k výuce na 2. st. ZŠ

“Viněta o shodném trojúhelníku” (2.st. ZŠ)

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé druhého stupně ZŠ: 8. – 10. třída; žáci ve věku 13-15 let (britský model).

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Je součástí kurzu
Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a zkoumání jejich přesvědčení o přístupech k výuce nestandardních úloh

V jakém **kontextu** se viněta používá?

Viněta se používá pro podnětění diskuse a pro hodnocení pokroku budoucích učitelů ohledně charakteristik úloh nestandardního typu. Je to také výchozí bod pro diskuse o různých výhodách a nevýhodách využívání standardních versus nestandardních úloh ve výuce.

Jaké jsou **vzdělávací cíle** viněty?

- Požádejte budoucí učitele, aby si přečetli rozhovor na vinětě
- Zeptejte se jich, co vidí jako kognitivní požadavky předložené úlohy.
- Požádejte je o vyjádření k hloubce myšlení a přemýšlení, kterou může takový typ úloh vyvolat u žáků.
- Reflektujte různé přístupy k rozhodování v konkrétních výukových situacích, možnosti a výzvy využívání nestandardních problémů, hlavně reflektuje konkrétní způsoby, jak je možné podporovat žáky v systematickém používání různých strategií.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě**

Jedna viněta s výukovou situací. Žáci mají za úkol replikovat skrytý trojúhelník. Žáci mezi sebou diskutují o tom, co vědí, a poté položí učiteli upřesňující otázku.

Učitel poskytuje některé další informace související s tématem. Budoucí učitelé (účastníci kurzu) jsou požádáni, aby odpověděli na čtyři otázky: ze svého pohledu, z pohledu žáků a z pohledu učitele.

Je tato viněta **převzatá, upravená, autentická** nebo **nově vytvořená**?

Viněta byla vytvořena na základě zkušeností z výuky a z učebnic.

Existuje **doplňující textový materiál** pro účastníky kurzu?

Ne, tato viněta je samostatná, ale je součástí rozvoje profesních znalostí budoucích učitelů a využívá různé typy úkolů (standardní a nestandardní).

Jaké jsou **související teorie**?

Didaktické znalosti obsahu a znalosti obsahu v matematice.

Standardní a nestandardní slovní úlohy; přístupy učitele k výuce.

Metodologický rámec pro využívání vinět.

“Viněta o shodném trojúhelníku”

Narýsovala jsem na tabuli trojúhelník ABC, ale zakryla jsem ho za papírem. Dokážete říci, jaké konkrétní informace byste potřebovali k narýsování shodného trojúhelníku?

Pokud známe délku stran, můžeme sestavit trojúhelník, protože víme, že úhly jsou určeny stranami.

Jsem si jistý, že existuje několik způsobů, jak to udělat. "Promiňte, paní Tee, souvisí to s tím, jak jsou definovány trojúhelníky?"

Ano, která informace o trojúhelníku určuje jeho tvar? Jaké konkrétní informace potřebujete k narýsování trojúhelníku shodného s mým? Pak můžete zobecnit, jaké podmínky by mohly prokázat, že dva trojúhelníky jsou shodné? Mohou existovat i podmínky, které jsou nejednoznačné.

(Skilling, 2021)
Adapted from Johnston-Wilder & Mason (2005)



Budoucí učitelé jsou požádáni, aby odpověděli na otázky 1-4

1. Jaké konkrétní informace mohou žáci potřebovat k narýsování trojúhelníku paní Tee?
2. Jaké podmínky si myslíte, že by si žáci mohli stanovit jako první ... potom jako druhé a tak dále? Vysvětlíte prosím, proč si to myslíte.
3. Jakou nejednoznačnou podmínku by žáci mohli identifikovat a jak byste ji vysvětlili, kdyby byla zmíněna v hodině, kterou jste vyučovali?
4. Spíše než aby začala hodinu uvedením podmínek pro stanovení shodných trojúhelníků, paní Tee požádala studenty, aby určili, jaké informace o trojúhelnících potřebují, a prokázali shodu. Jaký typ myšlenkových procesů důležitých v geometrii se tímto způsobem podle vás paní Tee snažila podporovat?

Literatura

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Sawyer, R.K. (2014, Eds.). *The Cambridge handbook of the learning sciences*. Cambridge: Cambridge University Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.

Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Hodnocení znalostí budoucích učitelů a jejich

rozhodování souvisejícího s řešením

nestandardních úloh na 2. st. ZŠ



Viněta pro

Hodnocení znalostí budoucích učitelů a jejich rozhodování

souvisejícího s řešením nestandardních úloh na 2. st. ZŠ

“Viněta o prodeji vajec” (2.st. ZŠ)

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé druhého stupně ZŠ: 7. – 10. třída; žáci ve věku 12-15 let (britský model).

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Je součástí kurzu
Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a zkoumání jejich přesvědčení o přístupech k výuce nestandardních úloh

V jakém **kontextu** se viněta používá?

Viněta se používá pro podnětění diskuse a pro hodnocení pokroku budoucích učitelů ohledně charakteristik úloh nestandardního typu. Je to také výchozí bod pro diskuse o různých výhodách a nevýhodách využívání standardních versus nestandardních úloh ve výuce.

Jaké jsou **vzdělávací cíle** viněty?

- Požádejte budoucí učitele, aby úlohu vyřešili a identifikovali typické charakteristiky nestandardních úloh
- Zeptejte se jich na znalosti obsahu, které potřebovali k vyřešení problému, a na strategie řešení, které použili (kognitivní zapojení)
- Zeptejte se jich, jak by modelovali řešení tohoto problému pro konkrétní ročník 2. st. ZŠ
- Požádejte je, aby si přečetl komentáře sedmi fiktivních budoucích učitelů a míru svého souhlasu s jednotlivými komentáři vyjádřili na Likertově škále.
- Reflektujte různé přístupy k rozhodování v konkrétních výukových situacích, možnosti a výzvy využívání nestandardních problémů, hlavně reflektuje konkrétní způsoby, jak je možné podporovat žáky v systematickém používání různých strategií.

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(*video, text, komiks nebo
kombinace více forem*)?

Jedna viněta s úlohou a sedmi fiktivními komentáři k jejímu řešení. Komentáře záměrně vyvolávají představy budoucích učitelů o řešení nestandardních úloh a problémů.

Je tato viněta **převzatá,
upravená, autentická**
nebo **nově vytvořená**?

Komentáře záměrně vyvolávají představy budoucích učitelů o tom, jestli je řešení nestandardních úloh vhodné pro určité skupiny žáků (např. pro žáky nadprůměrně úspěšné v matematice), kdy nestandardní úlohy zařazovat do výuky (např. na konec tématu), s jakými výzvami je takové zařazování spojeno (např. časová náročnost plánování a organizace výuky). Názory byly čerpány z předchozích výzkumů (Anderson, Sullivan & White, 2004). Účastníci kurzu byli požádáni, aby uvedli své vlastní názory.

Existuje **doplňující
textový materiál**
pro účastníky kurzu?

Ne, tato viněta je samostatná, ale je součástí rozvoje odborných znalostí budoucích učitelů a analýzy studentských řešení (nestandardních) slovních úloh.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení matematických úloh a problémů

Standardní a nestandardní slovní úlohy; přístupy učitele k výuce

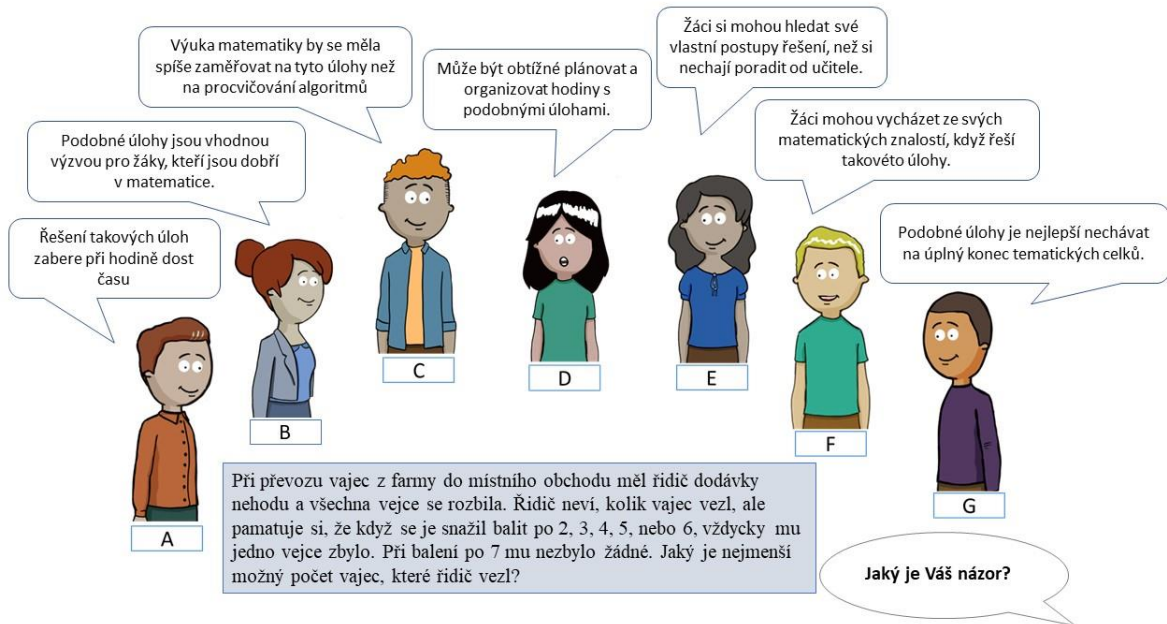
Metodologický rámec pro využívání vinět

“Viněta o prodeji vajec” (2.st. ZŠ)

Diskutována je problematika začleňování řešení matematických úloh a problémů do výuky. V tomto kontextu prosím vyřešte níže uvedenou úlohu a poté odpovězte na uvedené otázky.

Pod úlohou je prostor pro vaši práci, pokud byste však raději pracovali na samostatném papíru, neváhejte a nahrajte jej do své složky.

Při převozu vajec z farmy do místního obchodu měl řidič dodávky nehodu a všechna vejce se rozbila. Řidič neví, kolik vajec vezl, ale pamatuje si, že když se je snažil balit po 2, 3, 4, 5, nebo 6, vždycky mu jedno vejce zbylo. Při balení po 7 mu nezbylo žádné. Jaký je nejmenší možný počet vajec, které řidič vezl?



- Jaké matematické znalosti jste použili k vyřešení úlohy?
- Jaké strategie jste při řešení úlohy využili?
- Uvažujte konkrétní ročník 2. stupně ZŠ, jak byste mohli modelovat řešení tohoto problému?

Nyní se prosím podívejte na komiks, který představuje komentáře k řešení podobných problémů od několika vašich kolegů. Uvedte, prosím, do jaké míry souhlasíte nebo nesouhlasíte s každým z jejich komentářů, a poskytněte vysvětlení svého rozhodnutí. Poté prosím napište komentář na základě vašeho přesvědčení o účelu začleňování podobných úloh a problémů do výuky.

Literatura

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. The Journal of Mathematical Behavior, Volume 33, pp. 8-29.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk